

Uniwersytet Mikołaja Kopernika
Wydział Fizyki, Astronomii i Informatyki Stosowanej

Podstawy robotyki - laboratorium

Ćwiczenie 3

Przekształcenie jednorodne

Opracowali:

mgr inż. Rafał Szczepański

dr Sławomir Mandra



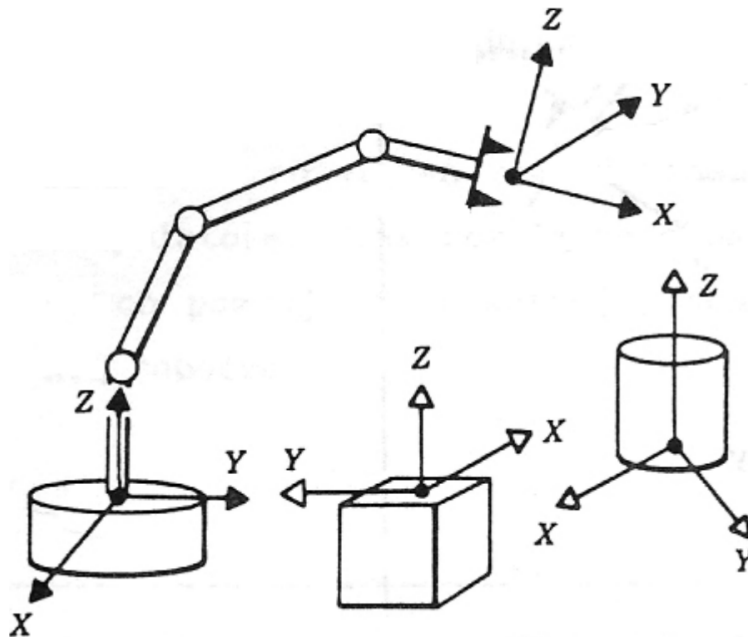
Toruń, 2020r.

Cel

Celem niniejszego ćwiczenia jest poznanie przekształcenia jednorodnego umożliwiającego równoczesną zmianę położenia oraz orientacji obiektu.

Wstęp teoretyczny

Wyznaczając trajektorię ruchu końcówki technologicznej manipulatora jesteśmy zainteresowani usytuowaniem obiektów w jego (trójwymiarowej) przestrzeni roboczej. Obiektami tymi są człony manipulatora, narzędzia którymi robot operuje, przedmioty znajdujące się w jego otoczeniu. Obiekty te opisane są przez dwa atrybuty: pozycję i orientację. W celu matematycznego opisu tych atrybutów do każdego z obiektów (rys. 1) przypisujemy układ współrzędnych. Układy współrzędnych przypisane do obiektów są najczęściej prawoskrętnymi kartezjańskimi układami współrzędnych prostokątnych.



Rysunek 1: Przypisanie układów współrzędnych do obiektów

Przekształcenie jednorodne

Najbardziej ogólny przypadek przemieszczenia układu współrzędnych może być wyrażony przez kombinację czystego przesunięcia i czystego obrotu, co określa ruch sztywny (rys. 9). W wyniku przesunięcia układu $\{0\}$ o wektor ${}^0\mathbf{p}_{0,1}$ powstaje układ $\{'\}$. Układ $\{1\}$ otrzymano przez obrót układu $\{'\}$ zgodnie z macierzą obrotu ${}^0\mathbf{R}_1$. Związek pomiędzy dowolnie wybranym punktem $\mathbf{A}$ w układach $\{0\}$ i $\{1\}$ ma postać

$${}^0\mathbf{r}_A = {}^0\mathbf{p}_{0,1} + {}^0\mathbf{R}_1 {}^1\mathbf{r}_A \quad (1)$$

Przekształcenie to definiuje ruch sztywny. Zapis definiujący ruch sztywny jest bardziej złożony, niż zapis samych przesunięć lub samych obrotów. Aby go uprościć zapisuje się go w postaci zwartej jako

$$\begin{bmatrix} {}^0\mathbf{r}_A \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^0\mathbf{R}_1 & {}^0\mathbf{p}_{0,1} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} {}^1\mathbf{r}_A \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

lub jeszcze prościej:

$${}^0\hat{\mathbf{r}}_A = {}^0\mathbf{H}_1 {}^1\hat{\mathbf{r}}_A \quad (3)$$

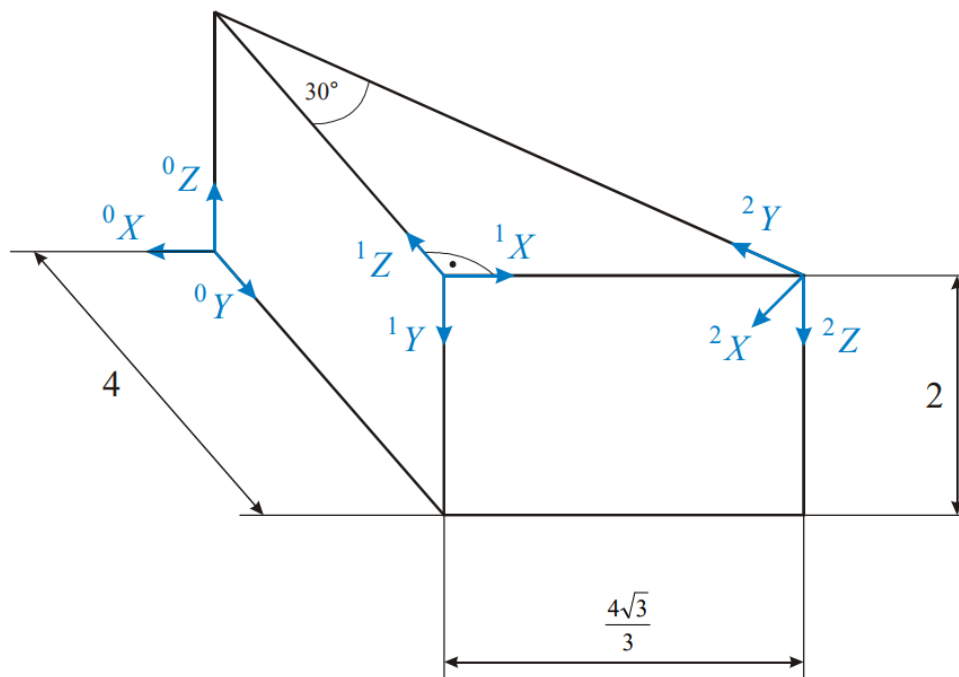
gdzie: $\mathbf{0} = [0 \ 0 \ 0]$. Macierz ${}^0\mathbf{H}_1$ nazwana jest macierzą jednorodną przekształcenia. Wektor ${}^0\hat{\mathbf{r}}_A$ nazwany jest reprezentacją jednorodną wektora ${}^0\mathbf{r}_A$. Macierz odwrotna do macierzy przekształcenia jednorodnego (przekształcenie odwrotne) przybiera postać

$${}^0\mathbf{H}_1^{-1} = \begin{bmatrix} {}^0\mathbf{R}_1^T & -{}^0\mathbf{R}_1^T {}^0\mathbf{p}_{0,1} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

Zadania do wykonania

Zadanie 1

Dla warunków określonych na rys. 2 znajdź następujące macierze jednorodne: a) ${}^0\mathbf{H}_1$, b) ${}^0\mathbf{H}_2$, c) ${}^1\mathbf{H}_2$, d) ${}^2\mathbf{H}_0$.



Rysunek 2: Przyporządkowanie układów współrzędnych do bryły

Zadanie 2

Dla danych ${}^0\mathbf{H}_1$ i ${}^0\mathbf{H}_2$ z zadania 1 napisz w programie Matlab skrypt (m-plik) który narysuje układy współrzędnych $\{0\}$, $\{1\}$ i $\{2\}$ oraz bryłę z rys. 2 korzystając z funkcji *PR_RysujUkladWspolrzednych* oraz wbudowanej funkcji *patch*.

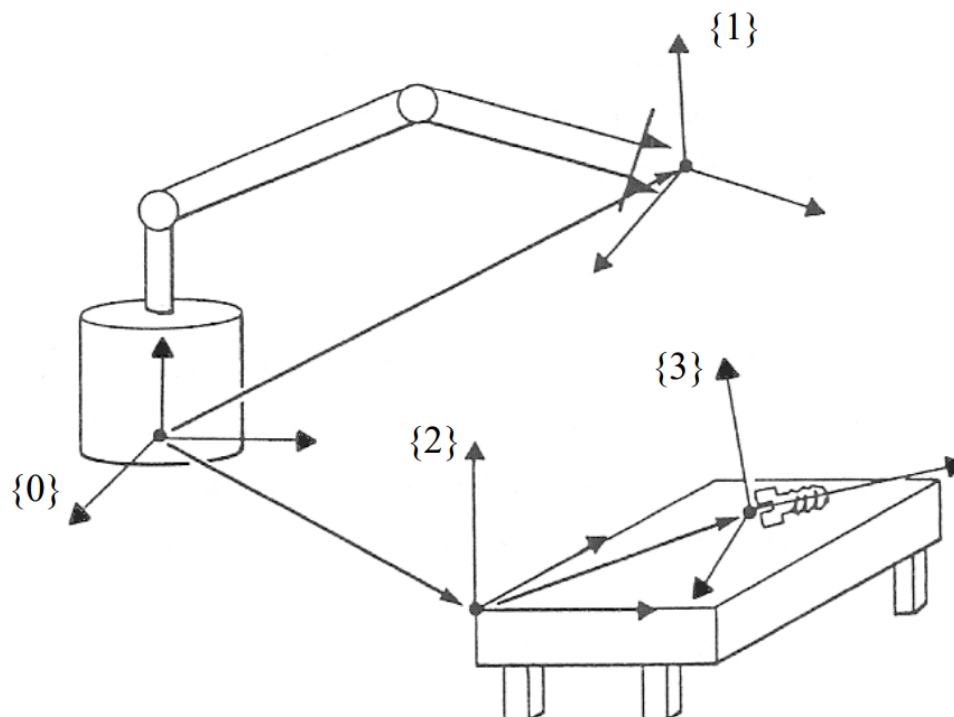
Zadanie 3

Napisz w programie Matlab skrypt który przesunie i obróci bryłę z rys. 1 na podstawie zadanej macierzy jednorodnej przekształcenia $\mathbf{H}$.

Zadanie 4

Przyjmijmy, że przekształcenie ${}^0\mathbf{H}_1$ (rys. 3), opisuje układ przyporządkowany do chwytaka manipulatora $\{1\}$, względem podstawy manipulatora $\{0\}$. Znamy również położenie blatu

stołu w przestrzeni względem podstawy manipulatora, ponieważ znany jest opis układu $\{2\}$, związanego ze stołem, w postaci macierzy ${}^0\mathbf{H}_2$. W końcu, znamy także położenie układu związanego ze śrubą leżącą na stole względem układu stołu, opisane przez ${}^2\mathbf{H}_3$. Wyznacz pozycję i orientację śruby względem chwytaka manipulatora ${}^1\mathbf{H}_3$.



Rysunek 3: Manipulator sięgający po śrubę

Literatura

- [1] Mandra S.: Materiały do zajęć *Podstawy Robotyki*, 2012
- [2] Craig J. J.: Wprowadzenie do robotyki. Mechanika i sterowanie, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, 1995
- [3] Jezierski E.: Dynamika robotów, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, 2006
- [4] Spong M. W., Vidyasagar M.: Dynamika i sterowanie robotów, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, 1997