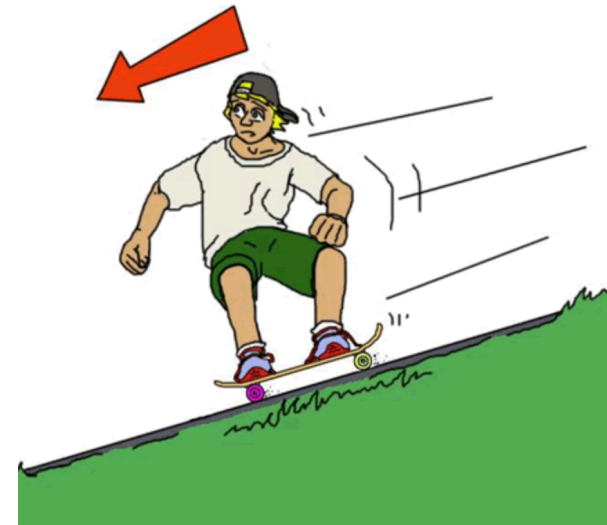
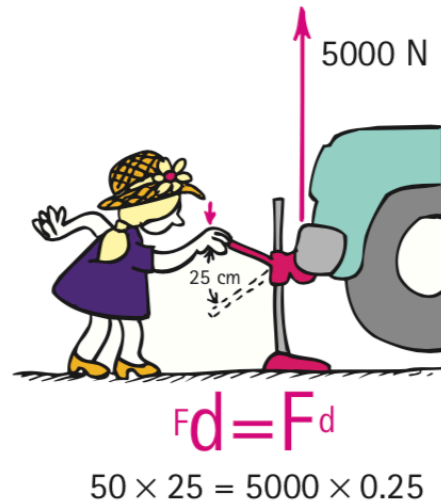
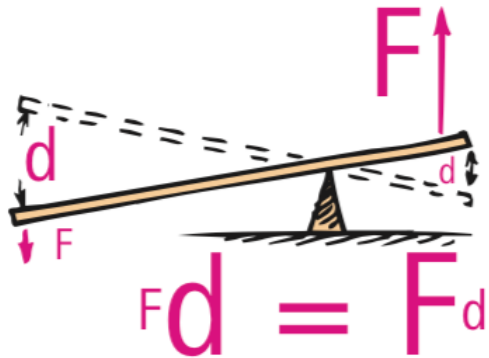


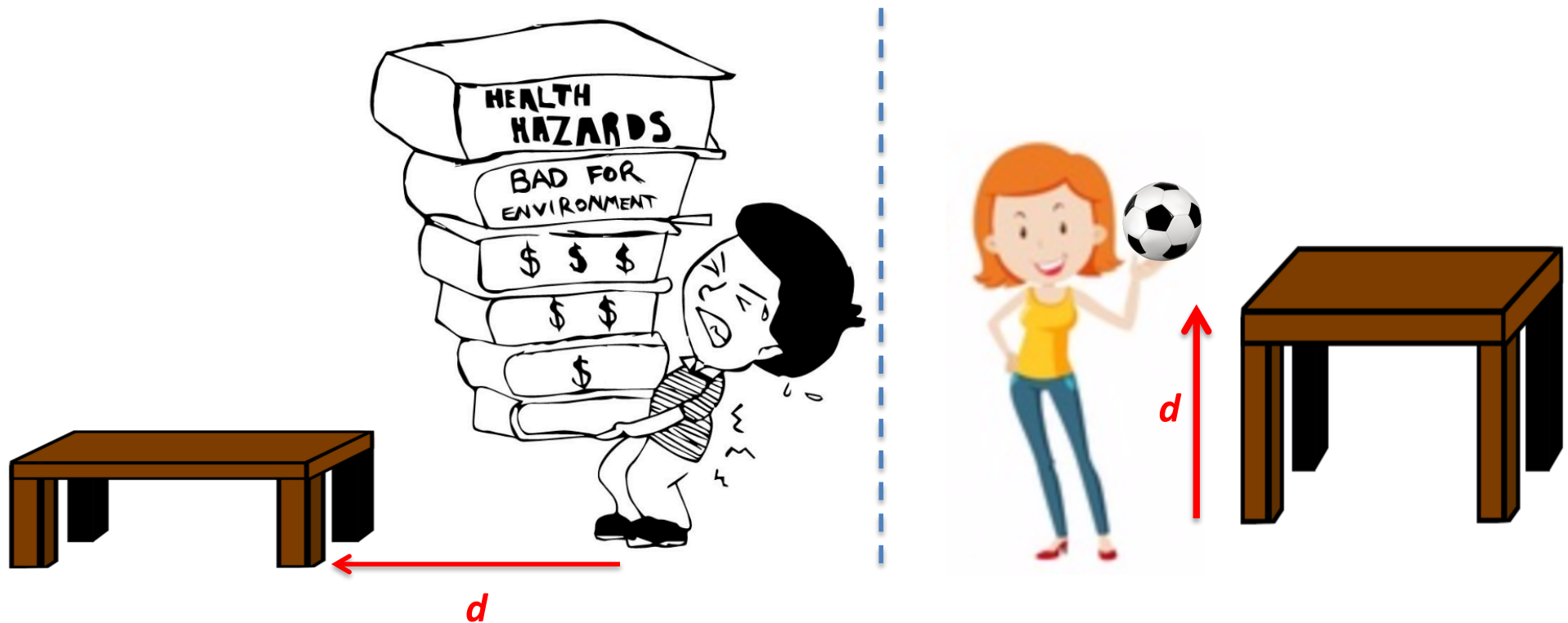
## Wykład 10

# Praca i energia kinetyczna



# Praca w języku potocznym

Kto wykonuje większą pracę?

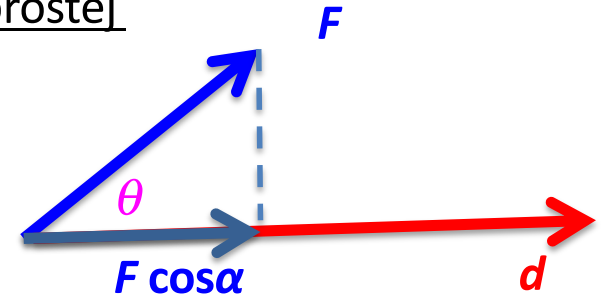


# Praca w fizyce

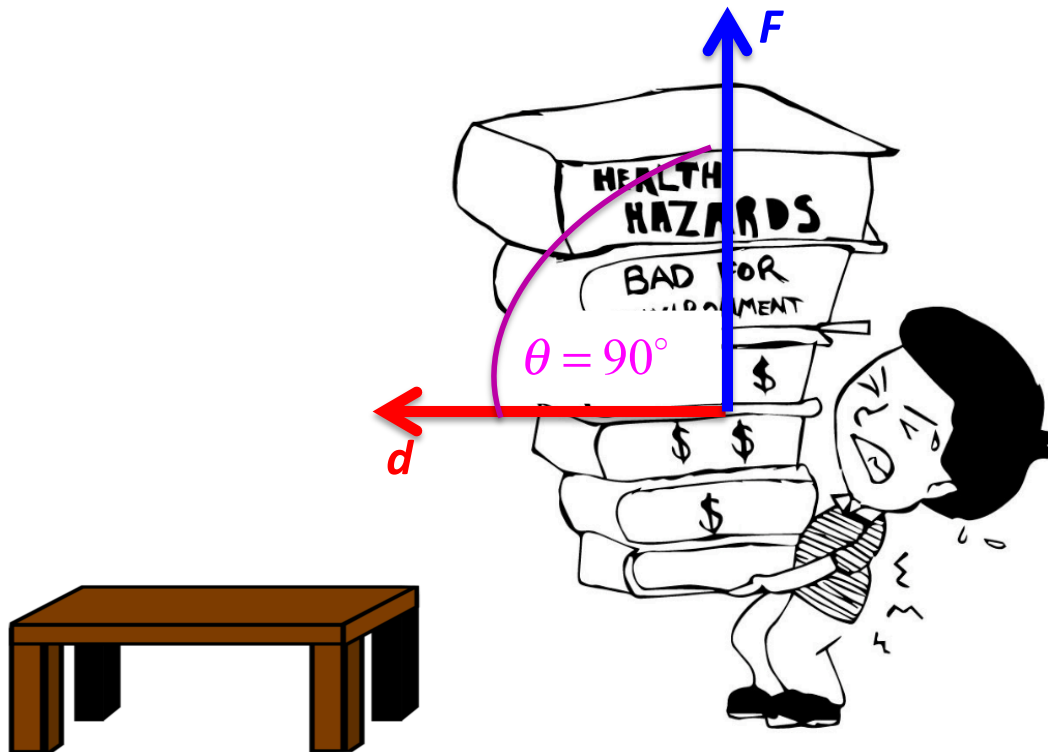
Praca siły stałej działającej na ciało przesuwane się wzdłuż linii prostej ma precyzyjną definicję:

$$W = \vec{F} \cdot \vec{d}$$

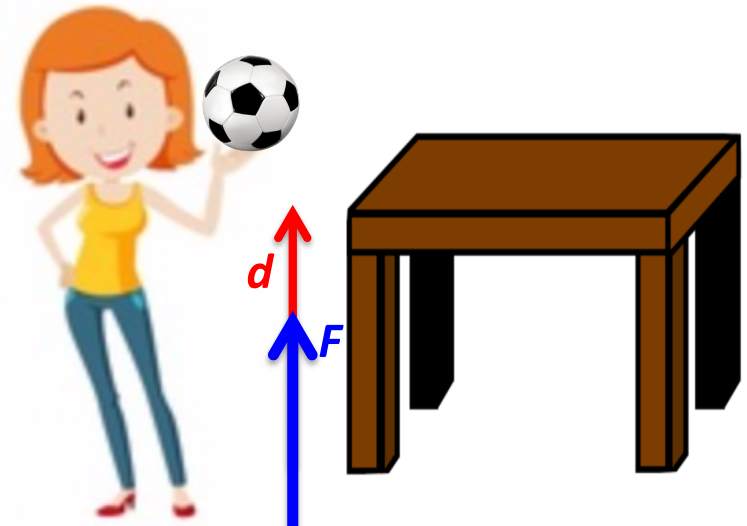
$$W = (F \cos \theta) \cdot d$$



jednostka  
Joule  $[J] = [N \cdot m]$

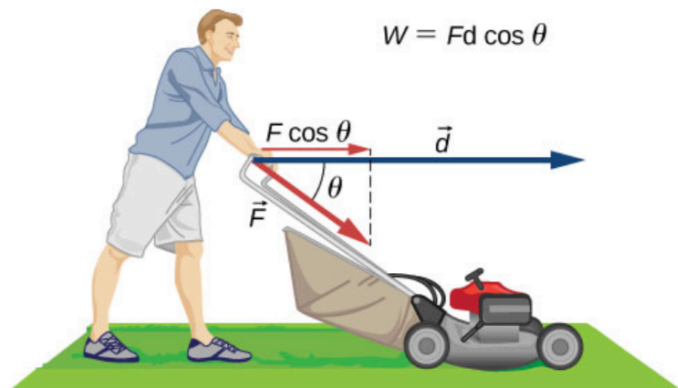


$$W = 0$$

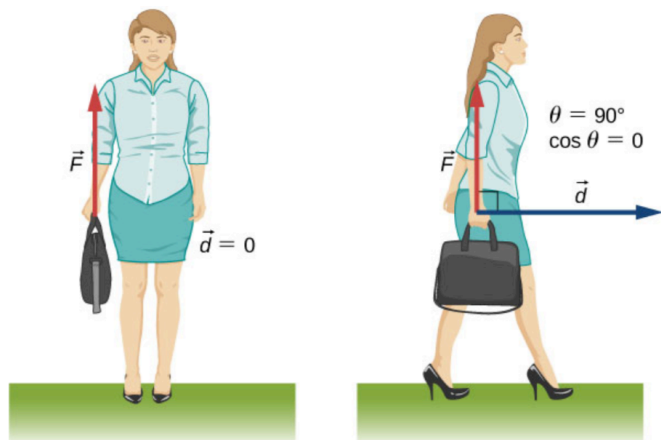


$$W = F \cdot d$$

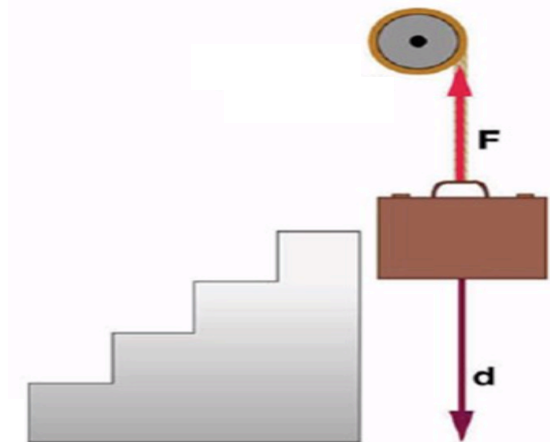
# Praca może być dodatnia, ujemna lub wynosić zero



Praca siły  $F$  jest dodatnia, gdy składowa tej siły w kierunku przesunięcia ma zwrot zgodny z tym przesunięciem,  $0^\circ \leq \theta < 90^\circ$  – składowa przyspiesza ciało



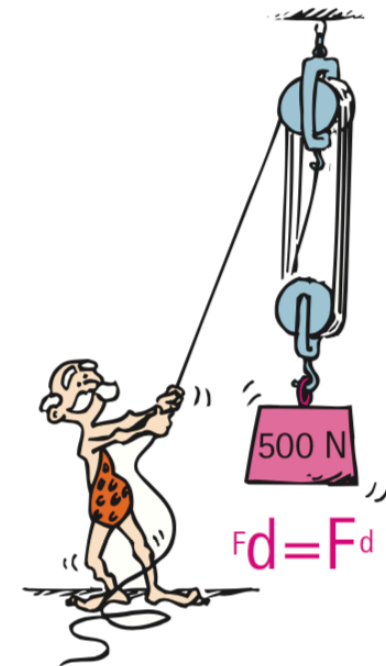
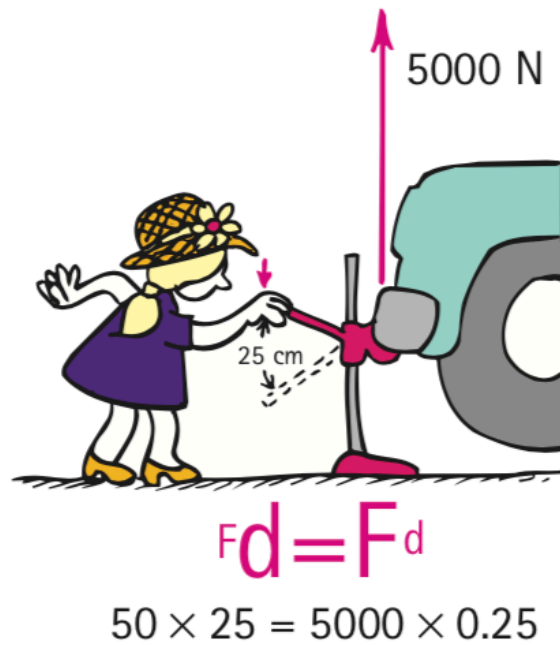
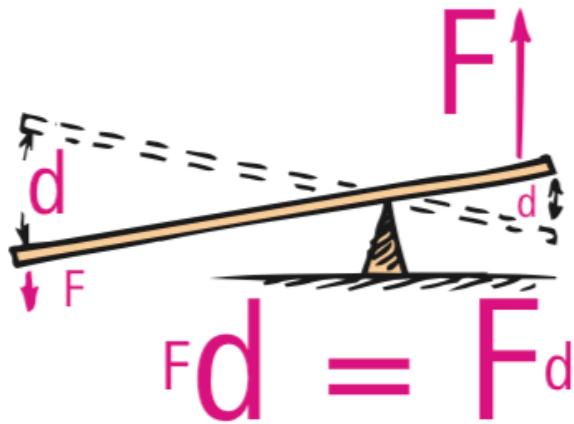
Praca siły  $F$  wynosi zero, gdy nie ma przesunięcia ( $d=0$ ) lub kiedy siła jest prostopadła do przesunięcia,  $\theta = 90^\circ$



Praca siły  $F$  jest ujemna, gdy składowa tej siły w kierunku przesunięcia ma zwrot przeciwny do przesunięcia,  $90^\circ < \theta \leq 180^\circ$  - składowa spowalnia ciało

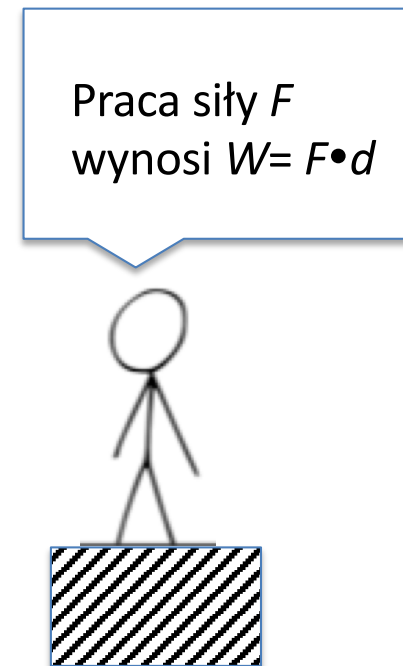
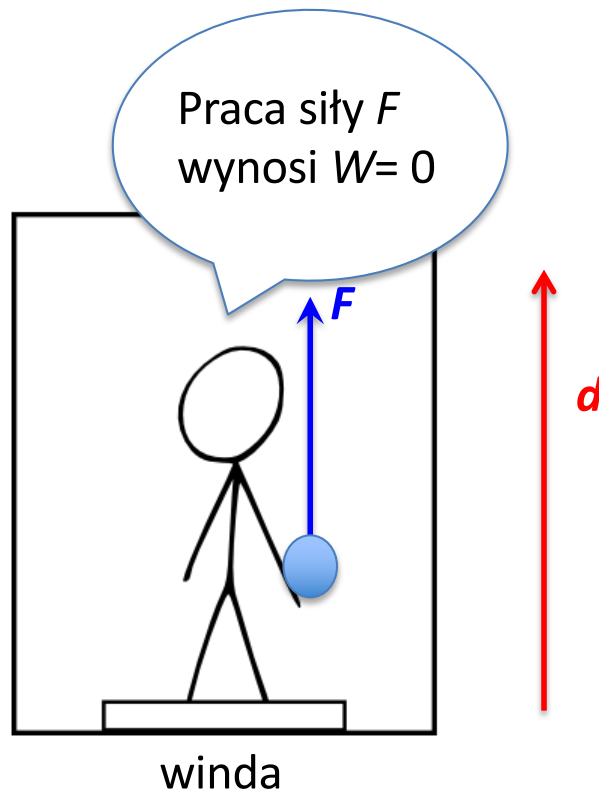
# Maszyny proste

Archimedes (287–212 p.n.e.): *Dajcie mi punkt podparcia, a poruszę Ziemię*



praca wykonana nad układem układ = praca wykonana przez układ

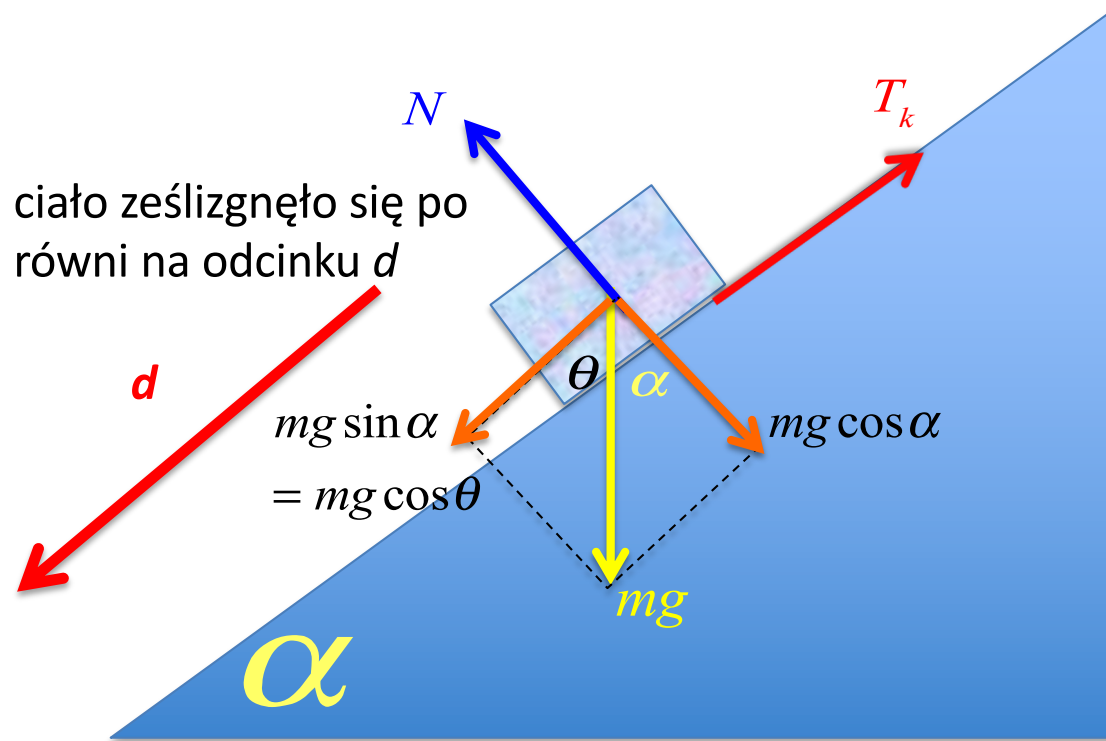
# Wartość pracy zależy od układu odniesienia



# Praca siły wypadkowej

Zwykle na przesuwane ciało działa więcej niż jedna siła.

Każda siła wykonuje pracę na swój koszt, niezależnie od innych sił działających na ciało.



$$W_N = 0$$

$$W_{T_k} = -T_k \cdot d$$

$$W_{mg} = (mg \cos \theta) \cdot d$$

$$\theta = 90^\circ - \alpha \Rightarrow \cos \theta = \sin \alpha$$

$$W_{tot} = W_N + W_{T_k} + W_{mg}$$

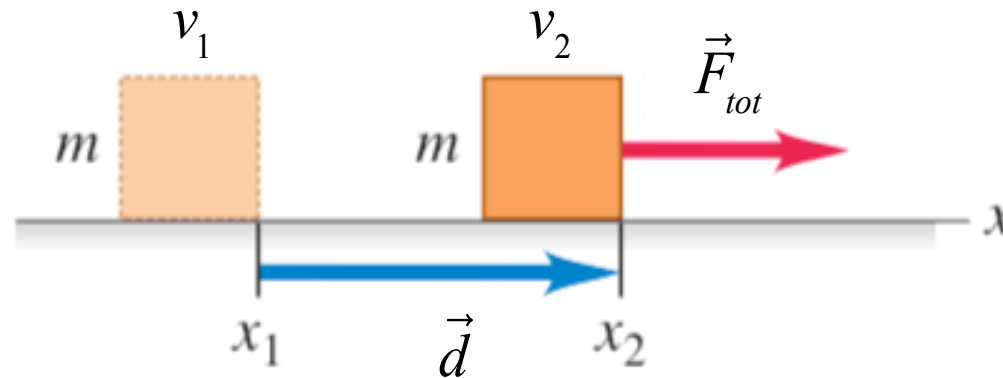
$$\vec{F}_{tot} = \vec{N} + \vec{T}_k + m\vec{g}$$

praca siły wypadkowej jest równa sumie prac wykonanych przez poszczególne siły składowe

$$W_{tot} = \vec{F}_{tot} \cdot \vec{d} = \vec{N} \cdot \vec{d} + \vec{T}_k \cdot \vec{d} + m\vec{g} \cdot \vec{d} = mg \cos \theta \cdot d - T_k \cdot d$$

# Energia kinetyczna oraz jej związek z pracą siły wypadkowej

Ciało o masie  $m$  przyspieszane jest na dystansie  $d$  od prędkości  $v_1$  do prędkości  $v_2$  przez stałą siłę wypadkową  $F_{tot}$ . Tarcie można zaniedbać.



$$\begin{cases} x_2 = x_1 + v_1 t + \frac{1}{2} a t^2 \\ v_2 = v_1 + a t \end{cases} \longrightarrow a = \frac{v_2 - v_1}{t} \longrightarrow x_2 - x_1 = \frac{(v_2 + v_1)}{2} t$$

$$\text{Praca: } W_{tot} = F_{tot} \cdot (x_2 - x_1) = m a \frac{(v_2 + v_1)}{2} t = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2$$

$$E_K = \frac{1}{2} m v^2$$

energia kinetyczna

$$W_{tot} = \Delta E_k = E_{k2} - E_{k1}$$

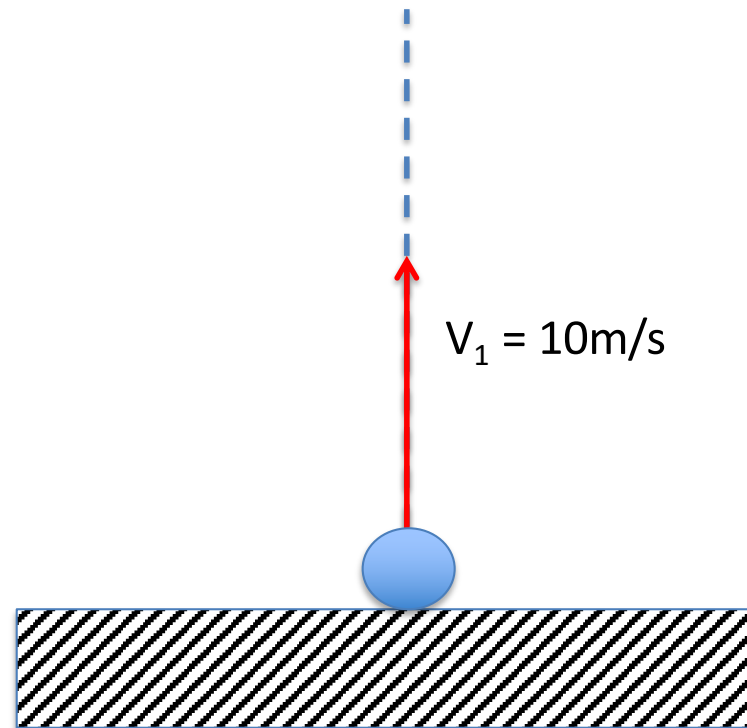
praca wykonana przez siłę wypadkową jest równa zmianie energii kinetycznej ciała



# Energia kinetyczna oraz jej związek z pracą siły wypadkowej

przykłady zastosowania

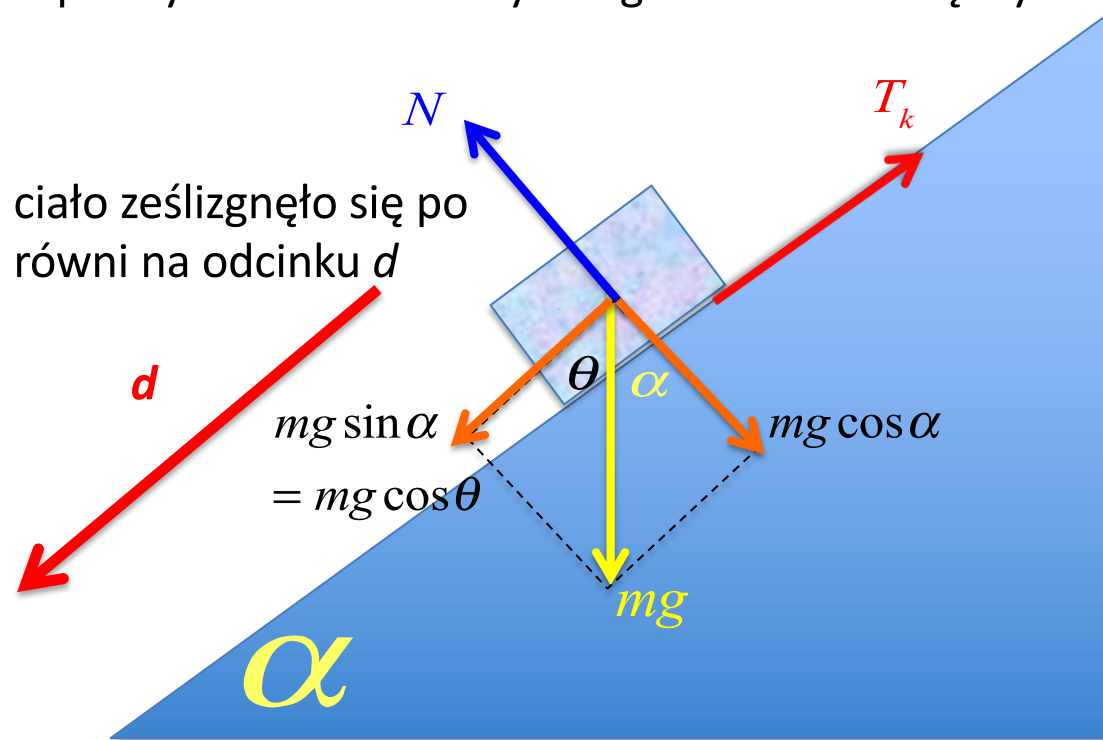
Na jaką wysokość wzniesie się ciało podrzucone pionowo do góry z prędkością początkową  $v_1 = 10 \text{ m/s}$ ?



# Energia kinetyczna oraz jej związek z pracą siły wypadkowej

przykłady zastosowania

Jaką prędkość osiągnęło ciało o masie  $m = 1$  kg ześlizgujące się w dół po równi pochyłej o kącie nachylenia  $\alpha = 30^\circ$  po przebyciu drogi  $d = 0.1$  m? Ciało początkowo spoczywało. W spólczynnik tarcia kinetycznego ciała o równię wynosi  $\mu_k = 0.5$ .



ciało ześlizgnęło się po równi na odcinku  $d$

$$\mu_k = 0.5$$

$$m = 1 \text{ kg}$$

$$\alpha = 30^\circ \Rightarrow \theta = 60^\circ$$

$$d = 0.1 \text{ m}$$

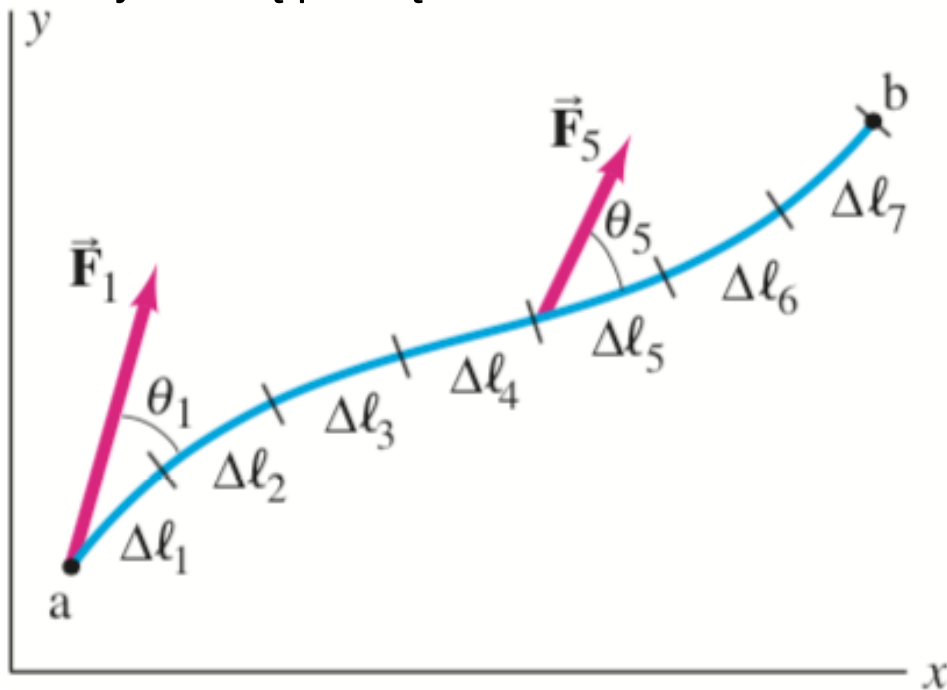
$$v_1 = 0 \text{ m/s}$$

$$W_{tot} = mg \cos \theta \cdot d - T_k \cdot d = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 \quad \longrightarrow \quad v_2 = \sqrt{1 - \sqrt{3}/2} \text{ m/s}$$

# Jak wyliczyć pracę siły zmiennej lub gdy tor nie jest linią prostą?

Przepis:

Ciało przesuwa się wzdłuż krzywej między punktami a i b – siła  $F$  nie jest stała co do wartości i kierunku oraz tor nie jest linią prostą.

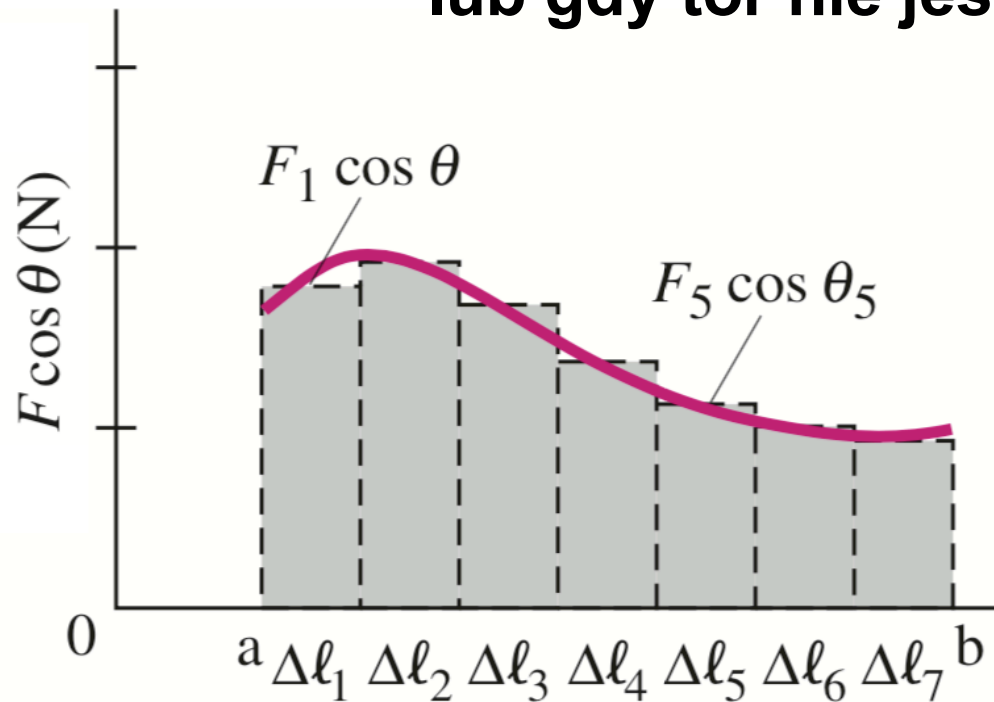


Dzieląc trasę na małe odcinki prostoliniowe  $\Delta l$ , na których siła prawie się nie zmienia, pracę tej siły możemy wyznaczyć w przybliżeniu:

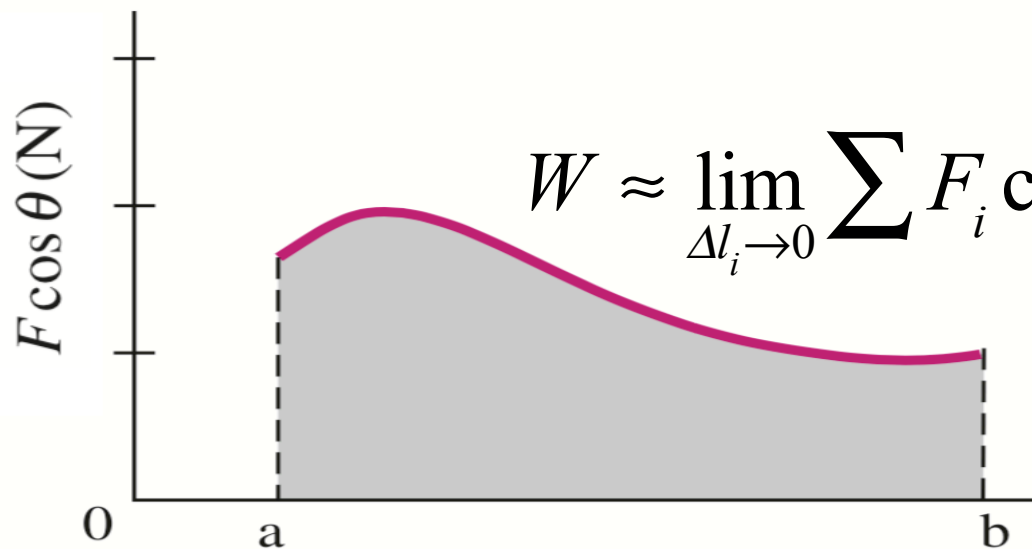
$$W \approx \sum_{i=1}^7 F_i \cos \theta_i \cdot \Delta l_i$$

zauważ, że  $F_i > 0$   
(jest to wartość bezwzględna siły  $F_i$ )

# Jak wyliczyć pracę siły zmiennej lub gdy tor nie jest linią prostą?



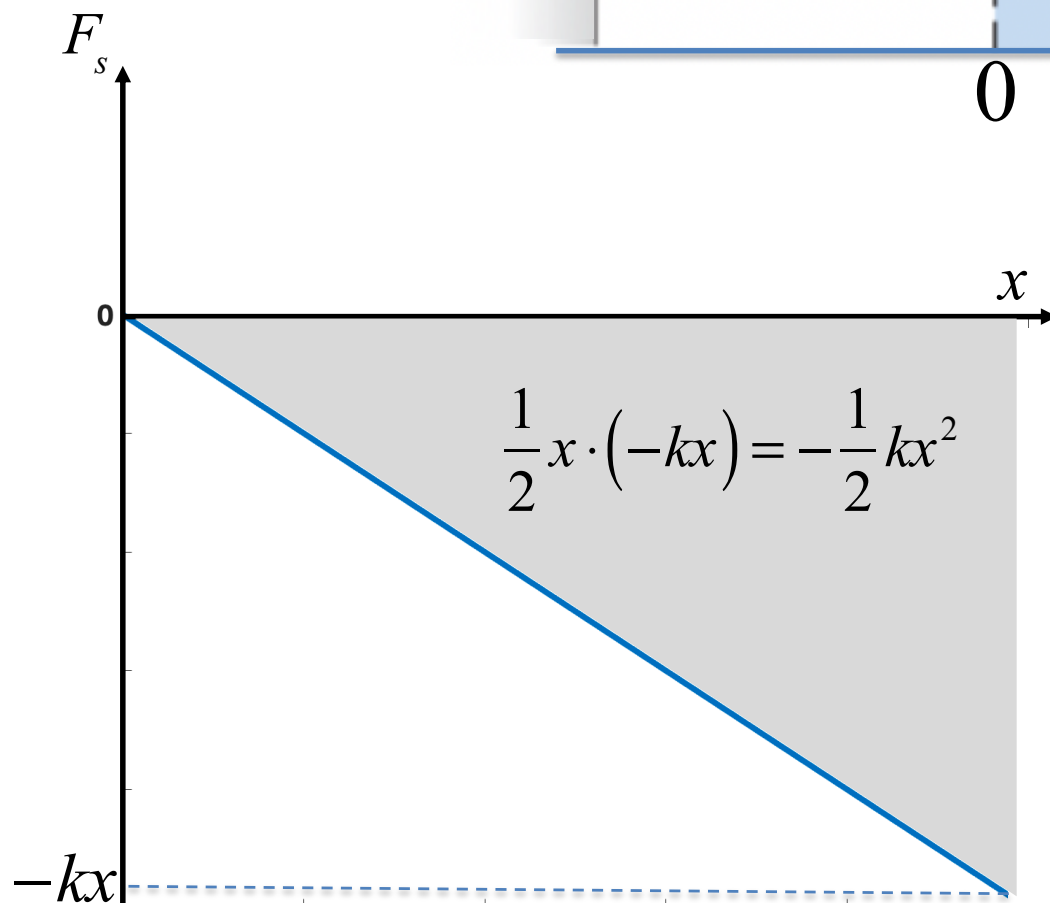
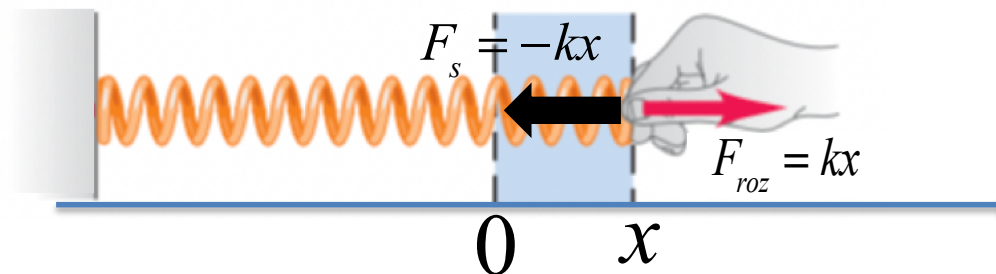
$$W \approx \sum_{i=1}^7 F_i \cos \theta_i \cdot \Delta l_i$$



$$W \approx \lim_{\Delta l_i \rightarrow 0} \sum F_i \cos \theta_i \cdot \Delta l_i = \int_a^b F \cos \theta \cdot dl$$

praca siły zmiennej jest równa polu pod wykresem składowej siły w kierunku przesunięcia ( $F \cos \theta$ ) w funkcji położenia

# Praca siły sprężystości podczas rozciągania (lub ściskania) sprężyny (siła zmienna, przesunięcie po linii prostej)



Praca wykonana przez siłę sprężystości:

$$W_{F_s} = -\frac{1}{2} kx^2$$

Praca wykonana przez siłę rozciągającą:

$$W_{F_{roz}} = \frac{1}{2} kx^2$$

# Energia kinetyczna oraz jej związek z pracą siły wypadkowej

przykłady zastosowania

W kierunku sprężyny, po idealnie gładkiej powierzchni, porusza się ciało o masie  $m = 5\text{ kg}$  z prędkością  $v_0 = 6\text{ m/s}$ . Stała sprężystości sprężyny wynosi  $k = 500\text{ N/m}$ . Na jakiej długości sprężyna zostanie ściśnięta? Zaniedbać tarcie.

