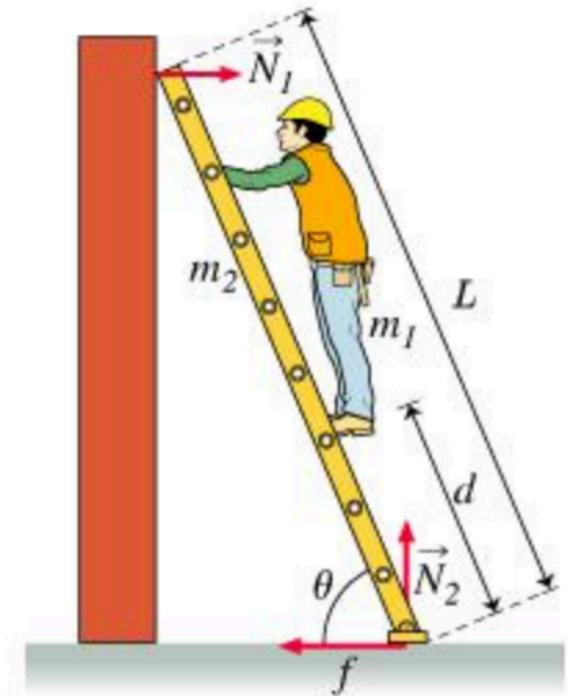
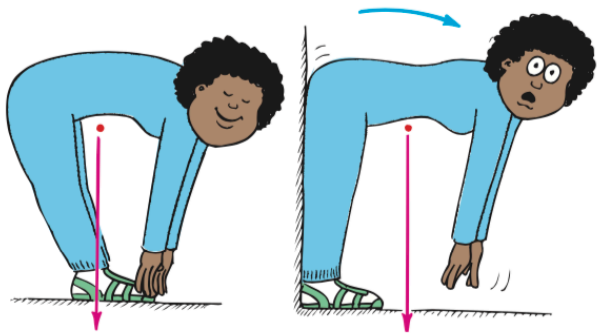


Wykład 18

Równowaga statyczna

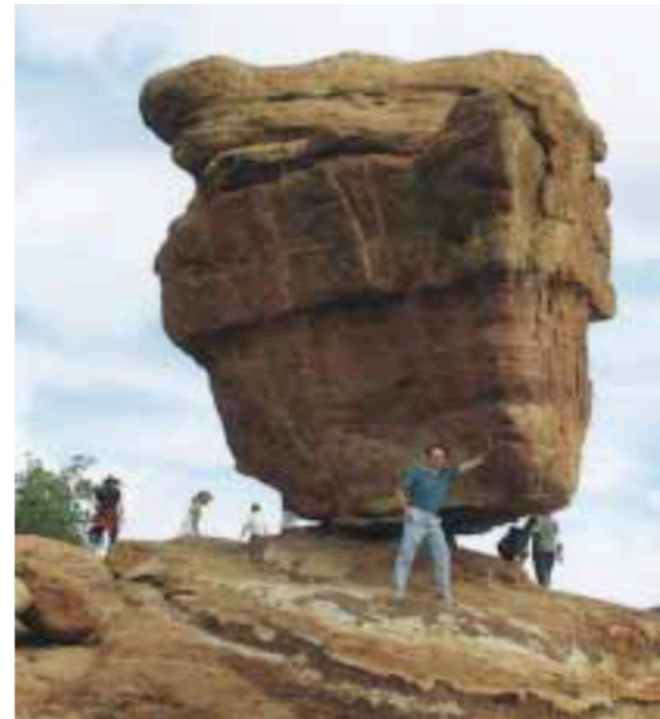


Równowaga statyczna

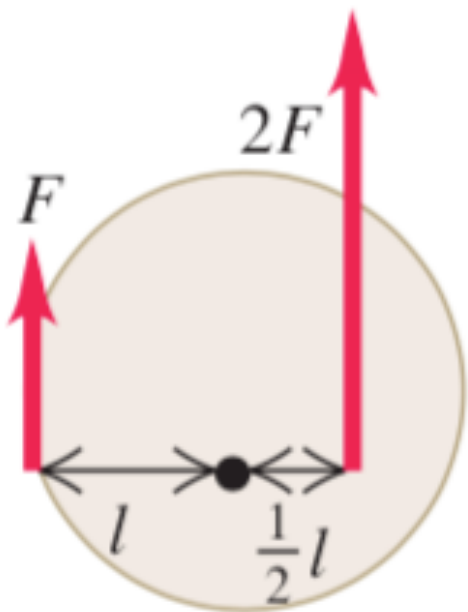
Ciało sztywne znajduje się w równowadze statycznej – tj. w bezruchu względem inercjalnego układu odniesienia - gdy wypadkowa siła oraz wypadkowy moment siły (liczony względem dowolnego punktu w przestrzeni) wynoszą zero.

$$\vec{F}_{\text{wyp}} = \sum \vec{F}_i = \vec{0}$$

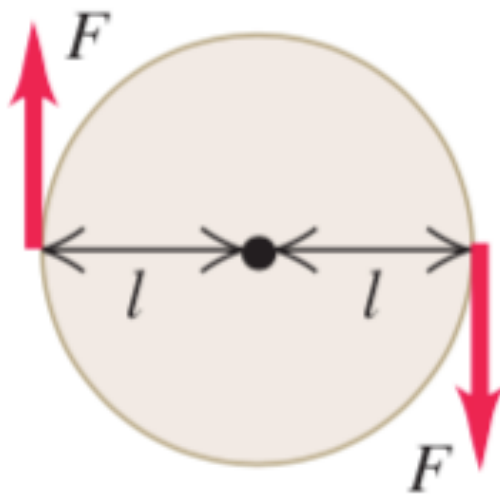
$$\vec{\tau}_{\text{wyp}} = \sum_i \vec{\tau}_i = \vec{0}$$



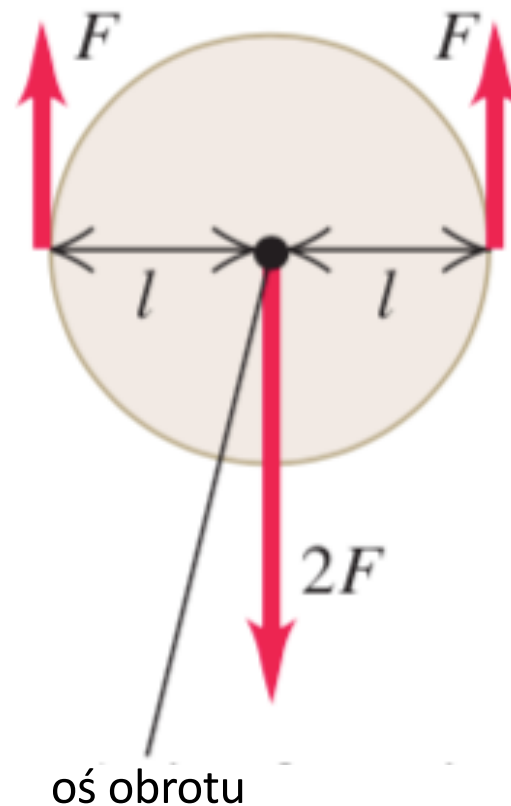
Czy poniższe ciała są w równowadze statycznej?



NIE

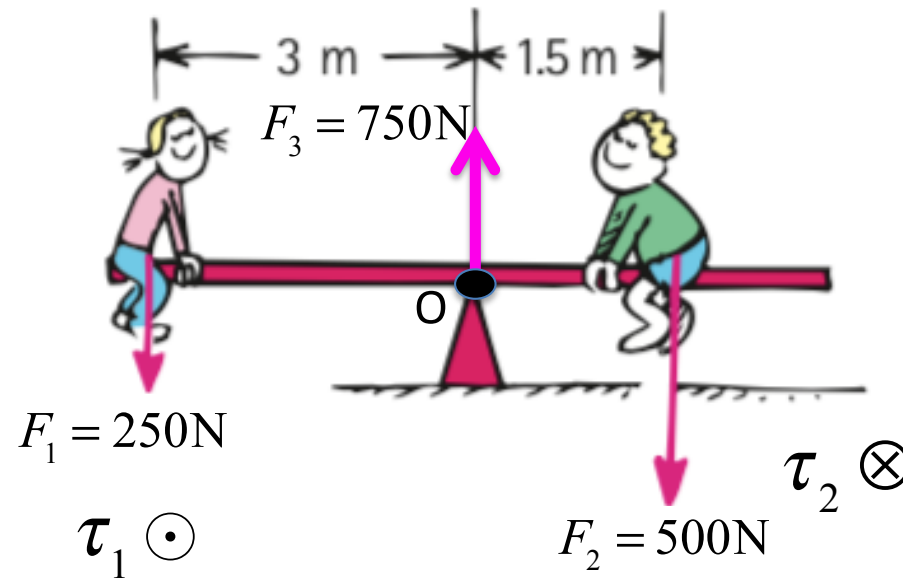


NIE



TAK

Równowaga statyczna - prosty przykład (z poprzedniego wykładu)



Siła wypadkowa:

$$F_{\text{wyp}} = 750\text{N} - 500\text{N} - 250\text{N} = 0$$

Momenty sił (względem punktu O):

$$\vec{\tau}_1 = \vec{r}_1 \times \vec{F}_1 \quad \vec{\tau}_2 = \vec{r}_2 \times \vec{F}_2 \quad \vec{\tau}_3 = \vec{0}$$

$$\tau_1 = F_1 r_1 = 750 \text{ N} \cdot \text{m} \quad \tau_2 = F_2 r_2 = -750 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$\tau_{\text{wyp}} = \tau_1 - \tau_2 = 0$$

Gdy wypadkowa siła wynosi zero, wypadkowy moment siły możemy liczyć względem dowolnego punktu w przestrzeni!

Równowaga statyczna – przykład

deska / drabina oparta o idealnie gładką ścianę

siła wypadkowa:

$$\sum_i F_{xi} = 0 \Rightarrow N_P = T_S \quad \sum_i F_{yi} = 0 \Rightarrow N_Q = Mg$$

wypadkowy moment siły względem Q:

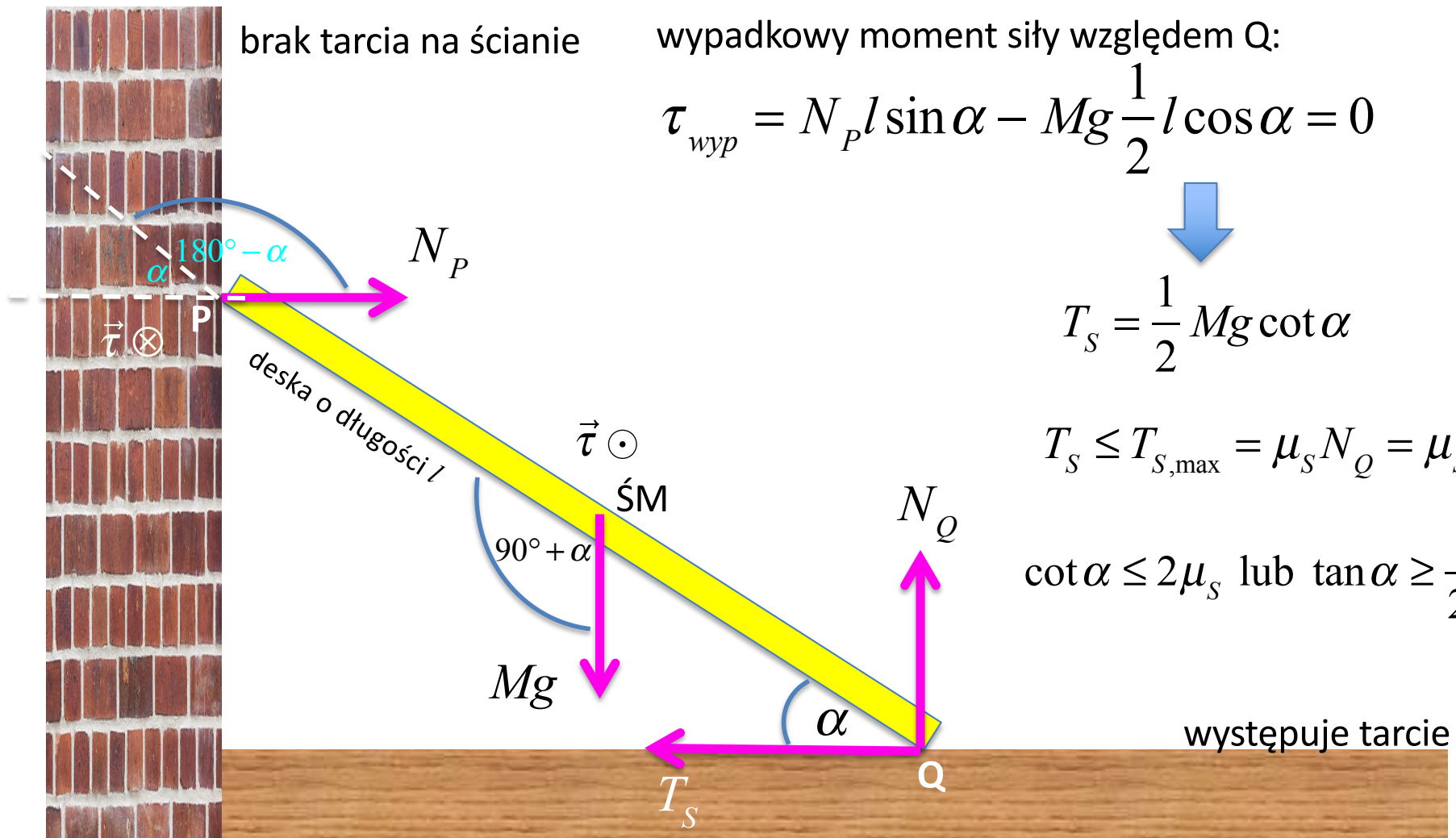
$$\tau_{wyp} = N_P l \sin \alpha - Mg \frac{1}{2} l \cos \alpha = 0$$



$$T_S = \frac{1}{2} Mg \cot \alpha$$

$$T_S \leq T_{S,max} = \mu_s N_Q = \mu_s Mg$$

$$\cot \alpha \leq 2\mu_s \text{ lub } \tan \alpha \geq \frac{1}{2\mu_s}$$



Deska / drabina oparta o idealnie gładką ścianę z doczepionym ciężarkiem

Ustawmy deskę na granicy ślizgania się: $\cot \alpha = 2\mu_s$

siła wypadkowa:

$$\sum_i F_{xi} = 0 \Rightarrow N_P = T_S \quad \sum_i F_{yi} = 0 \Rightarrow N_Q = (M + m)g$$

brak tarcia na ścianie

wypadkowy moment siły względem Q:

$$\tau_{wyp} = N_P l \sin \alpha - Mg \frac{1}{2} l \cos \alpha - mgd \cos \alpha = 0$$

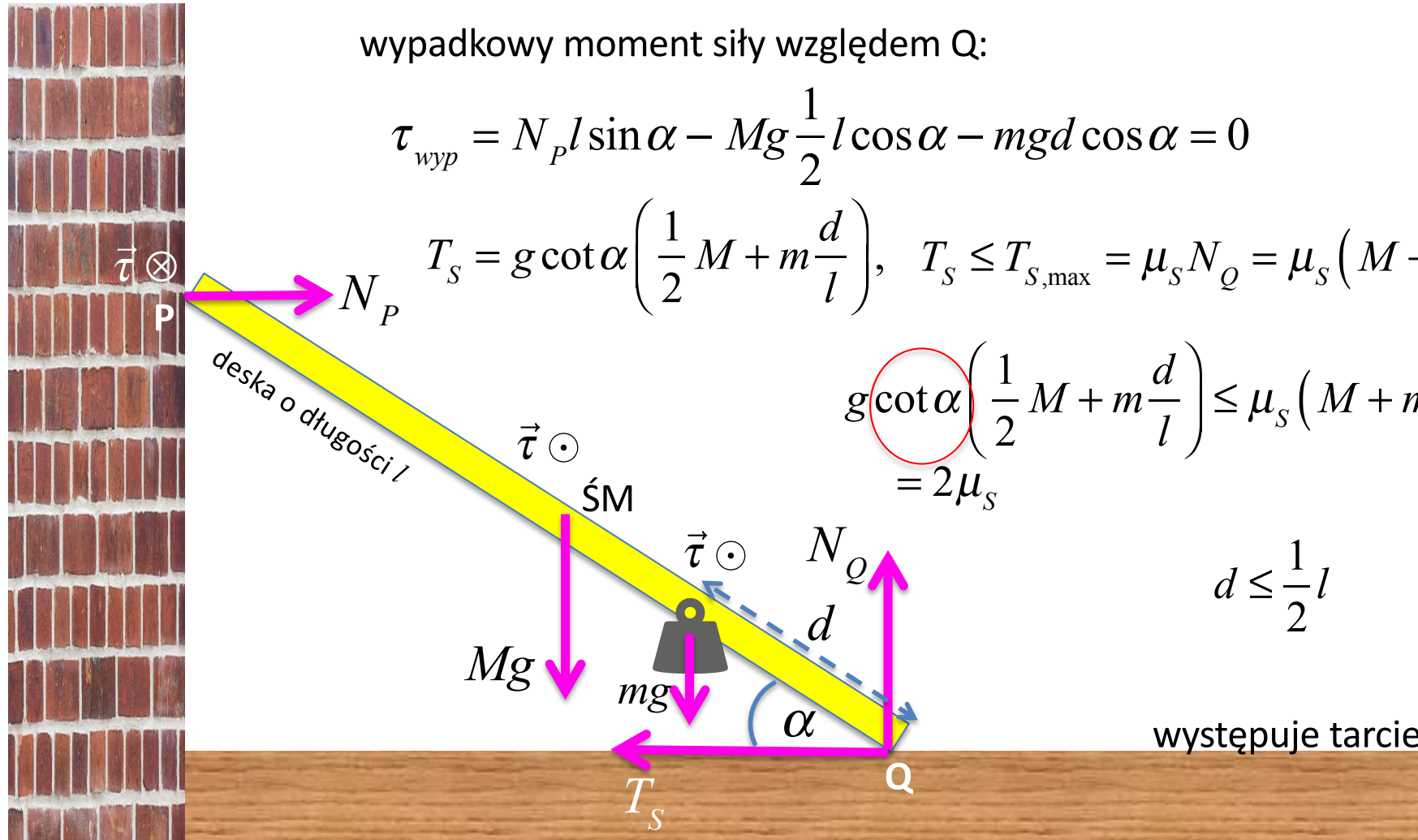
$$T_S = g \cot \alpha \left(\frac{1}{2} M + m \frac{d}{l} \right), \quad T_S \leq T_{S,\max} = \mu_s N_Q = \mu_s (M + m)g$$

$$g \cot \alpha \left(\frac{1}{2} M + m \frac{d}{l} \right) \leq \mu_s (M + m)g$$

$$= 2\mu_s$$

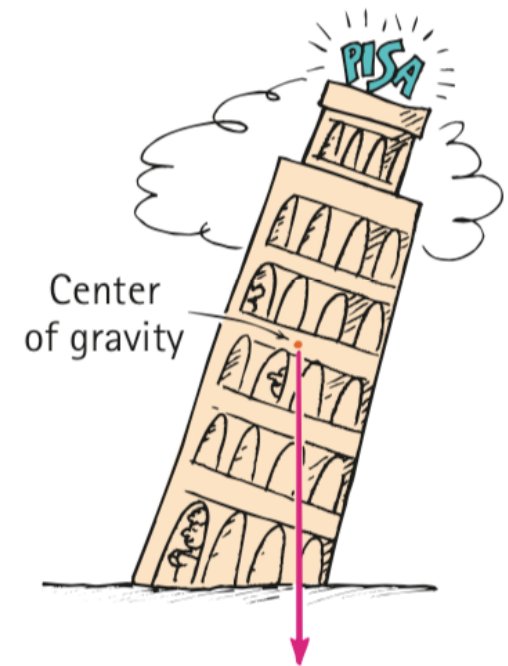
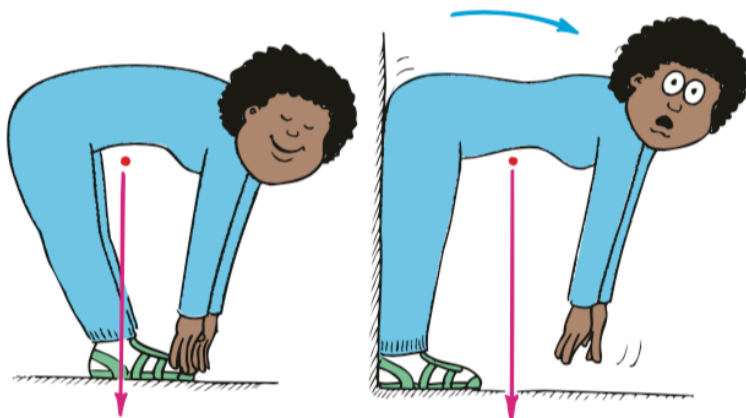
$$d \leq \frac{1}{2} l$$

występuje tarcie



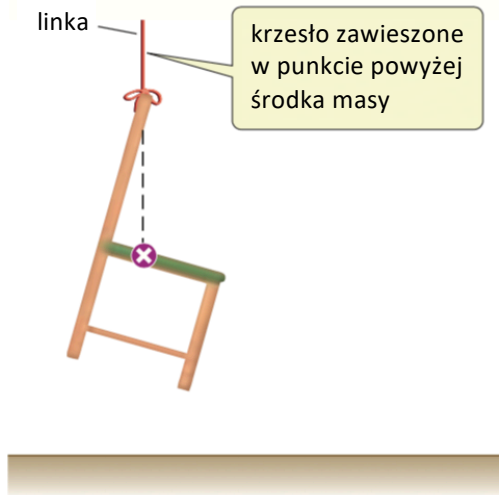
Środek masy, punkt podparcia lub zawieszenia

Ciało zachowuje równowagę, jeżeli środek masy leży dokładnie (w linii prostej) pod punktem podparcia (lub zawieszenia) – wówczas siły grawitacji i reakcji na nacisk oraz momenty tych sił zerują się.



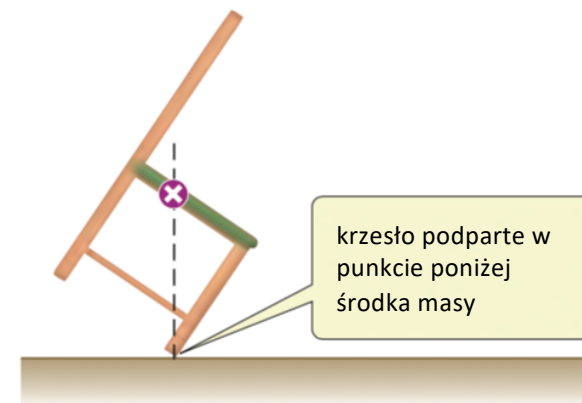
Równowaga trwała i nietrwała

równowaga trwała



na ciało lekko wyprowadzone ze stanu równowagi działają siły i momenty sił dążące do przywrócenia pozycji równowagowej

równowaga nietrwała



lekkie zaburzenie wyprowadza ciało z położenia równowagi, do którego już ono nie wraca

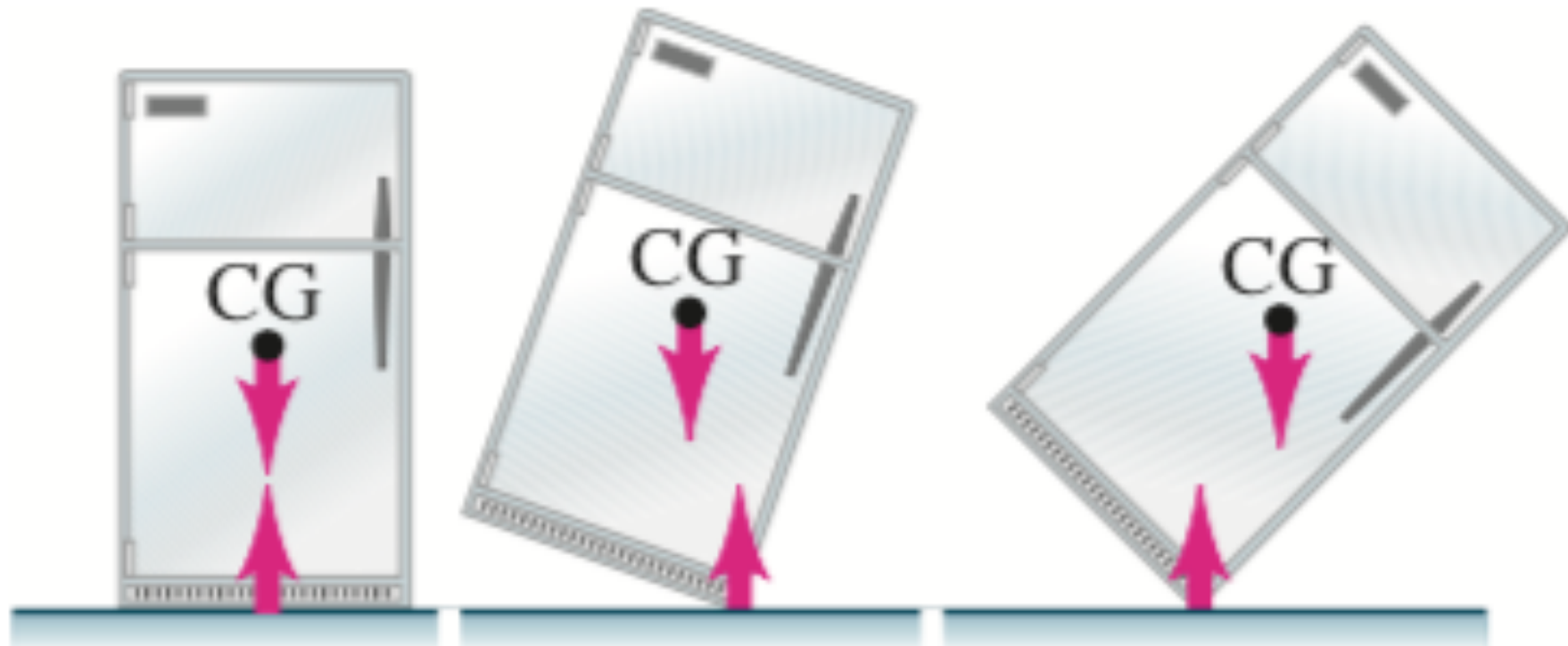
Środek masy, punkt podparcia

Jeżeli środek masy ciała znajduje się poniżej punktu podparcia (np. kulka na lince, kubek swobodnie wiszący na palcu) ciało na ogół znajduje się w równowadze trwałej.



Jeżeli środek masy jest powyżej punktu podparcia sytuacja może wyglądać różnie...

Czy stojąca lodówka znajduje się w równowadze trwałej?



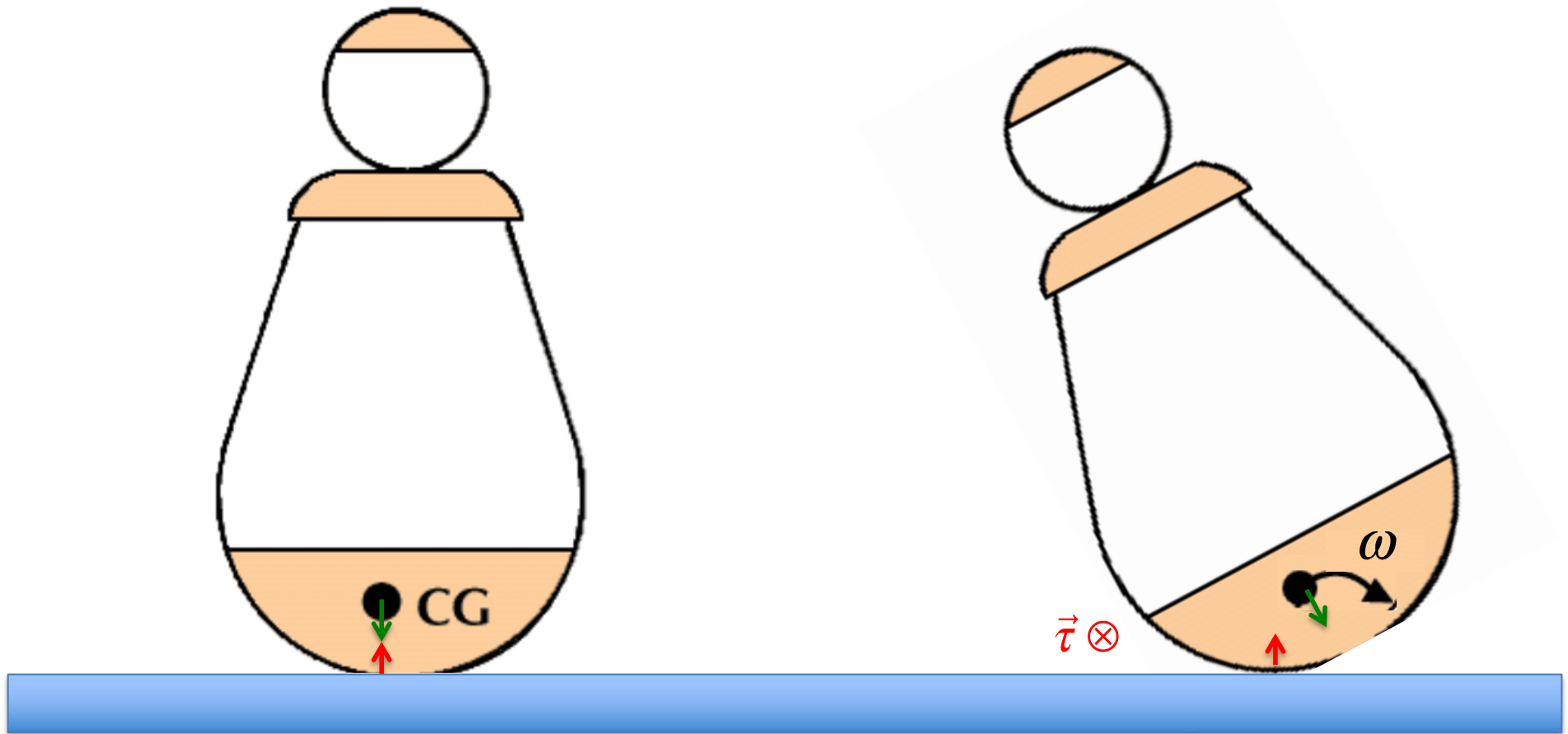
ciało w równowadze

moment siły podparcia
liczony względem środka
masy dąży do przywrócenia
pozycji początkowej
(równowaga trwała)

moment siły podparcia liczony
względem środka masy dąży do
przewrócenia lodówki na bok
(równowaga nietrwała)

Wańka - wstańka

Im niżej położony jest środek masy tym ciało jest bardziej stabilne.



Pojawia się moment siły podparcia liczony względem środka masy, który dąży do przywrócenia pozycji początkowej (równowaga trwała)