W teorii względności podstawowym obiektem matematycznym charakteryzującym geometryczne własności czasoprzestrzeni jest tzw. interwał czasoprzestrzenny, opisujący różniczkową odległość pomiędzy dwoma punktami (zdarzeniami) w czasoprzestrzeni. W STW, gdzie obowiązuje geometria (pseudo) euklidesowa i we współrzędnych kartezjańskich ma on znaną prostą postać:

$\mathbf{ds^2 = (dx^0)^2 - (dx^1)^2 - (dx^2)^2 - (dx^3)^2}$ (1)

gdzie $\mathbf{x^0 = ct}$.

Ogólniej interwał można zapisać w postaci sumy:

$$\mathbf{ds^2 = \sum_{i,j=0}^{3} g_{ij} dx^i dx^j} \qquad (2)$$

Dla wzoru (1) współczynniki $\mathbf{g_{ij}}$ układają się w macierz:

$$g_{ij} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \qquad (3)$$

Gdy (czaso)przestrzeń jest euklidesowa, lecz wybierzemy w niej współrzędne krzywoliniowe (np. sferyczne), to macierz współczynników $\mathbf{g_{ij}}$ może mieć bardziej złożone wyrazy na przekątnej, jednak zawsze da się ją przetransformować do postaci (3), wracając do współrzędnych kartezjańskich.

Gdy czasoprzestrzeń staje się nieeuklidesowa, to macierz $\mathbf{[g_{ij}]}$ będzie zawierała na ogół jakieś złożone wyrażenia (również pozadiagonalne), będące funkcjami współrzędnych czasoprzestrzennych i nie da się jej doprowadzić do postaci (3) żadną transformacją. Tak więc współczynniki $\mathbf{g_{ij}}$, zwane **tensorem metrycznym,** zawierają podstawową informację o własnościach geometrycznych (czaso)przestrzeni. Własności te na mocy zasady równoważności zależą od rozkładu masy (energii). Ilościowo opisują to właśnie **einsteinowskie równania pola**, które symbolicznie zapisuje się:

$\mathbf{G_{ij} = \kappa T_{ij} \quad i,j = 0,1,2,3}$ (4)

Lewa i prawa strona tych równań są tensorami. Lewa strona równań, $\mathbf{G_{i,j}}$, to dość skomplikowane funkcje składowych $\mathbf{g_{ij}}$ oraz ich pierwszych i drugich pochodnych. Prawa strona zaś, $\mathbf{T_{ij}}$, to wielkości opisujące rozkład mas (energii i pędu) będących źródłem grawitacji. Tak więc rozwiązywanie problemów w OTW sprowadza się do tego, że zadajemy jakiś rozkład masy w przestrzeni (prawą stronę układu równań Einsteina) i poszukujemy pola grawitacyjnego - czyli geometrii czasoprzestrzeni (składowych g_{ij}), będącej skutkiem tego rozkładu mas. Ponieważ macierz **[g_{ij}]** (4 x 4) jest symetryczna (**$g_{ij} = g_{ji}$),** mamy 10 niezależnych składowych. Równania Einsteina to w najogólniejszym przypadku układ 10 równań różniczkowych (cząstkowych) drugiego rzędu, który rozwiązywać trzeba ze względu na niewiadome składniki **g_{ij}** . Jest to bardzo skomplikowany układ równań, więc jego analityczne rozwiązania udało się znaleźć dla kilku najprostszych sytuacji. Jedną z nich jest opis statycznego pola grawitacyjnego wokół masy kulistej (tzw. rozwiązanie Schwarzschilda). W tym przypadku ze względu na symetrię sferyczną problemu istotna jest tylko zależność geometrii od współrzędnej radialnej ***r*** zaś z całego układu równań istotne pozostają tylko dwa z nich. Rozwiązanie to przewiduje m.in. istnienie **czarnych dziur.**

Drugim przypadkiem rozwiązanym analitycznie jest sytuacja, gdy cała przestrzeń jest jednorodnie wypełniona materią o równej gęstości **ρ**. Tu również ze względu na dużą prostotę zagadnienia istotne pozostają dwa równania z całego układu. Są to podstawowe równania kosmologiczne opisujące geometrię czasoprzestrzeni Wszechświata i jej ewolucję w czasie.