

# Fizyka w Szkole

CZASOPISMO DLA NAUCZYCIELI

332 (LIX) indeks 35810X

CENA 22,50 zł (w tym 5% VAT)

## Rok 2014 Rokiem Krystalografii

Refleksja  
i praktyczne porady

Historia jednego wynalazku  
Kuchenka  
mikrofalowa



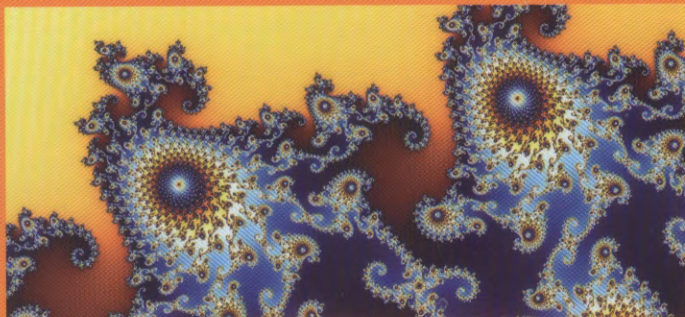
### Problemy dydaktyki

Czy fizyką można  
zaciekać każdego?

O nauczaniu przedmiotów ścisłych

Doświadczenia pouczające  
i niebanalne

## O żyroskopach...



Świat po przejściach  
Fraktale i ekonomia



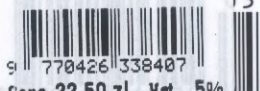
Przyszli  
polscy  
astronauci  
i konstruktorzy

82070301405003

Fizyka w Szkole

3/14

15



Cena 22,50 zł Vat 5%

# Fizyka i zabawki – wyjść poza fenomenologię

## O żyroskopach, systemie słonecznym i momencie pędu

Krzysztof Służewski, Grzegorz Karwasz

### Streszczenie

Rozpowszechnienie się prostej, interaktywnej dydaktyki pod umownym hasłem „Fizyka i zabawki” daje możliwość przejścia na wyższy etap dydaktyki – tworzenia interdyscyplinarnych i wielopoziomowych struktur wiedzy i umiejętności. Opisujemy przykłady wykorzystania prostych eksponatów dydaktycznych (PED) w postaci różnego rodzaju bączków i giroskopów do konstruowania złożonych tematów poznawczych w kontekście ich trzech funkcji: dydaktycznej, ludycznej i naukowej. Ilustracje zamieszczone w artykule są w wersji internetowej rozwinięte w postaci klipów filmowych.

### Wstęp

Wystawy interaktywne z fizyki liczą 15 lat [1, 2]. Ich sukces, zamieniony na rozkwit centrów nauki nie tylko w Warszawie, ale i w większości miast wojewódzkich, setki tysięcy zwiedzających i niezliczone eksponaty dokonały rewolucji w dydaktyce fizyki, niestety nieco

niedokończonej: ciągle warstwa fenomenologiczna („Ja już podobny eksponat widziałem!”) dominuje nad konstruowaniem ścieżek poznawczych – zob. [3].

Eksponat na wystawie nie jest celem samym w sobie, powinien służyć założonej przez organizatora określonej treści fizycznej. Forma, kolor, wielkość (i nazwa) są w tym kontekście przypadkowe, bo są do tej treści przyporządkowane. Co więcej, podobny obiekt może służyć wyjaśnieniu różnych pojęć. W tym artykule omawiamy kilka najpopularniejszych (i najtańszych) obiektów, jak giroskopy i bączki. Uporządkujemy je jednak nie według form, lecz według treści dydaktycznych, zaczynając od przykładów pozornie oczywistych, ale rozszerzając na możliwe dodatkowe treści nie tylko z fizyki.

### Zachowanie momentu pędu

Dużego dziecięcego bąka, łatwego do rozkręcenia wykorzystamy przede wszystkim do pokazania zasady zachowania pędu: wirujący bąk utrzymuje się w pozycji pionowej, bo zachowuje wielkość fizyczną zwaną momentem pędu. Mimo

że nie ma formalnie momentu pędu w podstawie programowej, nie jest to wielkość intuicyjnie obca. Tylko w komicznych filmach animowanych zdarza się, że pędzące koło skręca w przecznicę za uciekającym kotem. Zasady zachowania mechaniki są bowiem wbudowane w nasz podstawowy system motoryczny: kamień doleci w moim kierunku tylko wtedy, kiedy w moim kierunku już leci (= zasada zachowania pędu). Urwane koło samochodowe potoczy się zawsze „na wprost”.

Wytłumaczenie zasady zachowania nie musi korzystać z samego pojęcia momentu pędu. Uczniowi wystarczy stwierdzenie: „Tocząca się moneta zachowuje swój kierunek wirowania, podobnie jak rozkręcony bąk”.

Jak to pokazujemy za pomocą ciężkiego i płaskiego bąka drewnianego, podpartego na patyku, a wykonanego przez rzemieślnika z miejscowości Matsushima na północy Japonii (rys. 2), moment pędu jest wielkością, którą można przesuwać z miejsca na miejsce. Podpórka można przenosić ruchem translacyjnym, pochyłać, bąka podrzucać, a moment pędu (kierunek wirowa-



Rys. 1. Kręcące się obiekty zachowują kierunek wirowania – mówimy o zachowaniu momentu pędu: a) duży, energicznie rozkręcony bąk stoi idealnie pionowo; b) popchnięty „do tyłu” odchyła się w prawo, zgodnie z równaniem (8); c) moneta tocząca się po równi pochyłej również się nie przewraca; przechylona „zakręca” w kierunku przechylenia (fot. K.S.)



Rys. 2. Ilustracja zasady zachowania momentu pędu: a), b) za pomocą ciężkiego drewnianego bąka podpartego w jednym punkcie (Matsushima, zbiory G.K.), w tle rysunki kwarków autorstwa dr. T. Wróblewskiego (Akademia Pomorska w Słupsku); c) bąk Neutron (Questacon, Canberra) rozkręcany indukcyjnie elektromagnesem umieszczonym w podstawie; można go podrzucić i złapać – przez cały czas zachowuje kierunek ruchu (zbiory G.K., fot. K.S.)

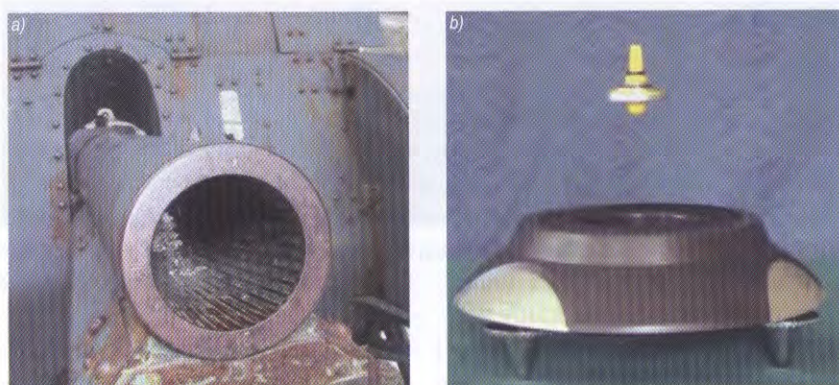
nia bąka) nie zmienia się. Podobne doświadczenie, ale z bąkiem roz-pędzonym w specjalnym elektrycznym talerzyku pochodzi z Australii. Doświadczenie z przesuwaniem momentu pędu równie dobrze można wykonać z talerzem (plastikowym) rozkręconym na patyku.

Zachowanie momentu pędu jest wykorzystywane w artylerii – gwintowanie wewnętrznej powierzchni rur armat jest sposobem na zachowanie kierunku lotu pocisku, a przez to zminimalizowanie efektów oporu powietrza. Zasięg koziołkującego pocisku jest znacznie bliższy, a tor bardziej nieprzewidywalny niż pocisku, który obraca się wokół kierunku swojego ruchu.

Spostrzegli to też starożytni Indianie, którzy formowali lotki swoich strzał w ten sposób, aby te w czasie lotu obracały się. Zapewne któryś z nich, wytwarzając strzały przed polowaniem, przypadkowo przykleił pióra lotki krzywo, niedbale, spiralnie i potem okazało się, że ta strzała jest dużo celniejsza od innych strzał.

### Sumowanie momentów pędu

Moment pędu jest wektorem i podobnie jak inne wektory podlega sumowaniu. Zaczniemy od astronomii. Zasada zachowania momentu pędu jest nie mniej ważna niż zachowanie energii i pędu – wirowanie Ziemi pozwala na zachowanie stałego nachylenia jej osi do ekliptyki. Z zasady



Rys. 3. a) Działo z I wojny światowej z fortu w Folgarii (Trydent, Włochy); widoczne wewnątrz lufy wzdłużne nacięcia są ustawione w linii spiralnej – wylatującemu pociskowi zostaje nadany ruch obrotowy wzdłuż jego osi (fot. Maria Karwasz); b) ruch obrotowy małego magnesu jest niezbędny do jego stabilnego zawieszenia nad układem odpychających biegunów w podstawie lewitronu [4] (K.S.)

zachowania momentu pędu w ruchu dookoła Słońca wynikają prawa Keplera, w szczególności drugie o stałej powierzchni zakreślanych pól przez promień wodzący planety.

Trudne do zrozumienia ruchy pozorne Słońca, Księżyca, nieba i planet stają się proste dzięki tej zasadzie. Słońce wędruje po nieboskłonie w ciągu dnia ze strony lewej na prawą, podobnie jak Księżyc (w ciągu jednej nocy). Ale oprócz tego Księżyc przesuwają się co noc z prawej strony nieco bardziej w lewo (a Słońce w ciągu roku na tle zodiaku w tym samym kierunku). Trudne jest to do zapamiętania, chyba że spojrzymy na cały Układ Słoneczny z góry.

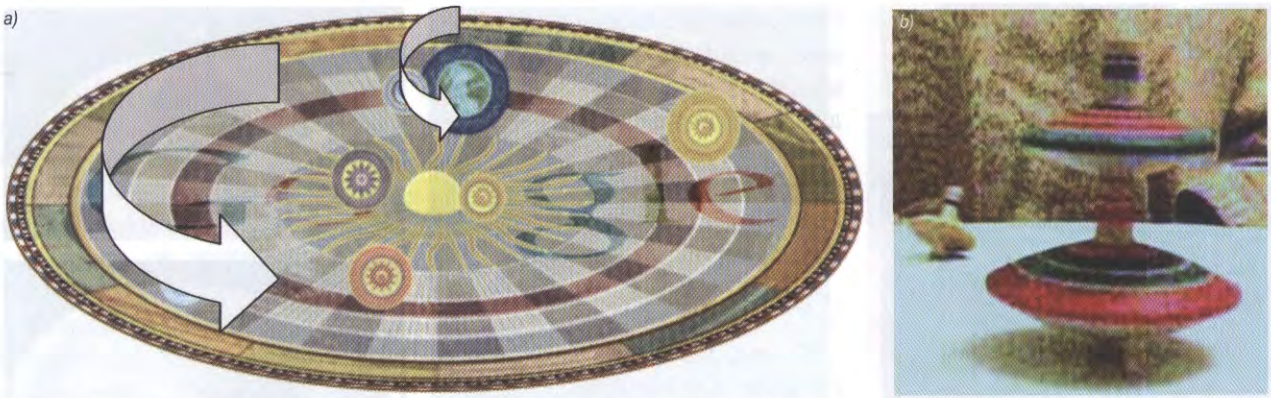
Słońce i planety powstały z rozkręconej mgławicy protoplanetarnej, więc wirują<sup>1</sup> i krążą dookoła Słońca w tym samym kierunku,

zachowując początkowy moment pędu – patrząc z bieguna północnego Ziemi w kierunku przeciwnym do ruchu wskazówek zegara, zob. na rys. 4a piękną animację Google<sup>2</sup> wzorowaną na kopernikańskiej rycinie *Harmonia macrocosmica* Andreasa Cellariususa z XVII wieku. Doodle kopernikański jest piękną ilustracją zasady zachowania momentu pędu w skali kosmicznej. Wektor sumarycznego momentu pędu Układu Słonecznego jest skierowany na rysunku w górę – wektory momentów pędu obrotu planet i momenty pędu ich obiegu dookoła Słońca są ustawione w podobnym kierunku (choć nie jest on dokładnie taki sam, zob. dalszą dyskusję o precesji).

Zauważmy przy okazji, że określenie *kierunek ruchu wskazówek zegara* nie jest niczym innym jak

<sup>1</sup> Jedynie Wenus wiruje w odwrotną stronę raz na 9 miesięcy, a Uran w „poziomie”. Przymuszcza się, że w trakcie zamierzonej przeszłości dochodziło do zdarzeń (zderzenia), które zmieniły kierunki obrotu tych planet.

<sup>2</sup> <http://www.google.com/doodles/nicolaus-copernicus-540th-birthday> [dostęp: 23.04.2014].



Rys. 4. a) Animacja z Google z okazji 540. rocznicy urodzin Kopernika (za pozwoleniem Google.com); b) cały układ planetarny i Słońce były ponad 4,5 mld lat temu zbiorem bączków wirujących w tym samym kierunku, jak ten stosik drewnianych bączków z Matsushimy; spadający bąk zrucany jest w kierunku zgodnym z momentem pędu całego układu; zob. film w wersji internetowej (zbiory G.K.)

opisem kierunku ruchu wskazówki zegara słonecznego (a właściwie jego cienia), ale na półkuli północnej. Na półkuli południowej cień gnomonu porusza się w kierunku przeciwnym do ruchu cienia znanych nam zegarów (rys. 5a). Słońce wschodzi na wschodzie, zachodzi na zachodzie, ale w samo południe wskazuje geograficzną północ. Gdyby więc astronomia i geografia powstały na półkuli południowej, to zegary kręciłyby się w przeciwnym kierunku, jak to żartobliwie pokazujemy na rys. 5b, na globusie zaś Europa byłaby do góry nogami.

Zasadę sumowania momentów pędu możemy też pokazać w skali klasy szkolnej za pomocą efektywnego, ale bardzo niebezpiecznego doświadczenia z kołem rowerowym i obrotowym krzesłem. Sadzamy (silnego) ucznia na obrotowym krzesle, rozkręcamy koło rowerowe, trzymając oś pionowo, i wręczamy je uczniowi. Po odwróceniu koła do góry nogami (wymaga to sporej siły)

krzesło, uczeń i koło z jego osią zaczynają się kręcić w stronę przeciwną do nowego kierunku wirowania (wokół swej osi) rowerowego koła. Nowy sumaryczny moment pędu całego układu jest równy momentowi początkowemu samego tylko koła (zob. film w wersji internetowej).

Można też rozpocząć doświadczenie od koła trzymanego pionowo (tzn. z poziomą osią): po ustawieniu przez ucznia osi koła w pionie krzesło zaczyna wirować. Nieco trudniej jest jednak wyjaśnić, gdzie się podział początkowy moment pędu (ustawiony poziomo). Otóż układ krzesło + uczeń + koło nie jest układem izolowanym – to siła tarcia krzesła o podłogę pozwala na obrócenie koła z orientacji poziomej na pionową, ale też w trakcie tego manewru uczeń jest z krzesła „wyrwany” w kierunku poziomym. Będzie to jasne przy omawianiu precesji.

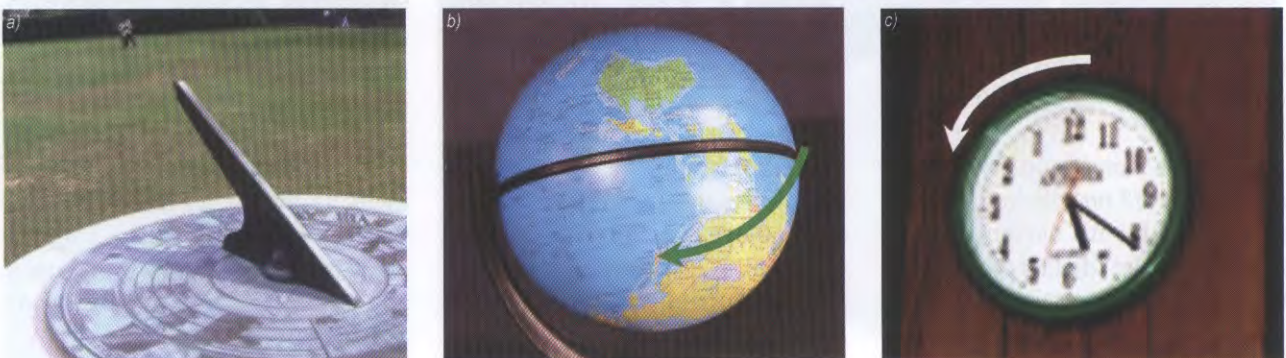
Uczeń, aby uniknąć upadku (z kręcącego się krzesła, trzymając ciężkie, rozkręcone koło ze

szprychami w rękach), musi silnie docisnąć lędźwie do oparcia krzesła: w ten sposób środek ciężkości układu krzesło + koło + uczeń umiejscawiamy na osi obrotu krzesła oraz mniejsze są momenty sił wyrywające koło z rąk ucznia w trakcie manewrowania i przewracające krzesło.

### Moment pędu jako pseudowektor

Poprzednie doświadczenie uzmysławia nam dość szczególny charakter pojęcia momentu pędu. Przy obracaniu koła do góry nogami początkowy i końcowy moment pędu całego układu jest taki sam, ale koło kręci się w drugą stronę. Nie bardzo potrafimy umiejscowić wektory momentu pędu – na rys. 4 narysowaliśmy jedynie kierunki wirowania i obiegu.

Trudności w definiowaniu kierunku momentu pędu wynikają z jego szczególnego charakteru jako wektora – nie ma on punktu zaczę-



Rys. 5. a) Zegar słoneczny w parku w Sydney: godzina IIII z lewej strony jest wyżej niż godzina V – wskazówka (tj. jej cień) przesuwa się w odwrotnym kierunku niż wskazówki znanych nam zegarów; spróbuj wykonać to doświadczenie w Polsce; b) gdyby geografia powstała na półkuli południowej, szkolne globusy wyglądałyby jak ten zakupiony w Australii; c) ścienne zegary chodziliby w kierunku odwrotnym niż ten z baru piwnego w Niemczech (fot. G.K.)



Rys. 6. Sumowanie momentów pędu na obrotowym krześle. Uwaga – doświadczenie bardzo niebezpieczne; uczeń powinien stabilnie siedzieć na krześle, dociskając łądźwie do oparcia, aby uniknąć upadku (fot. K.S.)

pienia, czyli jest pseudowektorem. Dobitnie ilustruje to przykład tzw. tippe-top z kolekcji „Fizyka i zabawki” (zob. rys. 7). Bąk ten, nieco dziwny, jako że w odróżnieniu od innych podejrzanie pękaty (wrócimy do zagadnienia nieco później), silnie rozkręcony odwraca się do góry nogami. Bąk dla obserwatora zewnętrznego wiruje w tym samym kierunku, a dla obserwatora wewnątrz bąka kierunek wirowania się odwraca. Wektor momentu pędu  $L$  zaczepiamy tradycyjnie na osi wirowania. Jeśli bąk wiruje tak jak Ziemia, czyli z zachodu na wschód, to zarówno prędkość kątową  $\omega$ , jak i moment pędu  $L$  wskazują kierunek bieguny północnego (rys. 7).

Moment pędu  $L$  w fizyce szkolnej (a nawet uniwersyteckiej) obliczamy z prędkości kątowej  $\omega$  jako:

$$L = I\omega, \quad (1)$$

gdzie czcionką wytłuszczoną oznaczamy wektory (lub macierze, czyli tensory).

I jest tzw. momentem bezwładności, np.  $I = 2/5 mr^2$  dla kuli o masie  $m$  i promieniu  $r$  itd. dla innych brył, ale w szkolnej dydaktyce zawsze osiowo symetrycznych. Ogólnie

rzecz ujmując, moment bezwładności wokół dowolnej osi jest matematycznie macierzą kwadratową, a w terminologii fizycznej – tensorem  $I_{\mu\nu}$  o rozmiarach  $(3 \times 3)$ . Aby otrzymać wektor momentu pędu, musimy wymnożyć wektor prędkości kątowej przez tę macierz:

$$L = I_{\mu\nu} \omega. \quad (2)$$

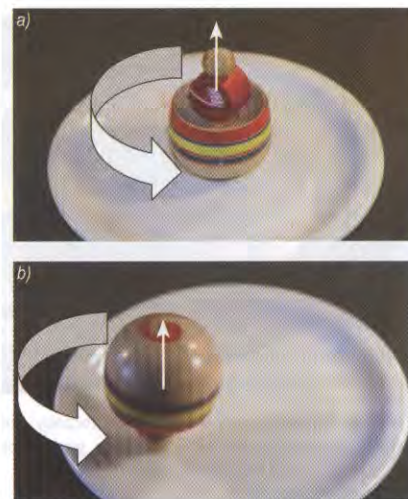
O tym, jak się mnoży wektory i macierz, Czytelnik może przeczytać w (nadal) nadzwyczajnej książce W. Rubinowicza i W. Królikowskiego [5, s. 288] lub w jakimkolwiek podręczniku ekonometrii [6]. Matematyczne trudności okazały się cenną metodologią przy dalszej analizie ruchu bąka, a szczególnie wirowania Ziemi. Tylko jeśli oś obrotu jest osią symetrii bąka, tensor staje się liczbą, a wektory  $L$  i  $\omega$  są równoległe, jak w fizyce szkolnej:  $L = I\omega$ .

Jest tak zwłaszcza wtedy, gdy ciało sztywne wiruje wokół stałej osi swobodnej. Wspomniana książka K. Rubinowicza i K. Królikowskiego stwierdza w tej kwestii [5, s. 326], że: „Ciało sztywne swobodne może przy braku sił i momentów sił zewnętrznych wykonywać ruch obrotowy wokół stałej osi  $L$  (przy czym  $\omega = \text{const}$ ), jeżeli oś ta ma kierunek główny tensora bezwładności i przechodzi przez środek masy ciała”. Z kolei kierunek główny tensora bezwładności to dla bąka jego oś symetrii i proste do niej prostopadłe.

### Zmiana momentu pędu

Wprowadzenie pojęcia wektora momentu pędu pozwala na dalsze rozwinięcie ścieżki dydaktycznej, i to w znaczeniu praw fizyki (techniki, geografii), a nie tylko zabawy. Wiemy, że rozkręcony bąk w miarę upływu czasu zaczyna się chybotać, a dokładniej – jego oś obrotu zaczyna powoli zakreślać stożek: bąk podlega precesji.

Takiej samej precesji podlega oś obrotu Ziemi, zataczając pełny



Rys. 7. Moment pędu (i prędkość kątową) jako pseudowektory – zaczepiamy je umownie na osi obrotu. W tippe-top<sup>3</sup> kierunek wirowania bączka po samoczynnej przewrocie dla obserwatora wewnątrz bączka zostaje odwrócony (fot. K.S.)

okrąg raz na około 26 tys. lat. Wiedział o tym już Kopernik, za starożytnymi, pisząc o trzech ruchach Ziemi: wirowaniu, obiegu dookoła Słońca i przesuwaniu się punktów równonocy<sup>4</sup>, czyli precesji osi obrotu. Zdziwiająco dokładnie przewidział okres tej precesji wynoszący 25 816 lat. Dokonał tego również na podstawie własnych obserwacji tzw. punktu równonocy, wykonanych m.in. na ścianach zamku w Olsztynie [7].

Nie wiedzieli o precesji Egipcjanie: komora grobowa faraona w piramidzie Cheopsa miała kanał-lunetę skierowaną na gwiazdę polarną. Niestety, minęło kilka tysięcy lat i gwiazda ta (Thuban w gwiazdozbiórze Smoka) nie jest już gwiazdą polarną<sup>5</sup>.

Aby określić przyczynę precesji, należy wykonać doświadczenie z dużym zabawkowym bąkiem. Jak pokazujemy na rys. 8, jest nią siła prostopadła do osi obrotu. Popychając szybko wirującego bąka krótkim, zdecydowanym uderzeniem, np. za pomocą ołówka, obserwujemy, jak po uderzeniu odchyła się, ale nie w kierunku działania siły, tylko w kierunku prostopad-

<sup>3</sup> [http://dydaktyka.fizyka.umk.pl/zabawki/files/mech/baczek\\_wst.html](http://dydaktyka.fizyka.umk.pl/zabawki/files/mech/baczek_wst.html) [dostęp: 23.04.2014].

<sup>4</sup> [http://dydaktyka.fizyka.umk.pl/nowa\\_strona/?q=node/371](http://dydaktyka.fizyka.umk.pl/nowa_strona/?q=node/371) [dostęp: 23.04.2014].

<sup>5</sup> [http://dydaktyka.fizyka.umk.pl/Pliki/KK\\_fragmenty/KK\\_r3\\_2\\_ISBN.pdf](http://dydaktyka.fizyka.umk.pl/Pliki/KK_fragmenty/KK_r3_2_ISBN.pdf) [dostęp: 23.04.2014].

łym zarówno do przyłożonej siły, jak i osi obrotu.

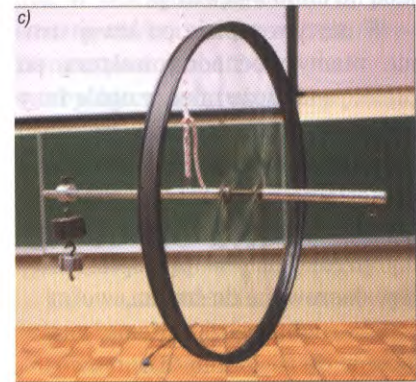
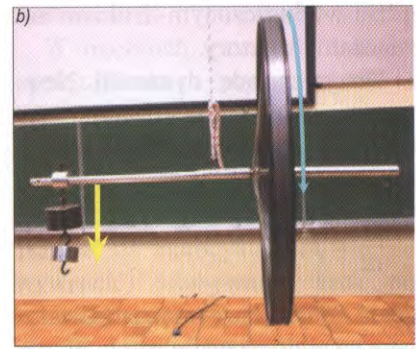
Podobnie jak poprzednio, dysponując kołem rowerowym, na osi możemy pokazać, że przyłożona siła powoduje odchylenie osi obrotu w kierunku prostopadłym. Koło zawieszamy, oś wyważamy przeciwwagą do poziomu, obręcz rozkręcamy, po czym zmieniamy nieco przeciwwagę (zob. film w wersji internetowej). Niezrównoważona część siły grawitacji wywołuje precesję osi koła w płaszczyźnie poziomej. Zmieniając przeciwwagę, zmieniamy zwrot przyłożonego momentu siły i powodujemy obrót osi koła w lewo lub w prawo. Oś przy tym nieco się pochyla, jak to wyjaśnimy równaniami nieco dalej.

Prostopadłość trzech kierunków: osi obrotu (czyli momentu pędu), działania siły i kierunku precesji wyjaśnia również jazdę na rowerze albo kierunek upadku monety z rys. 1b. Aby na rowerze skrócić w lewo, należy cały rower pochylić w lewo; upadająca na lewą stronę moneta również jednocześnie skręca tor ruchu w lewo (sprawdź!).

Możemy też wyjaśnić, dlaczego doświadczenie z obrotowym krzesłem jest niebezpieczne. Koło trzymane w pionie (jak na rys. 6) ma moment pędu skierowany poziomo. Aby go zmienić na kierunek pionowy, należy zadziałać siłą skierowaną również w poziomie, ale prostopadle do osi: na ucznia (i krzesło) działa siła w poziomie, „w bok”



Rys. 8. Precesja giroskopu (czytaj: „żyroskop”), białą i poziomo zawieszoną kołem rowerowym; a) na giroskop, nieco pochylony, działa niezrównoważona siła grawitacji, powodująca precesję dookoła osi pionowej; kierunek precesji zależy od kierunku wirowania giroskopu; b) i c) oś rozkręconego koła wychylamy od pozycji poziomej za pomocą przeciwwagi – całe koło z osią zaczyna się powoli obracać w poziomie (fot. K.S.)



– uczeń spadnie z krzesła lub przewróci się na bok razem z nim.

Z Australii (Muzeum Nauki Questacon [3]) pochodzi proste technicznie, ale niezwykle cenne dydaktycznie UFO – kręcący się płaski bąk wewnątrz zewnętrznej kapsuły w kształcie latającego spodka. Rozpędzamy go za pomocą sznurka-zębatki. Domyślamy się, że UFO postawione na nóżce zachowuje oś obrotu. Ale nie tylko. UFO postawione na boku również pozostaje idealnie stabilne – nie toczy się jak moneta, ale wiruje jego wewnętrzna część. Najciekawsza jest jednak precesja UFO – nie tylko wizualnie, lecz także dydaktycz-

nie: UFO postawione na boku i odchylone od pionu zaczyna zataczać precesyjne stożki. Podobny eksponat kupiliśmy ostatnio w chińskim sklepie w Ząbkowicach Śląskich.

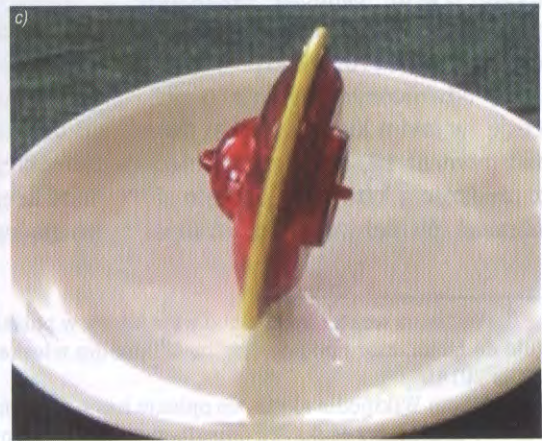
### Nieco o kierunkach (opcjonalnie)

Rozważania o kierunkach są dość trudne, ponieważ wynikają z różniczkowania wektorów. Zapiszmy zasadę zachowania momentu pędu jako:

$$L = \text{const}, \quad (3)$$

będącą analogią do pierwszej zasady dynamiki Newtona:

$$p = \text{const}, \quad (4)$$



Rys. 9. Australijskie rozkręcone UFO pozostaje stabilne po postawieniu i na osi, i na boku. Pochylone zaczyna dokonywać precesji (zob. film w wersji internetowej)

gdzie wytłuszczonym drukiem zaznaczamy wektory.

Drugą zasadę dynamiki Newtona zapisujemy w formie nieco bardziej skomplikowanej niż ta szkolna:

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \mathbf{F}, \quad (5)$$

gdzie  $\mathbf{F}$  jest siłą zewnętrzną działającą na ciało o pędzie  $\mathbf{p}$ .

W użytym zapisie po lewej stronie mamy pochodną wektora po czasie, a ta może mieć w ogóle inny kierunek niż sam wektor<sup>6</sup>. Zresztą to ostatnie stwierdzenie znamy z ruchu jednostajnego po okręgu – prędkość jest do okręgu styczna, a pochodna tej prędkości (= przyspieszenie) jest skierowana do środka.

Dla ruchu bączka mamy, analogicznie do równania (5):

$$d\mathbf{L}/dt = \mathbf{M}, \quad (6)$$

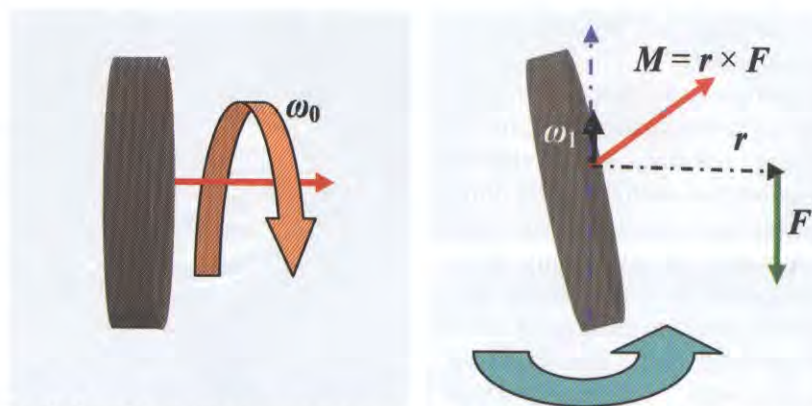
gdzie  $\mathbf{M}$  jest momentem siły: zmiana momentu pędu jest równa działającemu momentowi siły w jednostce czasu.

Dokładna interpretacja wzoru (6) jest niestety trudna, gdyż trzeba przywołać ścisły wzór na pochodną obracającego się wektora. Jedynie w przypadku ustalonej osi obrotu wzór (6) ma prostą interpretację: działający moment siły powoduje przyspieszenie obrotu. W przypadku swobodnej osi obrotu wzór (6) musimy zapisać jako:

$$\frac{d\mathbf{L}}{dt} = \frac{d(\mathbf{I}\boldsymbol{\omega})}{dt} = \frac{d'\boldsymbol{\omega}}{dt} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{I}\boldsymbol{\omega}, \quad (7)$$

gdzie  $d'\boldsymbol{\omega}/dt$  oznacza pochodną w układzie odniesienia obracającego się ciała [10, s. 335].

W odwróconym pytaniu o precesję (w jakim kierunku musi działać moment sił, aby koło wirujące z prędkością kątową  $\boldsymbol{\omega}_0$  zaczęło się obracać również wokół osi prostopa-



Rys. 10. Moment siły niezbędny do wprowadzenia koła wirującego z prędkością kątową  $\omega_0$  w precesję z prędkością kątową  $\omega_1$  jest prostopadły do tych dwóch prędkości kątowych. W konkretnym przypadku obrotu (jak na lewym rysunku) potrzebna jest siła działająca (na prawe ramię osi) w dół

dziej z prędkością  $\omega_1$ ?, zastosowanie wzoru (7) daje warunek [5, s. 339]:

$$\mathbf{M} = I_0 \boldsymbol{\omega}_1 \times \boldsymbol{\omega}_0, \quad (8)$$

gdzie  $I_0$  jest momentem bezwładności wzdłuż osi koła.

Możemy teraz wykonać stosowny rysunek (zob. rys. 8). Przypominamy, że iloczyn wektorowy  $\mathbf{c} = \mathbf{a} \times \mathbf{b}$  ma taki kierunek, jak w przypadku kręcenia korkociągiem z kierunku  $\mathbf{a}$  w kierunku  $\mathbf{b}$ .

Jeszcze raz korzystając ze wspomnianej książki [5], cytujemy, że gdyby elipsoidalna Ziemia [9] była bąkiem swobodnym, dokonywałaby precesji z okresem wynoszącym około 10 miesięcy. To oddziaływanie grawitacyjne Księżyca (i Słońca) na niesferyczne części elipsoidy (rys. 11 [5]) daje precesję z okresem równym około 26 tys. lat. Ale nie jest to koniec naszej kolekcji bączków (i przypadłości obrotu Ziemi). Są jeszcze nutacje odkryte w XVIII wieku.

### Bąk nutacyjny

Jeśli zrozumieliśmy już precesję, potrzebny jest bąk do ilustracji drugiego, mniejszego ruchu osi ziemskiej, tzw. nutacji<sup>7</sup>. Nutacje to małe kręgi zataczone przez bęgun wirującego bąka w miarę przesu-

wania się tego bęguna po stożku precesji. Nałożone na precesję dają esy-floresy (zob. rys. 11 [5]). Nutacje w przypadku Ziemi są spowodowane głównie przez ruch Księżyca dookoła Ziemi, niedokładnie w płaszczyźnie ekliptyki, i mają okres równy 18,6 roku. Wielkość nutacji osi Ziemi jest taka, że położenie zwrotnika zmienia się o kilkanaście metrów co rok<sup>8</sup>.

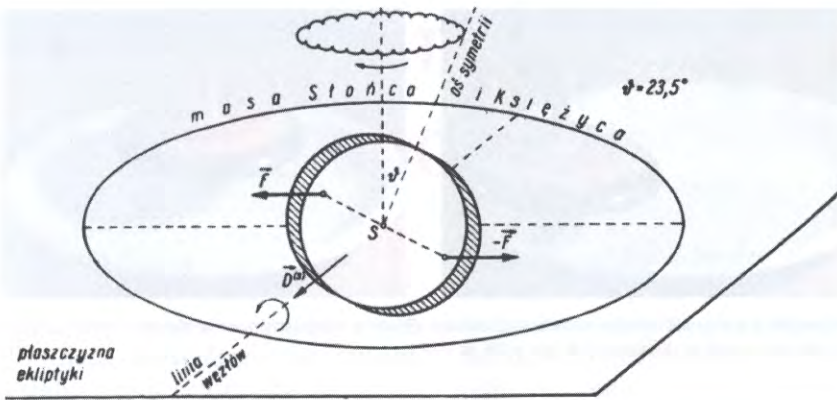
Mały, pękaty bączek, ale o długiej górnej osi, nazwiemy więc bąkiem nutacyjnym. Dzięki małej masie i wąskiej osi udaje się go szybko rozkręcić. Oś rozkręconego bąka wykonuje małe wahania, które wynikają z nierówności osi w punkcie podparcia.

Jeszcze lepszego bąka do pokazania typowych nutacji (małej spirali nałożonej na w miarę regularną trajektorię precesji osi obrotu) można zbudować samodzielnie. Wystarczy kolorowa kredka i płaski dysk z otworem na kredkę. Ekspozat pokazany na rys. 12a pochodzi z Science Museum w Londynie [3]. Nierówności na końcu kredki sprawiają, że tor, który jest wynikiem ruchu precesyjnego bączka, składa się z mniejszych, powtarzających się nierówności. Możemy to wyjaśnić jako wynik nutacji.

<sup>6</sup> Pochodna wektora jest słabo wyjaśniona w polskiej dydaktyce. Wpisanie w Google *pochodna wektora*, Poisson nie odwołuje do hasła, które podaje choćby Wikipedia włoska: [http://it.wikipedia.org/wiki/Relazione\\_di\\_Poisson](http://it.wikipedia.org/wiki/Relazione_di_Poisson) 10/08/2013 [dostęp: 23.04.2014].

<sup>7</sup> Polska Wikipedia skrótowo opisuje hasło *nutacja*. Z kolei pod hasłem *nutation* znajdują się i wzory matematyczne, i obrazowy przykład z Meksyku opisujący, w jakim stopniu nutacja zmienia nachylenie osi ziemskiej.

<sup>8</sup> <http://en.wikipedia.org/wiki/Nutation> [dostęp: 23.04.2014].



Rys. 11. Ziemia jako bąk ciężki [5, s. 360], za pozwoleniem

Bączki mogą służyć do budowania dydaktycznych analogii również w zakresie fizyki współczesnej. Bąka z Nowego Meksyku, o bardzo pomysłowym sposobie rozkręcania, możemy wykorzystać do pokazania zasady pułapkowania atomów w kondensacie Bosego–Einsteina. Wiruje on bardzo szybko i dzięki rozkręceniu w swoich „widełkach” nie dokonuje precesji. Rozkręcony na płaskim talerzu zachowuje się dziwnie: początkowo wiruje na brzegach talerza – tam, gdzie jest on nieco zagłębiony. W miarę zwalniania bączek zaczyna zbliżać się do środka talerza, aż wpada w centralne, również niewielkie zagłębienie, gdzie pozostaje jakby spułkowany. Los bączka jest absolutnie powtarzalny (zob. sekwencje w internecie).

Kolekcja bączków pokazuje, że są zasadniczo dwa rodzaje bączów: płaskie i pękate albo wysmukłe.

Z jakichś powodów (tzn. z powodów, które można wyjaśnić metodami mechaniki racjonalnej, czyli teoretycznej) stabilne są bączki, których momenty bezwładności wzdłuż dwóch prostopadłych znacznie się różnią, a więc albo bączki wysmukłe, albo pękate. Bączki prawie sferyczne, jak tippe-top, lub jajko nie zachowują wyróżnionego kierunku obrotu.

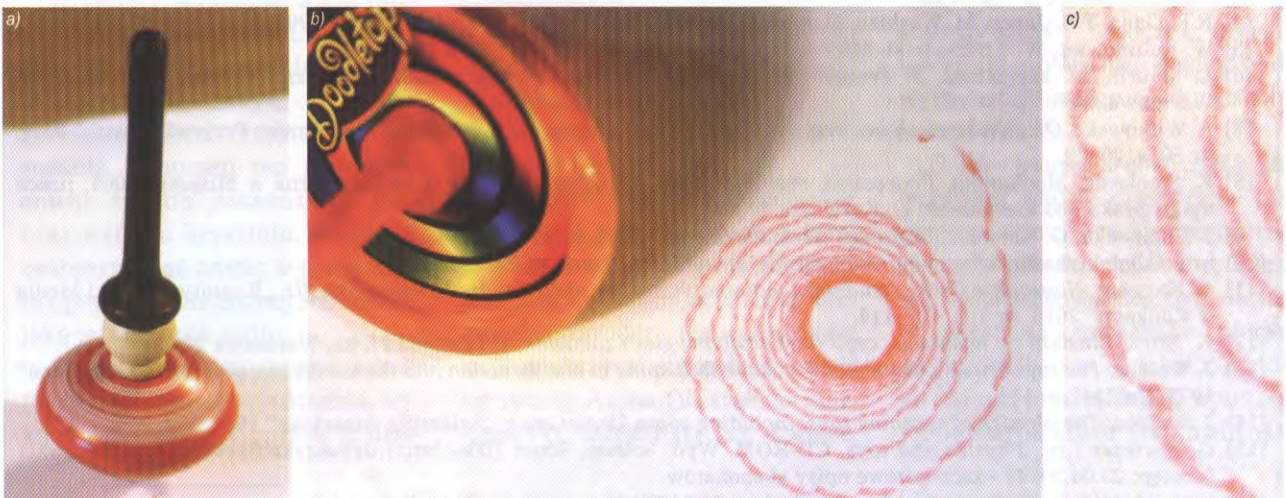
Wracając po raz ostatni do cytowanej książki [5]: „równań ruchu bąka ciężkiego w przypadku ogólnym nie udało się dotychczas scałkować efektywnie. Można to osiągnąć w pewnych przypadkach specjalnych. Najbardziej znanym poza bąkiem symetrycznym jest tzw. bąk Kowalewskiej (...), w którym moment bezwładności względem osi symetrii jest równy połowie momentu względem osi do niej prostopadłej” [5, s. 359].

## Zakończenie

W bączkach, prostych dziecięcych zabawkach (my nazywamy je PED-ami – prostymi eksponatami dydaktycznymi), jest całe bogactwo wiedzy fizycznej. Wiedzę tę, ale i kompetencje praktyczne (jak skręcać na motocyklu, aby się nie wywrócić) zdobywamy krok po kroku albo raczej stopień po stopniu. W zależności od odbiorcy proces ten można zatrzymać na określonym poziomie trudności:

- aby utrzymać bączka w pionie, trzeba go rozkręcić;
- pochylenie kręcącego się koła w lewo powoduje jego skręt w lewo;
- aby dodać prostopadłą prędkość kątową, moment siły musi być prostopadły;
- równania ruchu tippe-top wymagają całkowania numerycznego (w książce prof. Ernsta *Einstein na huśtawce* [12] są odnośniki do artykułu o tippe-top z „Scientific American” [13, 14]).

Zdobywana wiedza jest interdyscyplinarna: od faraonów, przez pomiary równonocy przez Kopernika, aż do sekundowych poprawek nutacyjnych na czas trwania roku astronomicznego (od przecięcia się płaszczyzny równika z płaszczyzną ekliptyki do następnego przecięcia, a nie od znaku Koziorożca do znaku Koziorożca – jak w prawosławiu). Uczniowie zdobywają wie-



Rys. 12. a) Wysoki i smukły bąk „nutacyjny”; b) bąk do rysowania trajektorii biegun (tzw. polhodii [5]); c) ślad nutacji na tle coraz bardziej rozwartej pętli precesyjnej (zbiory G.K., fot. K.S.)





Rys. 13. Indiański bąk z Santa Fe, za pomocą którego można pokazać pułapowanie atomów w kondensacie Bosego–Einsteina. Istotą utrzymywania atomów w płytkiej pułapce magnetycznej jest ich połowkowy całkowity spin, np. izotopu  $^{87}\text{Rb}$ , zob. materiał multimedialny [10] (zbiory GK, fot. K.S.)

dzięki doświadczeniom, pytaniom, wyjaśnieniom, a przede wszystkim przez wizualizację, jeśli nie za pomocą bączka wyjętego z kieszeni, to za pomocą filmu z wersji multimedialnej artykułu.

1. Reasumując, każdy z eksponatów spełnia różne funkcje, z których pierwsza jest zabawą, jak np.:
  - a) duży bąk zaczynający się kołysać po krótkim popchnięciu wzbudza zainteresowanie;
  - b) doświadczenie z kołem i obrotowym krzesłem zadziwia;
  - c) tippe-top zachęca do samodzielnej zabawy.
2. Każdy z tych eksponatów uczy czegoś innego:
  - a) duży bąk i moneta – zachowania momentu pędu;
  - b) wieża z bączków lub doświadczenie z uczennicą i kołem –

- a) sumowania momentu pędu;
- c) tippe-top – zamiany energii ruchu obrotowego na wzrost energii potencjalnej;
- d) wysmukły bąk – wizualizuje lepiej nutację niż precesję.

3. Każdy z eksponatów umożliwia opanowanie wiedzy nawet na poziomie ponaduniwersyteckim:
  - a) moment siły niezbędny do zmiany prędkości kątowej jest prostopadły do początkowej prędkości kątowej i do dodanej prędkości kątowej (równanie 8);
  - b) w trakcie obracania koła rowerowego pojawiają się momenty sił przewracające krzesło;
  - c) wektor momentu pędu w układzie zewnętrznym zmniejsza się, a w układzie wewnętrznym tippe-top zmienia się

również jego zwrot; siły tarcia dokonują dyssypacji energii ruchu obrotowego, a część tej energii zamienia się na wzrost energii potencjalnej.

Eksponaty pozostają takie same, zmienia się jedynie rodzaj narracji w zależności od odbiorcy [11]. Trzy funkcje eksponatu są jednocześnie trzema funkcjami każdej jednostki lekcyjnej, nie tylko zajęć z fizyki:

- a) jakie to ciekawe! (wszyscy);
- b) jakie to proste! (wszyscy, włączając najsłabszych);
- c) jakie to zajmujące i potencjalnie trudne (najlepsi uczniowie).

Tylko w ten sposób dydaktyka fizyki pozostaje otwartą przygodą.

Krzysztof Służewski, Grzegorz Karwasz  
Zakład Dydaktyki Fizyki, Uniwersytet Mikołaja Kopernika  
w Toruniu

#### LITERATURA

- [1] G. Karwasz, *Fizyka i zabawki – obrazki z wystawy*, „Postępy Fizyki” 2000, t. 51, zeszyt dodatkowy, s. 97.
- [2] G. Karwasz, „Fiat Lux!” – czyli zabawy ze światłem, „Postępy Fizyki” 2010, t. 61, z. 4, s. 154–158.
- [3] G. Karwasz, J. Kruk, *Idee i realizacje dydaktyki interaktywnej – wystawy, muzea i centra nauki*, Wydawnictwo Naukowe UMK, Toruń 2012.
- [4] R.F. Gans, T.B. Jones, M. Washizu, *Dynamics of the Levitron*, J. Phys. D: Appl. Phys. 1998, Vol. 31, s. 671–679.
- [5] W. Rubinowicz, W. Królikowski, *Mechanika teoretyczna*, PWN, Warszawa 2012.
- [6] L. Maurin, M. Mączyński, T. Traczyk, *Matematyka – podręcznik dla studentów wydziałów chemicznych*, PWN, Warszawa 1975.
- [7] A. Witkowska, *O kalendarzu słonecznym Mikołaja Kopernika*, cz. 2, „Nauczanie Przedmiotów Przyrodniczych” 2009, nr 30, s. 25–29.
- [8] K. Smolarek, *Mechanika. Podręcznik multimedialny*, Pomorska Akademia Pedagogiczna w Słupsku, 2001, praca magisterska pod kierunkiem G. Karwasza.
- [9] J. Chojnacka, G. Karwasz, *Elipsoida ziemiska*, „Foton” 2011, nr 114, s. 32–45.
- [10] [http://dydaktyka.fizyka.umk.pl/nowa\\_strona/?q=node/358](http://dydaktyka.fizyka.umk.pl/nowa_strona/?q=node/358) [dostęp: 23.04.2014]
- [11] G. Karwasz, *Nauczanie fizyki – trudności matematyczne czy nieumiejętność komunikacji?*, „Kognitywistyka i Media w Edukacji” 2013, nr 1, s. 107–114.
- [12] K. Ernst, *Einstein na huśtawce, czyli fizyka zabaw, gier i zabawek*, Prószyński i S-ka, Warszawa 2002.
- [13] J. Walker, *The mysterious „rattleback”: a stone that spins in one direction and then reverses*, „Scientific American” 1979, Vol. 241, s. 144.
- [14] J. Walker, *The physics of spinning tops, including some far-out ones*, „Scientific American” 1981, Vol. 244, s. 134.
- [15] G. Karwasz i in., *Physics and toys*, CD-ROM, Wyd. Soliton, Sopot 2006, <http://dydaktyka.fizyka.umk.pl/zabawki1> [dostęp: 23.04.2014] – szczegółowe opisy eksponatów.
- [16] <http://dydaktyka.fizyka.umk.pl/baczki> [dostęp: 23.04.2014] – wersja multimedialna niniejszego artykułu.