

kinetycznej i potencjalnej na początku, czyli *początkowa energia mechaniczna*, oraz suma energii kinetycznej i potencjalnej na końcu, czyli *energia mechaniczna końcowa*, są sobie równe. Stąd można wyciągnąć wniosek, że całkowita energia mechaniczna nie ulega zmianie, mimo że jej składowe, czyli energia kinetyczna i potencjalna, ulegały zmianie.

Powyższy przykład jest jednym z wielu obrazujących kolejną ważną zasadę zachowania w fizyce, tzn. zasadę zachowania energii mechanicznej.

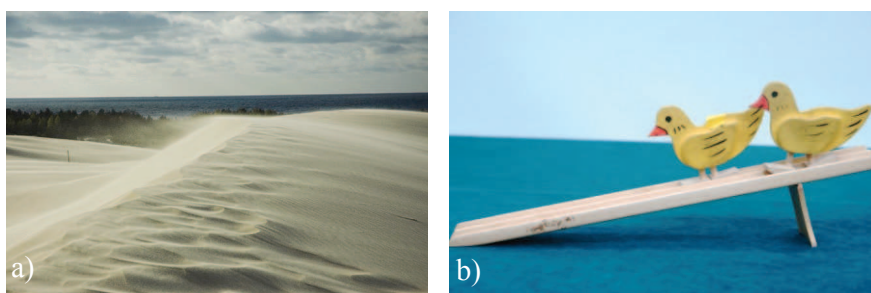
*Zasada zachowania energii mechanicznej:*  
W układzie ciał izolowanych energia mechaniczna nie ulega zmianie.

### 5.7. Tarcie i inne opory w ruchu

W wielu używanych przez nas przykładach mówiliśmy o kulkach toczących się ze stałą prędkością po stole albo kulkach przyspieszających na równi. Wiemy natomiast z życia codziennego, że rozpędzony samochód wcześniej czy później sam się zatrzyma, jeżeli zgaśnie silnik. Jak to więc jest? Czy prawa Newtona są nieprawdziwe?

Prawa Newtona są bardzo ważne, jako że wprowadziły pewien porządek w rozważaniach o ruchu. Arystoteles (zob. fot. 1.5) pisał w sposób bardzo zagmatwany o ruchu – że jest do jego podtrzymania potrzebna „energia”, „potencja” itd. Jean Buridian, o którym już pisaliśmy, około 1300 roku jako pierwszy stwierdził, że do podtrzymania ruchu nie jest potrzebny żaden czynnik zewnętrzny, jako że ciała poruszające się posiadają *impetus*. Kopia jego pracy jest do dziś w bibliotece Uniwersytetu Jagiellońskiego w Krakowie, więc młody Kopernik na pewno ją czytał. Dlaczego ciała niebieskie poruszają się „wiecznie”, a kulka na stole lub samochód zatrzymuje się? W przestrzeni kosmicznej (lub lepiej powiedzieć „próżni kosmicznej”) na ciała nie działają *opory ruchu*.

Takim oporem ruchu jest na przykład *tarcie*. Tarcie poczujesz, pocierając jedną dłoń o drugą. Tarcie jest powodem, że wydma z piasku lub stos kulek nie rozsypują się (fot. 5.3a). Tarcie jest powodem spowolnienia ruchu kaczek kroczących po równi (fot. 5.3b). Tarcie, wreszcie, umożliwia nam chodzenie. Spójrz na podeszwę własnego buta! Jest ona zrobiona specjalnie tak, aby zwiększyć tarcie między podłogą a butem.



**Fot. 5.4.** Przykłady siły tarcia: a) wydmy w Łebie; b) kaczki kroczące po równi

Prawa tarcia sformułował, jeszcze przed Galileuszem, inny wielki jego rodak, Leonardo da Vinci (ten od *Mony Lisy* i *Damy z Łasiczką*). Przede wszystkim siła tarcia zależy od rodzaju trących się powierzchni – inna jest siła tarcia sanek o śnieg, a inna o betonowy chodnik. Tę zależność uwzględniamy w tzw. *współczynnika tarcia*. Dla tarcia metalu o lód wynosi on 0,03, a dla metalu o drewno 0,5.

Także Leonardo da Vinci doszedł do wniosku, że siła tarcia zależy od *ciężaru* ciała. Możemy więc sformułować prawo tarcia w postaci:

$$T = fG,$$

gdzie:  $T$  jest siłą tarcia,  $f$  współczynnikiem tarcia, a  $G$  ciężarem ciała (nie stosujemy tu zapisu wektorowego, jako że kierunek siły tarcia jest nieco „kapryśny”, jak to pokażemy dalej).

Z kolei ciężar ciała jest iloczynem masy ciała  $m$  i przyspieszenia ziemskiego  $g$ :

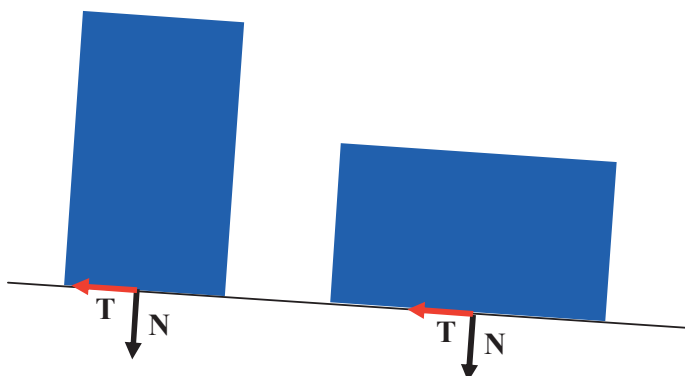
$$G = m g,$$

stąd wyrażenie końcowe na siłę tarcia:

$$T = f m g.$$

Wyrażenie jest nieco zaskakujące. Przede wszystkim, siła tarcia nie zależy od prędkości poruszania się ciała; po drugie, nie zależy od wielkości płaszczyzny kontaktu dwóch ciał.

Wyjaśnimy to na rysunku 5.5. Wielkość siły tarcia nie zależy od tego, czy klocek leży na większym czy mniejszym boku, o ile oczywiście oba „boki” mają ten sam współczynnik tarcia.



**Rys. 5.5.** Siła tarcia nie zależy od wielkości płaszczyzny podparcia, a jedynie od ciężaru ciała (a dokładniej od siły nacisku na podłoże)

Siła tarcia ma jeszcze jedną ciekawą właściwość: działa zawsze w kierunku odwrotnym do kierunku ruchu (lub kierunku siły, która ten ruch stara się wymusić). W tym ostatnim stwierdzeniu wprowadziliśmy jeszcze jedną ciekawą własność siły tarcia: działa ona nie tylko w trakcie ruchu, ale także przeciwstawia się *próbie* ruchu.

Wyjaśnijmy to dokładniej: sanki stojące na górze wymagają popchnięcia, aby ruszyły. Raz popchnięte zjeżdżają, przyspieszając. Mówimy o dwóch typach tarcia:

- *statycznym*, jeżeli ciała trące się wzajemnie nie przemieszczają,
- *dynamicznym*, jeżeli ciała trące przemieszczają się.

Z tarcielem statycznym mamy do czynienia, kiedy kroczymy chodnikiem, z tarcielem dynamicznym, kiedy podeszwa ślizga się po podłożu. Tarcie statyczne jest zawsze *większe* niż dynamiczne. Chodzimy po lodzie, nie ślizgając się, a raz poślizgnąwszy się, nie potrafimy się zatrzymać. Podobnie jest z samochodem w tzw. „poślizgu”.

Wyrażamy tę zależność, używając dwóch różnych współczynników tarcia – współczynnika tarcia dynamicznego  $f_d$  i współczynnika tarcia statycznego  $f_s$ . Mamy zawsze zależność:

$$f_s > f_d.$$

I tak na przykład, dla metalu na lodzie współczynnik tarcia statycznego wynosi 0,03, a współczynnik tarcia dynamicznego 0,015.

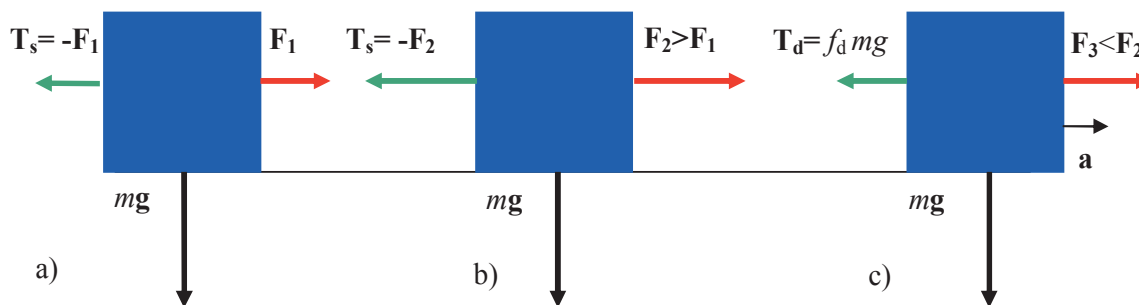
Zastanówmy się teraz nad takim problemem. Pies nie chce iść na spacer. Ciągniemy smycz, ale pies zaparł się nogami. Ciągniemy mocniej, pies ani drgnie. Jak to możliwe?

Przeanalizujemy to dokładnie. Jeśli pies jest w spoczynku (ani drgnie), to siły działające na niego równoważą się. Załóżmy, że ciągniemy początkowo psa z siłą 10 N. Siła tarcia (statycznego) wynosi więc 10 N. Następnie ciągniemy z siłą 15 N. Pies nadal stoi w miejscu. Czyżby siła tarcia (statycznego) wzrosła? Tak! A co ze współczynnikiem tarcia? Też wzrósł?

To jest ważna różnica między tarciem dynamicznym a statycznym. W tarciu dynamicznym siła tarcia jest jednoznacznie określona i wynosi ona zawsze  $T = f_d m g$ .

W tarciu statycznym, współczynnik  $f_s$  określa *maksymalną* siłę tarcia. W miarę wzrostu siły ciągnącej, tarcie statyczne rośnie, aż do momentu, kiedy siła tarcia (statycznego) jest niewystarczająca do utrzymania ciała w spoczynku, zob. rys. 5.6 – ciało zaczyna poruszać się (ruchem jednostajnie przyspieszonym).

Wartość przyspieszenia, z którym porusza się ciało, możemy prosto wyliczyć. Kierunek siły tarcia  $T$  jest (zawsze) przeciwny do kierunku siły wymuszającej ( $F_3$  na rysunku 5.6.). Na ciało działa więc siła wypadkowa  $F_w = F_3 - T$ . Przyspieszenie ciała wyniesie więc  $a = (F_3 - T)/m$



**Rys. 5.6.** Paradoksy siły tarcia  $T$ : a) siła tarcia statycznego  $T_s$  równoważy siłę  $F_1$  próbującą wymusić ruch; b) siła wymuszająca ruch rośnie, ale tarcie (statyczne) rośnie również, aż do warunku granicznego  $T_s = f_s m g$ ; c) kiedy siła wymuszająca ruch przekroczy tę wartość graniczną siły tarcia statycznego, ciało zaczyna się ślizgać – porusza się ruchem jednostajnie przyspieszonym; siła tarcia dynamicznego jest mniejsza niż siła tarcia statycznego, jako że  $f_s > f_d$ . Zauważmy też, że siła tarcia jest zawsze mniejsza od ciężaru ciała!

Przykład 5.16.

Siła ciągu silników odrzutowych w samolocie pasażerskim wynosi 1 MN, a jego masa 200 ton. Współczynnik tarcia dynamicznego, w tym przypadku toczenia się kół po pasie startowym, wynosi 0,05. Jakie jest przyspieszenie startującego samolotu w chwilę po zwolnieniu hamulca?

Dane:

$$F = 1 \cdot 10^6 \text{ N},$$

$$m = 200 \cdot 10^3 \text{ kg},$$

$$f_d = 0,05,$$

$$g = 10 \text{ m/s}.$$

Siła tarcia dynamicznego wynosi  $T = f_d m g = 0,05 \cdot 200 \cdot 10^3 \cdot 10 = 100 \cdot 10^3 \text{ N} = 0,1 \text{ MN}$ .

Wypadkowa siła powodująca start samolotu wynosi więc  $F_w = 0,9 \text{ MN}$ .

Siła ta nadaje samolotowi przyspieszenie

$$a = F_w/m = 0,9 \cdot 10^6 / 200 \cdot 10^3 = 4,5 \text{ m/s}^2.$$

Jest to całkiem spore przyspieszenie, wgniatające pasażera w fotel!

Dla dociekliwych:

Spróbujmy ocenić, ile musi wynosić współczynnik tarcia statycznego opon o asfalt pasa startowego, aby samolot z silnikami włączonymi na pełną moc stał nieruchomo na pasie.

Aby samolot stał nieruchomo, siła tarcia statycznego musi wynosić 1 MN.

Z zależności  $T_s = f_s m g$

otrzymujemy  $f_s = T/mg = 1 \cdot 10^6 / (0,2 \cdot 10^6 \cdot 10) = 0,5$ .

Współczynnik tarcia statycznego musi być niemniejszy niż 0,5!

Bardzo ważna uwaga dotyczy wartości współczynnika tarcia: i dla tarcia statycznego, i dla tarcia dynamicznego jest on zawsze mniejszy od 1. Innymi słowy, siła tarcia może być różna, ale jest zawsze *mniejsza* od ciężaru ciała. Wykorzystuje to policja w pomiarach drogi hamowania samochodów w wypadku. Jak? Wyjaśnia to przykład 5.17.

Przykład 5.17.

Policjanci mają niezawodny sposób na stwierdzenie, z jaką prędkością jechał samochód przed wypadkiem. Mierzą po prostu długość drogi hamowania. Jak się ma ta droga hamowania do prędkości samochodu?

Kluczem jest tu zasada zachowania energii. Energia (kinetyczna) jadącego samochodu to

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2.$$

Co powoduje zatrzymanie samochodu? To jasne! Odpowiednio długo działająca siła tarcia. Moglibyśmy obliczyć, jak długo musi działać ta siła, aby zmniejszyć prędkość samochodu od  $v$  do zera. Ale nie jest nam to potrzebne!

Wróćmy do definicji pracy: jest to iloczyn siły i drogi, na jakiej ta siła działa.

$$W = F s.$$

Z drugiej strony, praca (siły tarcia w tym przypadku) jest równa zmianie energii kinetycznej. Prędkość początkową samochodu możemy więc obliczyć z zależności

$$\frac{1}{2} m v^2 = F s.$$

Rozważmy przykład liczbowy.

Przykład 5.18.

Samochód (o masie 1000 kg) jedzie z prędkością początkową 40 m/s (144 km/h). Ile wyniesie jego droga hamowania, jeśli współczynnik tarcia opon o asfalt wynosi 0,8 (zakładamy w ten sposób, że samochód nie wpadł w poślizg).

Dane:

$$v = 40 \text{ m/s},$$

$$f_s = 0,8,$$

$$m = 1000 \text{ kg (jak się okaże, niepotrzebna do obliczeń)},$$

$$s = ?$$

Siła tarcia wynosi

$$T = f_s m g.$$

Zakładając, że siła hamowania pozostaje stała, pracę siły tarcia możemy wyliczyć ze wzoru

$$W = T s.$$

Korzystając ze wzoru na energię kinetyczną, otrzymujemy więc równość

$$f_s m g s = \frac{1}{2} m v^2.$$

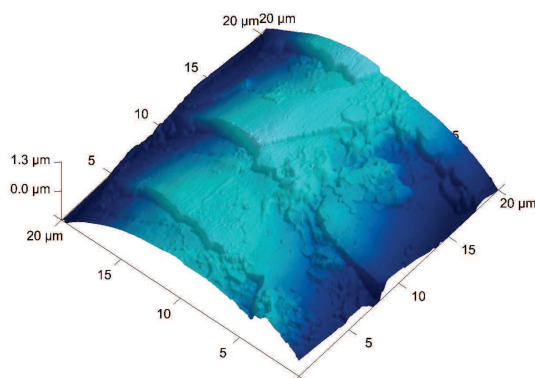
W równaniu powyższym upraszcza się masa. Drogę hamowania otrzymujemy ze wzoru

$$s = \frac{1}{2} v^2 / f_s g = \frac{1}{2} \cdot 1600 / (0.8 \cdot 10) = 100 \text{ m.}$$

Zauważmy, że droga hamowania nie zależy od masy samochodu. I samochód osobowy i ciężarowy (a nawet rower) mają tę samą drogę hamowania!

Co powoduje siły tarcia? To proste! Nierówności powierzchni – tak jakby małe haczyki między jedną a drugą powierzchnią. Nawet „idealnie” wypolerowane powierzchnie widziane pod mikroskopem atomowym (zob. fot. 5.4), mają wyższe i niższe punkty. Z lodem jest nieco inna historia – cząsteczki na jego powierzchni tworzą warstewkę ciekłej wody, tak że łyżwa bardziej „pływa” po wodzie niż się ślizga po lodzie.

Dla zmniejszenia tarcia stosuje się różne sposoby – szlifowanie powierzchni lub różnego rodzaju smary. Mogą to być oleje, specjalne woski (w nartach biegowych), mydło (w tarcu gumy o gumę) albo np. grafit. Czasem potrzebne jest zwiększenie tarcia – skrzypek naciera smyczek kalafonią, aby ten nie ślizgał się po strunach.



**Fot 5.5.** Powierzchnia włosa pod mikroskopem sił atomowych. Nie wynaleziono do tej pory lepszego materiału na smyczki do skrzypiec jak włosy z końskiego ogona (zdjęcie IF UMK)

Najstarszym sposobem na przezwyciężenie siły tarcia jest wynalazek koła. W przypadku toczenia też występują siły tarcia, ale są one znacznie mniejsze niż w przypadku poślizgu podobnych powierzchni. Im większe koło, tym mniejsze siły tarcia toczenia. Tarcie „potoczyste” jest jednak trudne do dokładnego opisu matematycznego.

Tarcie dwóch ciał stałych jest tylko jednym z przykładów oporów ruchu. Innym typem oporów jest np. opór powietrza. Ten, w ogólności, bardzo zależy od prędkości. Pasażerskie samoloty odrzutowe latają z prędkościami 850–950 km/h, bo im bliżej prędkości dźwięku (1200 km/h), tym nieproporcjonalnie większe opory ruchu. Ale dla małych prędkości opór powietrza niewiele zależy od prędkości. Możesz to wypróbować, spuszczać małe spadochrony z lekkowatych filtrów do kawy i mierząc czas ich spadku dla różnych ciężarów „pasażera”. Ale to już zadanie dla Ciebie!

Dość prostym zagadnieniem jest opór ruchu pęcherzyka poruszającego się w rurce z (lepkim) płynem (zob. fot. 3.4. w rozdziale III). W tym przypadku siła oporu jest wprost proporcjonalna do prędkości poruszania się pęcherzyka. I dlatego pęcherzyk porusza się ruchem jednostajnym, choć (bez oporów) powinien poruszać się ruchem jednostajnie przyspieszonym!



**Fot. 5.6.** A tak dzieje się, kiedy kierowcy zapominają o prawach fizyki

#### Podsumowanie

Podobnych zagadek jak z siłami tarcia i oporu lepkiego jest w fizyce mnóstwo. Nawet dziś nie rozumiemy ich do końca. Opis matematyczny pozostaje pięknym, choć przybliżonym modelem rzeczywistości.

**Fizyka, czyli natura, jest znacznie bogatsza!**