

## 1.8. Wycieczka rowerowa Ani

Ania wyjechała na wycieczkę rowerową. Na pierwszym prostoliniowym odcinku drogi wspinała się na wzgórze w przybliżeniu ze stałą prędkością  $v_1$  – była to jedna szóstą całej trasy. W kolejnym etapie podróży (jedna trzecia całej trasy) jechała na prostym odcinku drogi i podziwiała piękne krajobrazy ze stałą prędkością  $v_2$ . Pozostałą część prostoliniowej trasy pokonała w przybliżeniu ze stałą prędkością  $v_3$ .

a) Jaka jest średnia prędkość na całej trasie, którą pokonała Ania?

b) Jaka jest średnia prędkość Ani w przypadku, gdy jedną szóstą czasu zużytego na pokonanie całej trasy przejechała z prędkością  $v_1$ , jedną trzecią czasu – z prędkością  $v_2$ , a pozostały czas jechała z prędkością  $v_3$ ?

Rozwiąż to zadanie dla wartości:  $v_1 = 10 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ ,  $v_2 = 20 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ ,  $v_3 = 30 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ .

Podpowiedź 1 a): Średnia prędkość na trasie.

W jakim czasie Ania pokonała każdy odcinek swojej trasy? Jaki był łączny czas, w którym pokonała całą trasę? Jak w przypadku całkowitej drogi i całkowitego czasu określić średnią prędkość, z jaką jechała Ania?

### ROZWIĄZANIE

Kolejne odcinki drogi oznaczamy przez:  $s_1$ ,  $s_2$  i  $s_3$ . Prawdą jest, że:

$$s_1 = \frac{s}{6}; s_2 = \frac{s}{3}; s_3 = \frac{s}{2}.$$

Średnia prędkość to stosunek całkowitej drogi do całkowitego czasu, w jakim ta droga została pokonana. Drogę na każdym odcinku liczymy ze wzorów:

$$s_1 = v_1 t_1, \quad s_2 = v_2 t_2, \quad s_3 = v_3 t_3.$$

Natomiast czas na każdym odcinku drogi policzymy ze wzorów:

$$t_1 = \frac{s_1}{v_1} = \frac{s}{6v_1}, \quad t_2 = \frac{s_2}{v_2} = \frac{s}{3v_2}, \quad t_3 = \frac{s_3}{v_3} = \frac{s}{2v_3}.$$

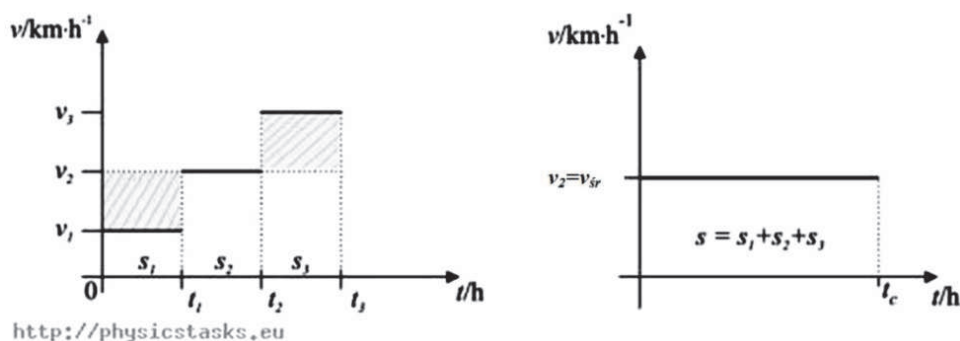
Średnia prędkość jest zatem równa:

$$v_{\text{sr}} = \frac{s}{t_1 + t_2 + t_3} = \frac{s}{\frac{s}{6v_1} + \frac{s}{3v_2} + \frac{s}{2v_3}} = \frac{6v_1 v_2 v_3}{3v_1 v_2 + 2v_1 v_3 + v_2 v_3}.$$

Po podstawieniu danych liczbowych otrzymujemy:

$$v_{\text{sr}} = \frac{6 \cdot 10 \cdot 20 \cdot 30}{3 \cdot 10 \cdot 20 + 2 \cdot 10 \cdot 30 + 20 \cdot 30} = 20 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

Uwaga: Narysuj wykres prędkości w funkcji czasu ( $t_1 = t_2 = t_3$ ) oraz wykres prędkości średniej od czasu.



Powierzchnia pod krzywą na obu wykresach jest równa drodze pokonanej przez Anię na rowerze. Z wykresu jasno wynika, że

$$v_{\text{sr}} = v_2.$$

*Podpowieź 2 b): Średnia prędkość w drugim przypadku.*

*Należy wyrazić całkowitą drogę przebytą przez Anię. Średnią prędkość ustalamy podobnie, jak w poprzedniej części zadania.*

## ROZWIĄZANIE

Niech  $s_1, s_2, s_3$  będą odcinkami długości trasy przebytej odpowiednio z prędkościami  $v_1, v_2, v_3$  w czasie  $t_1, t_2, t_3$  oraz niech  $t_c$  będzie całkowitym czasem trwania ruchu.

Z treści zadania mamy zatem:

$$t_1 = \frac{t_c}{6}, t_2 = \frac{t_c}{3}, t_3 = \frac{t_c}{2}.$$

Droga na każdym odcinku wynosi więc:

$$s_1 = \frac{v_1 t_c}{6}, s_2 = \frac{v_2 t_c}{3}, s_3 = \frac{v_3 t_c}{2}.$$

Średnia prędkość jest obliczana w następujący sposób:

$$v_{\text{sr}} = \frac{s_1 + s_2 + s_3}{t_c} = \frac{\frac{v_1 t_c}{6} + \frac{v_2 t_c}{3} + \frac{v_3 t_c}{2}}{t_c} = \frac{v_1 + 2v_2 + 3v_3}{6}.$$

Podstawiając dane liczbowe mamy:

$$v_{\text{sr}} = \frac{10 + 2 \cdot 20 + 3 \cdot 30}{6} = 23,33 \text{ km/h}.$$

## Odpowiedź

Średnia prędkość to całkowita droga przebyta w całkowitym czasie, w którym następuje przemieszczenie się ciała. W pierwszym przypadku jest ona inna niż w drugim.

$$v_{\text{sr}} = \frac{6 \cdot 10 \cdot 20 \cdot 30}{3 \cdot 10 \cdot 20 + 2 \cdot 10 \cdot 30 + 20 \cdot 30} = 20 \text{ km/h},$$

$$v_{\text{sr}} = \frac{10 + 2 \cdot 20 + 3 \cdot 30}{6} = 23,33 \text{ km/h}.$$