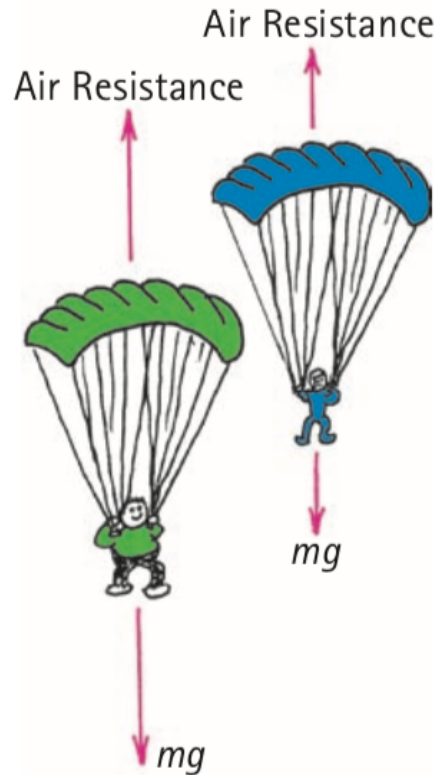


Wykład 9

Siły oporów ciecży i gazów



Siły oporu ciecży i gazów

Siły oporu gazów/ciecży zależą:

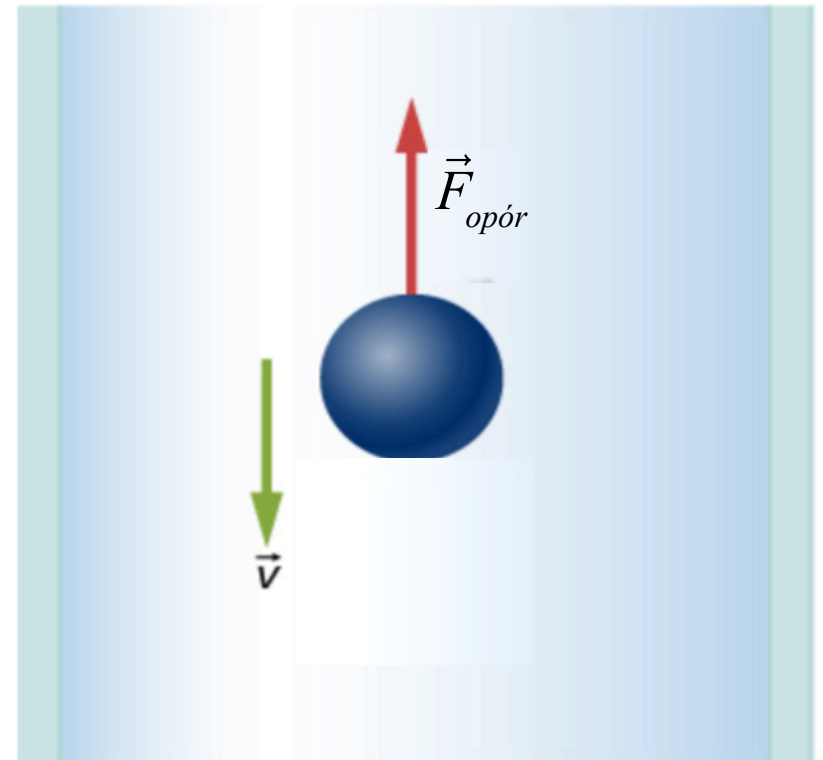
- kształtu ciała
- rodzaju ośrodka
- prędkości ciała

W ogólności, dla ciał o różnych kształtach:

$$\vec{F}_{opór} = -\left(k_1 v + k_2 v^2\right) \hat{v}$$

$$k_1, k_2, v > 0$$

wersor definiujący
kierunek prędkości



Fizyka dla szkół wyższych Tom 1 by OpenStax

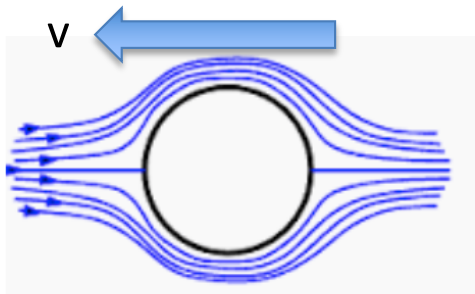
Dla ciał w kształcie kuli

$$F_{\text{opór}} = C_1 r v + C_2 r^2 v^2$$

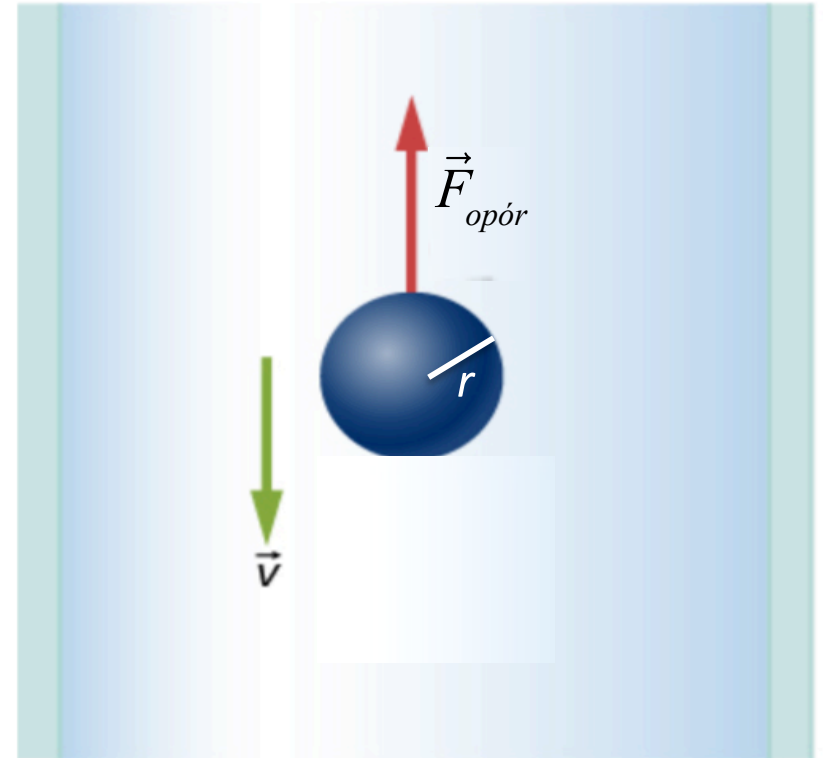
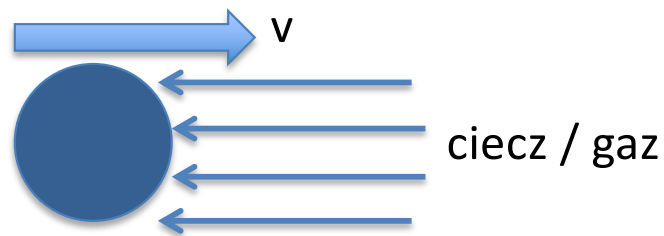
$$C_1, C_2, v > 0$$

siła zawsze skierowana przeciwnie do prędkości

$C_1 r v$ - człon lepkościowy



$C_2 r^2 v^2$ - człon ciśnieniowy



Fizyka dla szkół wyższych Tom 1 by OpenStax

Spadek ciała w cieczy/gazie pod wpływem grawitacji

Prędkość graniczna:

początkowo ciało przyspiesza ponieważ siła grawitacji jest większa od sił oporu – jednak wraz ze wzrostem prędkości opór rośnie – w pewnym momencie obydwie siły równoważą się i ciało dalej porusza się ruchem jednostajnym (ze stałą prędkością, bez przyspieszenia) z prędkością graniczną v_{gr}

$$mg = F_{opór}$$

$$mg = C_1 r v_{gr} + C_2 r^2 v_{gr}^2$$

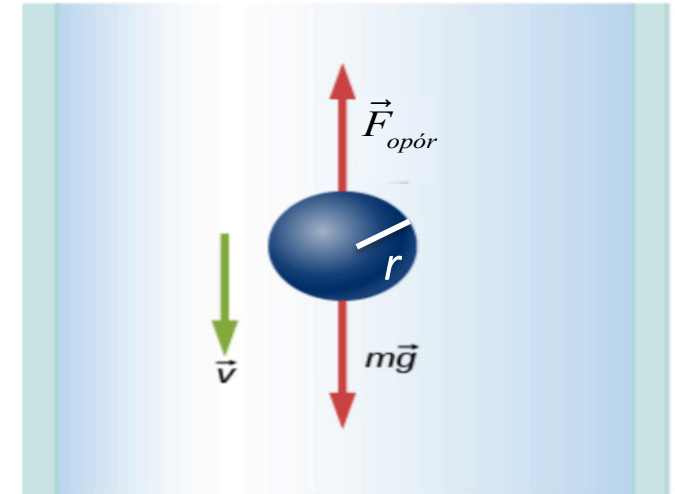


rów. kwadratowe

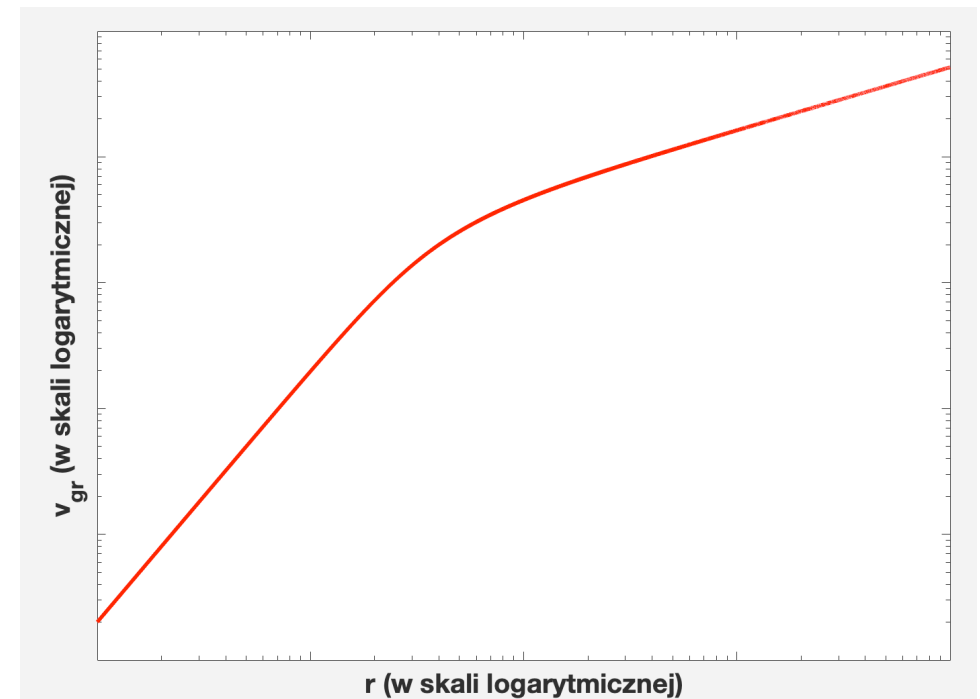
$$v_{gr} = \frac{\sqrt{C_1^2 + 4C_2 mg} - C_1}{2C_2 r}$$

ρ_k – gęstość kulki

$$m = \rho_k \cdot \frac{4\pi r^3}{3}$$



Fizyka dla szkół wyższych Tom 1 by OpenStax



Prędkość krytyczna

- **Prędkość krytyczna:**
to prędkość przy której obydwie człony siły dają jednakowy wkład

$$C_1 r v_{kr} = C_2 r^2 v_{kr}^2$$

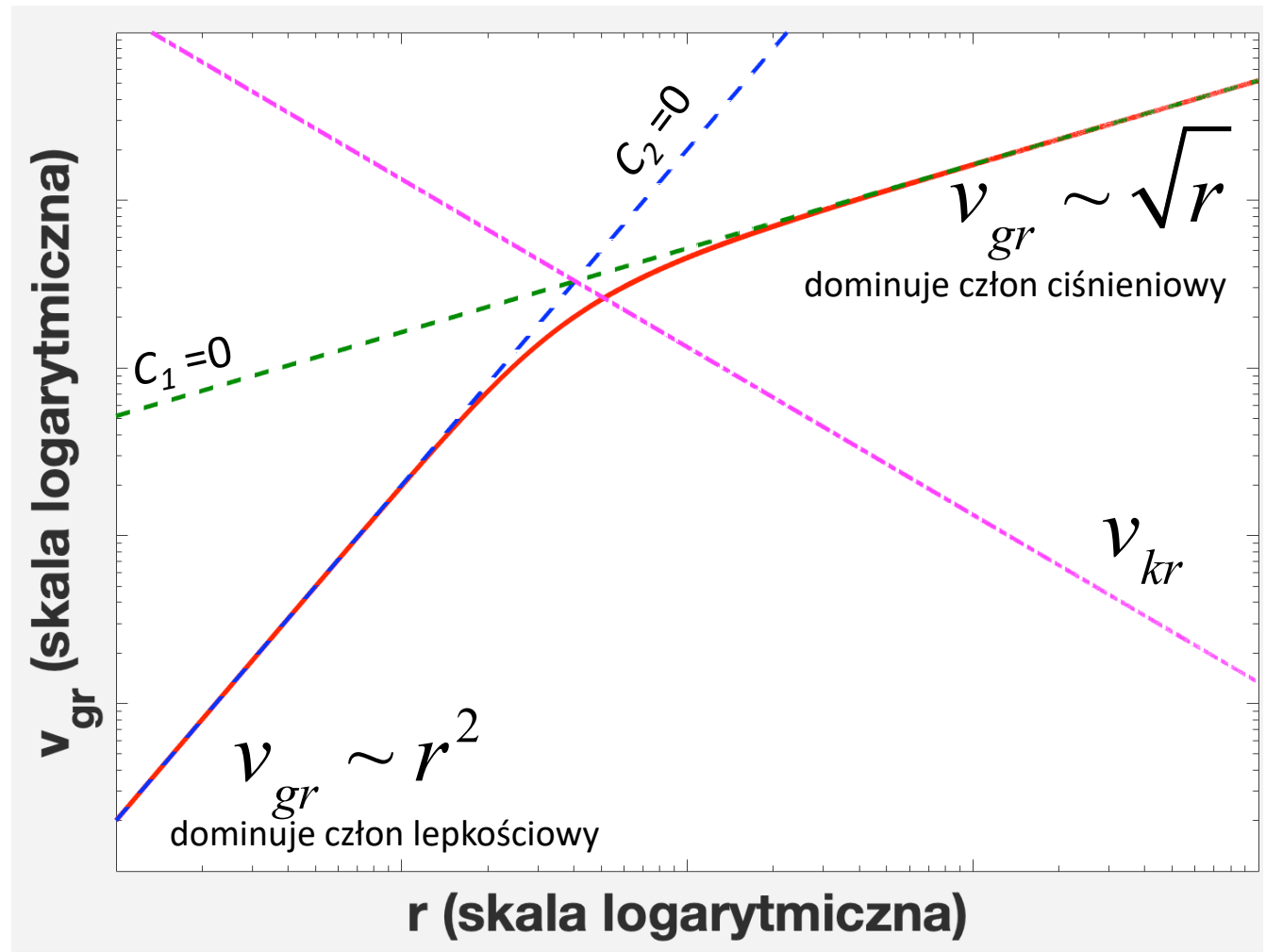
$$v_{kr} = \frac{C_1}{C_2} \frac{1}{r}$$

- $v_{gr} \ll v_{kr}$ – reżim lepkości ($C_2 \approx 0$)

$$v_{gr} = \frac{mg}{C_1 r} = \frac{4\pi\rho_k g}{3C_1} r^2$$

- $v_{gr} \gg v_{kr}$ – reżim ciśnieniowy ($C_1 \approx 0$)

$$v_{gr} = \sqrt{\frac{mg}{C_2 r^2}} = \sqrt{\frac{4}{3C_2} \pi\rho_k g r}$$



ρ_k – gęstość kulki

Szklane kulki w oleju

(uwaga: olej użyty na wykładzie to mieszanka różnych cieczy)

$$C_1 \approx 32 \left[\frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}} \right], \quad C_2 \approx 950 \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right]$$

$$\rho_k \approx 2.5 \cdot 10^3 \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right],$$

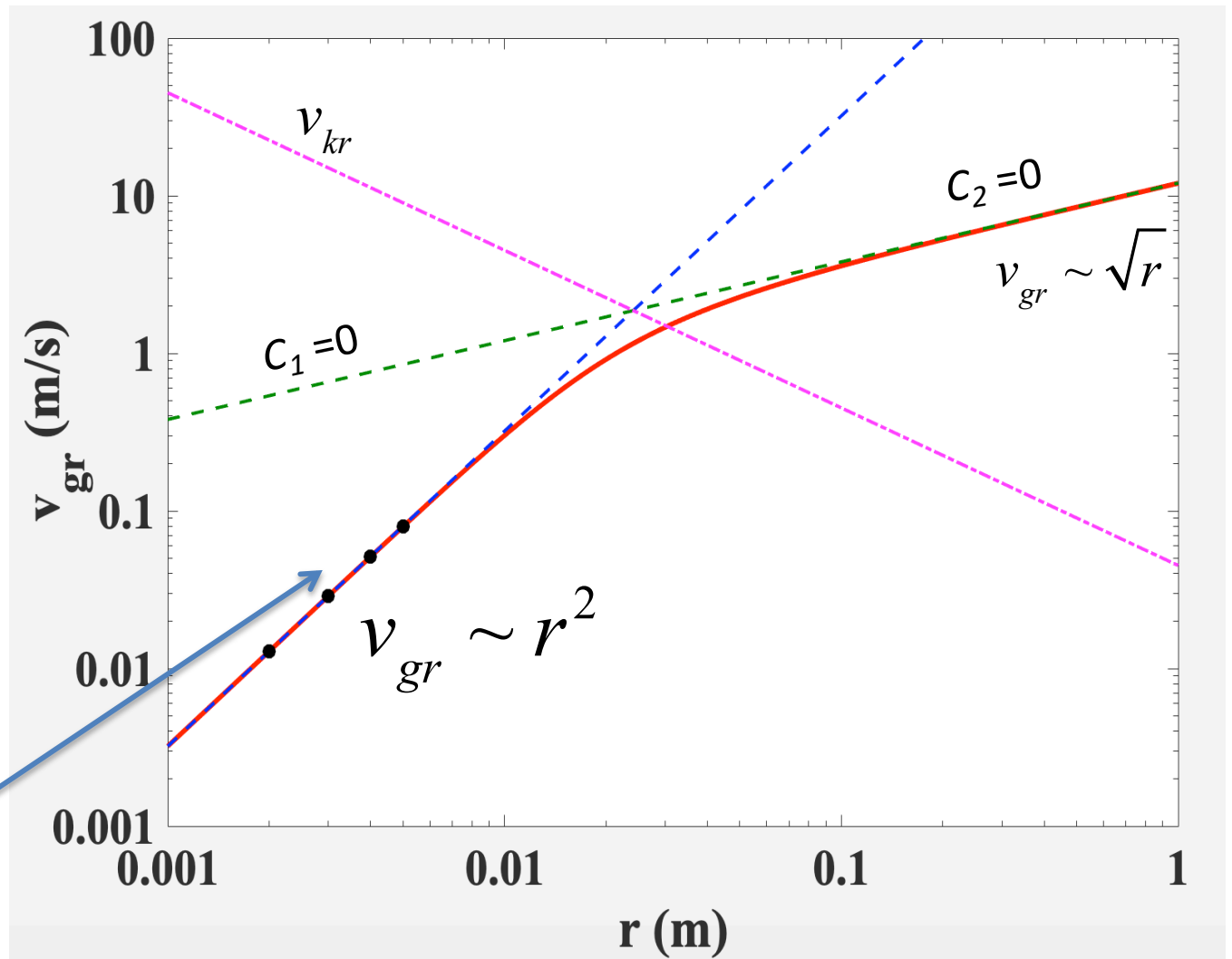
Dla $2 \text{ mm} \leq r \leq 5 \text{ mm}$

prędkość krytyczna
przyjmuje wartości

$$9 \frac{\text{m}}{\text{s}} \leq v_{kr} \leq 22 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

prędkość graniczna jest
znacznie mniejsza niż
prędkość krytyczna -
znajdujemy się w reżimie
lepkościowym

$$v_{gr} \propto r^2$$

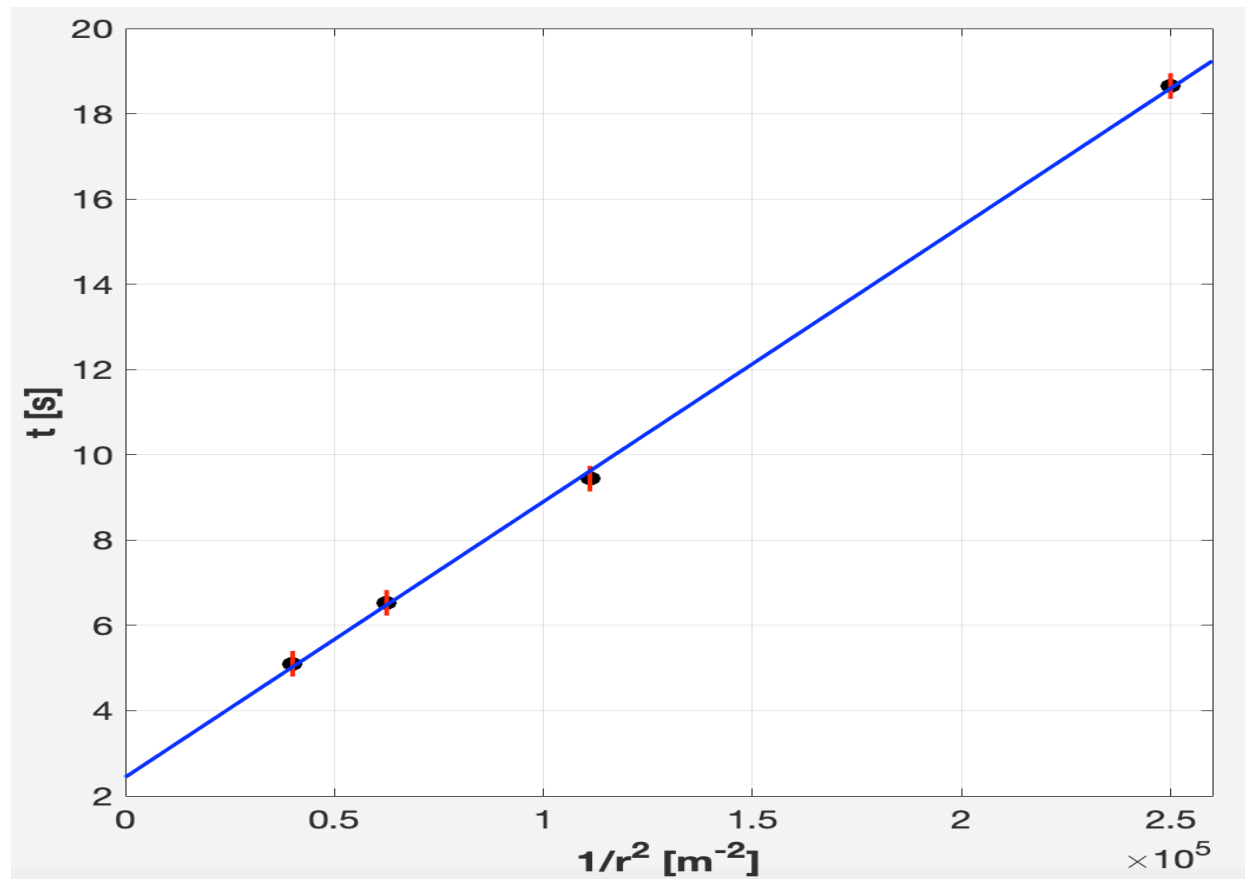
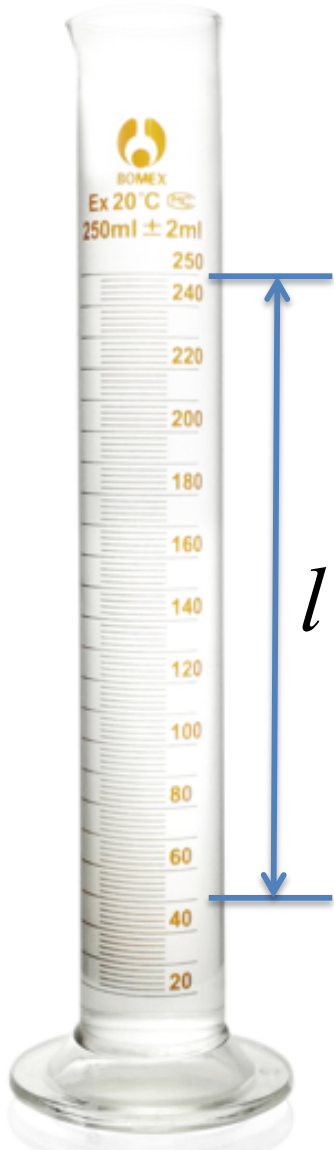


Szklane kulki w oleju

(uwaga: olej użyty na wykładzie to mieszanka różnych cieczy)

$$v_{gr} = \frac{l}{t} \propto r^2 \Rightarrow t \propto r^{-2}$$

Mierzmy czas potrzebny na pokonanie drogi l w funkcji promienia kulek :



Szklane kulki w oleju

(uwaga: olej użyty na wykładzie to mieszanka różnych cieczy)

Czas potrzebny na osiągnięcie prędkości granicznej:

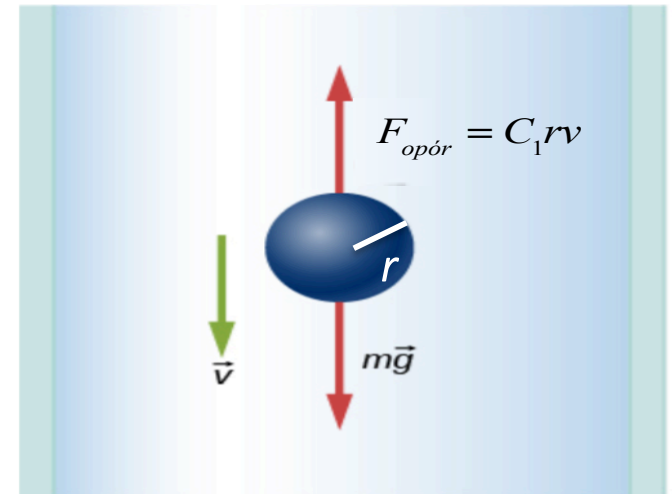
$$ma = mg - C_1rv$$

$$m \frac{dv}{dt} = mg - C_1rv$$
 równanie różniczkowe na $v(t)$

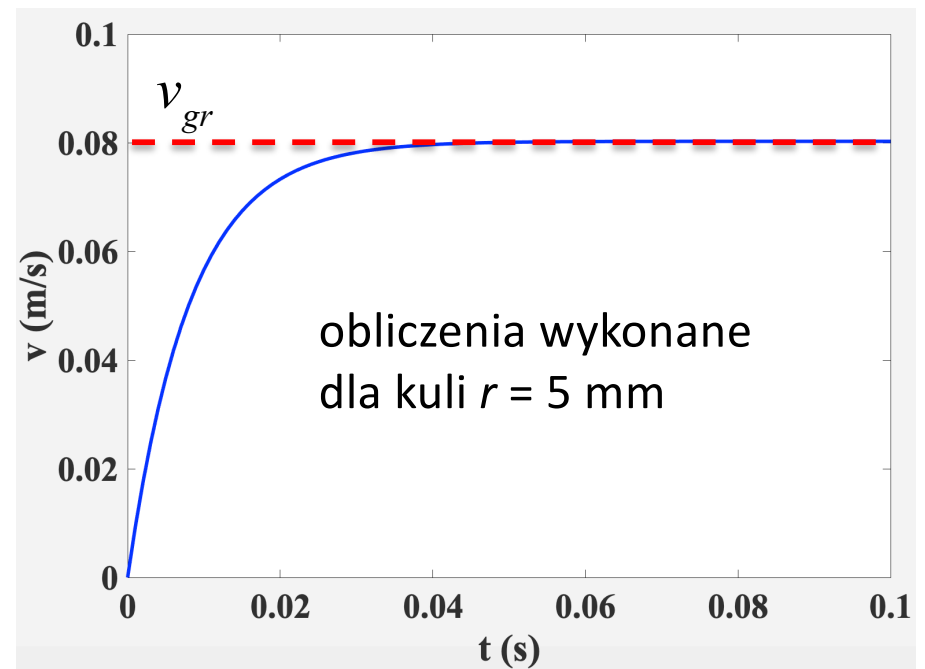
rozwiązanie

$$v = v_{gr} \left(1 - e^{-\frac{C_1r}{m}t} \right)$$

||
 $\frac{mg}{C_1r}$



Fizyka dla szkół wyższych Tom 1 by OpenStax



Opory powietrza dla ciał kulistych w temperaturze pokojowej pod ciśnieniem atmosferycznym

Dla powietrza w temperaturze pokojowej pod ciśnieniem atmosferycznym:

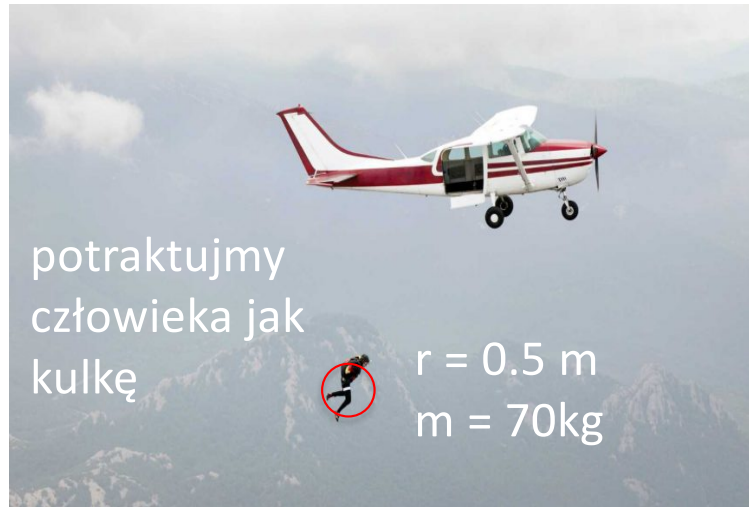
$$C_1 = 3.1 \cdot 10^{-4} \left[\frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}} \right], \quad C_2 = 0.85 \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right]$$



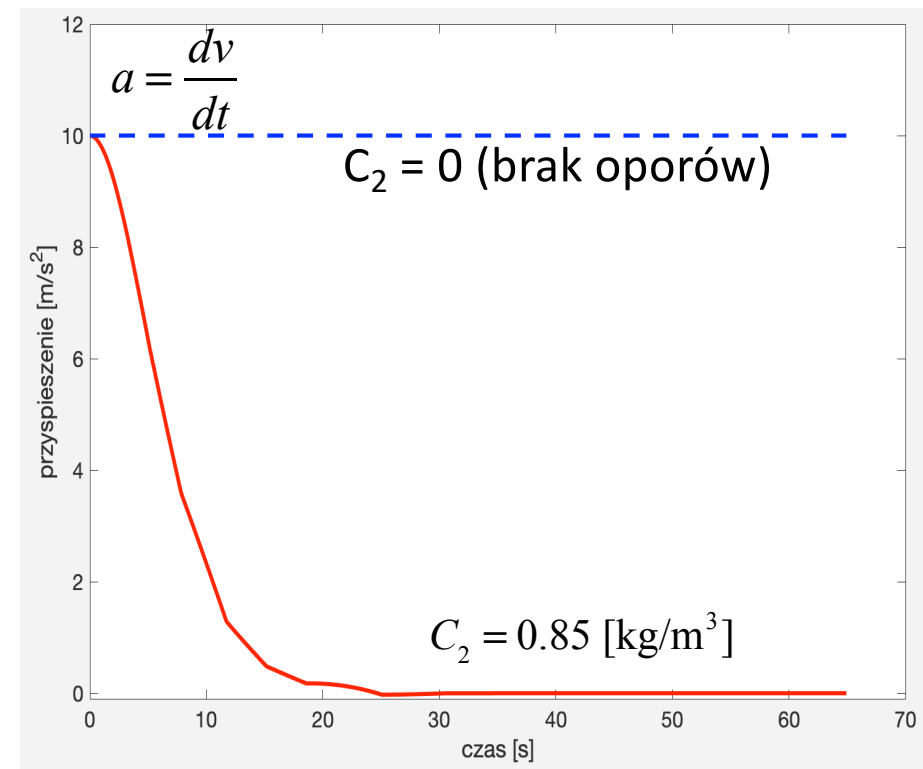
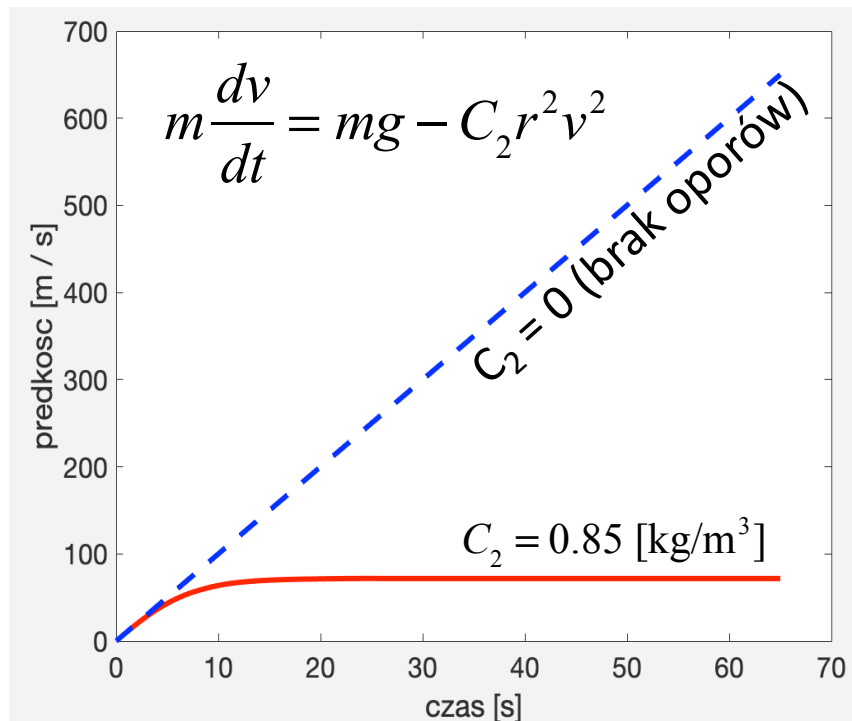
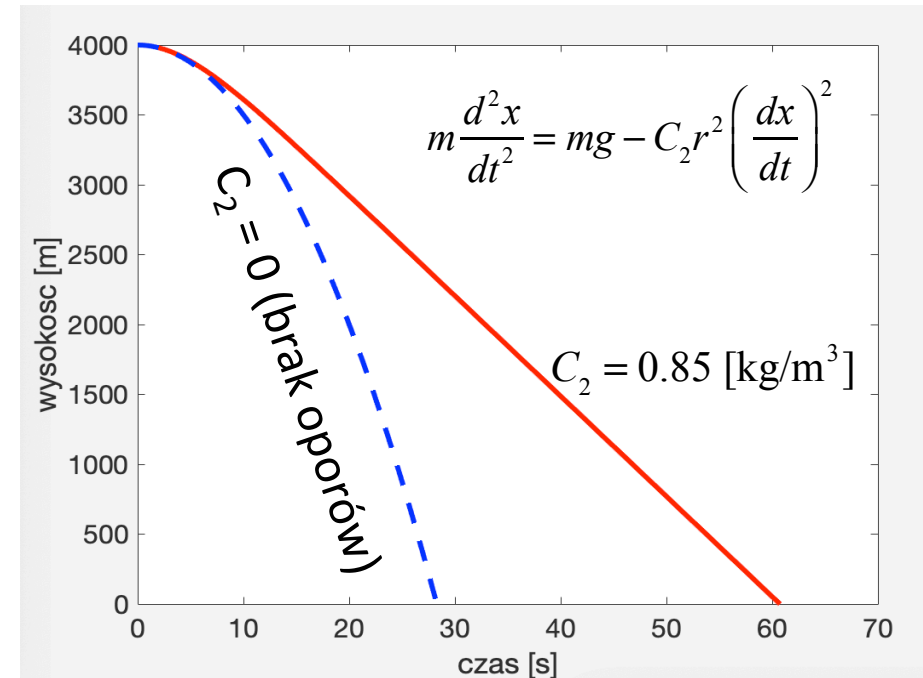
$$v_{kr} = \frac{C_1}{C_2 r} \approx \frac{3.7 \cdot 10^{-4}}{r} \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right] \ll v_{gr} \quad (\text{typowe wartości } v_{gr} \text{ to kilka } m/s)$$

Wartości prędkości krytycznej dla kulek w powietrzu są na ogół znacznie mniejsza niż w cieczach. Prędkości graniczne kulek w powietrzu są na ogół znacznie większe niż w cieczach, w konsekwencji **w powietrzu dominuje człon ciśnieniowy** – jest to również słuszne dla wielu innych ciał poruszających się w powietrzu (nie tylko kulki, ale również spadochroniarze, samochody, krople deszczu,...)

Z jaką prędkością uderzy o ziemię człowiek, który wyskoczył z samolotu bez spadochronu?



$$v_{gr} = \sqrt{\frac{mg}{C_2 r^2}} \approx 57 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right] \approx 205 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$



Fizyka skoku ze spadochronem



<https://www.youtube.com/watch?v=ur40O6nQHsw>

Rzuty ukośne z oporami powietrza

https://phet.colorado.edu/sims/html/projectile-motion/latest/projectile-motion_en.html

