



Toruński podręcznik

do fizyki

Gimnazjum I klasa

Autorzy:

Dr Krzysztof Rochowicz, astronom, absolwent Wydziału Fizyki i Astronomii Uniwersytetu Mikołaja Kopernika w Toruniu, jest nauczycielem w V Liceum Ogólnokształcącym w Toruniu i asystentem w Zakładzie Dydaktyki Fizyki UMK. Zajmuje się badaniami spektroskopowymi atmosfer układów planetarnych.

Mgr Magdalena Sadowska jest nauczycielką w Zespole Szkół w Kaliszu obejmującym: Gimnazjum dla Dorosłych, Zasadniczą Szkołę Zawodową oraz Technikum Uzupełniające. Realizuje doktorat w zakresie dydaktyki fizyki na Uniwersytecie Mikołaja Kopernika w Toruniu, pod kierunkiem prof. G. Karwasza.

Prof. dr hab. inż. Grzegorz Karwasz, z wykształcenia mgr inż. fizyki (Politechnika Gdańska) i ekonomista (handel zagraniczny, Uniwersytet Gdański), prowadzi prace badawcze w dziedzinie fizyki atomowej i fizyki ciała stałego. Jest autorem 120 artykułów naukowych, 200 komunikatów konferencyjnych oraz 4 monografii. Od 10 lat zajmuje się popularyzacją i dydaktyką fizyki, organizując między innymi wystawy interaktywne „Fizyka zabawek”; był koordynatorem projektu UE „Physics is Fun” i MOSEM. Obecnie jest kierownikiem Zakładu Dydaktyki Fizyki UMK.

Współpraca:

Mgr Krzysztof Gołębiowski, doradca metodyczny TODMiDN w Toruniu, nauczyciel dyplomowany w I LO w Toruniu, ekspert MEN (przedmioty ścisłe, informatyka, zarządzanie oświatą).

Mgr Marta Juszczyńska, doktorantka Zakładu Dydaktyki Fizyki na Uniwersytecie Mikołaja Kopernika w Toruniu pod kierunkiem prof. Grzegorza Karwasza.

Spis treści

Rozdział I WSTĘP

- i) Fizyka jako nauka
 - 1.1. Zjawiska fizyczne
 - 1.2. Fizyka i filozofia
 - 1.3. Fizyka a inne nauki
- ii) Materia w przyrodzie
 - 1.4. Materia
 - 1.5. Stany skupienia materii
 - 1.6. Siły między cząsteczkami i atomami w różnych stanach skupienia
 - 1.7. Atomy
 - 1.8. Elektrony i prąd elektryczny
 - 1.9. Jony i chemia w kuchni
 - 1.10. Inne stany skupienia
 - 1.11. Kondensat Bosego-Einsteina – piąty stan skupienia

Rozdział II WIELKOŚCI FIZYCZNE

- 2.1. Czytanie wielkości fizycznych
- 2.2. Wielkości przybliżone
- 2.3. Obliczenia przybliżone
- 2.4. Jednostki pomiaru wielkości fizycznych
- 2.5. Przedrostki jednostek pomiaru
- 2.6. Przykład pomiaru – gęstość

Rozdział III KINEMATYKA

- 3.1 Ruch i jego opis
- 3.2. Ruch jednostajny prostoliniowy
- 3.3. Prędkość średnia i prędkość chwilowa
- 3.4. Droga w ruchu jednostajnym
- 3.5. Ruch jednostajnie przyspieszony
- 3.6. Prędkość w ruchu jednostajnie przyspieszonym
- 3.7. Droga w ruchu jednostajnie przyspieszonym
- 3.8. Podsumowanie

Dodatek 3.9. Ruch jednostajny po okręgu

Dodatek 3.10. Więcej o wykresach zależności czasowej w ruchu

Rozdział IV DYNAMIKA

- 4.1 Pojęcie i własności sił
- 4.2 Siła jako wektor
- 4.3 Przykłady oddziaływań w przyrodzie
- 4.4 I Prawo dynamiki Newtona
- 4.5 II Prawo dynamiki Newtona
- 4.6 III Prawo dynamiki Newtona

Rozdział V PRAWA ZACHOWANIA W MECHANICE

- 5.1 Pojęcie pędu
- 5.2 Zasada zachowania energii
- 5.3 Pojęcie energii
- 5.4. Praca
- 5.5. Energia mechaniczna i jej rodzaje
- 5.6. Zasada zachowania energii mechanicznej

Uwagi dla nauczyciela

ROZDZIAŁ I Wstęp

i) Fizyka jako nauka

1.1 Zjawiska fizyczne

Czym zajmuje się fizyka? Odpowiadając, że zjawiskami „fizycznymi” popełniamy błąd logiczny zwany *tautologią*, czyli wyjaśnianiem pojęcia przez to samo pojęcie jak w stwierdzeniu, że w skład masła wchodzi masło (82%, sprawdź!) i woda.

Za zjawiska fizyczne tradycyjnie uważało się te, które nie prowadzą do żadnej zmiany oddziaływujących *substancji*. Innymi słowy, zjawiska fizyczne to zjawiska powtarzalne i zazwyczaj odwracalne. I tak na przykład, dwie zderzające się piłeczki, stygnięcie herbaty w szklance, zaćmienie Słońca to zjawiska fizyczne. Piłeczki (o ile elastyczne) nie zmieniają ani kształtu, ani koloru po zderzeniu, zimną herbatę można ponownie podgrzać, a zaćmienie Słońca obejrzeć ponownie za kilka lat.

Nie jest tak w przypadku tzw. zjawisk *chemicznych*, zmieniających własności reagujących substancji. I tak, wymieszanie metalicznych kropelek rtęci z żółtym proszkiem siarki prowadzące do powstania czerwonego siarczku rtęci to zjawisko *chemiczne*. Stopienie siarki lub rosnący słupek rtęci w termometrze lekarskim (kiedyś tylko takie istniały) – to natomiast zjawiska fizyczne. Dzisiaj, rozgraniczenia na zjawiska *fizyczne*, *astronomiczne*, *chemiczne*, czy nawet *biologiczne* musimy uznać za nieco sztuczne.



Fot. 1.1 Zderzające się kulki, stygnąca woda w szklance, chmury na niebie, zaćmienie Słońca to zjawiska *fizyczne*.

Przytoczmy kilka *procesów* czyli zmian, jak reakcje chemiczne, stygnięcie, parowanie.

1° Po pierwsze, reakcje chemiczne są również odwracalne: np. wodorotlenek wapnia (czyli tzw. wapno gaszone) w zaprawie murarskiej powoli wiąże dwutlenek węgla z powietrza, zamieniając się w węglan wapnia. Z kolei węglan wapnia (czyli skała zwana „wapień”) podgrzany do 1100° C uwalnia dwutlenek węgla i zamienia się w tlenek wapnia (wapno palone), który z kolei wymieszany z wodą daje wodorotlenek wapnia (wapno gaszone), który w zaprawie murarskiej ponownie wiąże dwutlenek węgla z atmosfery i zamienia się z powrotem w węglan wapnia itd., itd. Podobne procesy planuje się wykorzystać do magazynowania pod ziemią spalin z elektrowni, celem zredukowania efektu cieplarnianego.

Fot. 1.2 Rtęć utarta z siarką daje szary siarczek rtęci - jest to przykład procesu *chemicznego*, naturalny siarczek rtęci, cynober jest różowy.

2° Po drugie, nie wszystkie procesy fizyczne są *odwracalne*. Wymieszanie litra wody ciepłej z litrem wody zimnej daje dwa litry wody letniej, ale ponowne ich rozdzielenie nie jest możliwe. Gorąca szklanka herbaty, stygnąc, ogrzewa (choć bardzo niewiele) powietrze w kuchni, ale letnie powietrze z kuchni nie podgrzeje wody w szklance do wrzenia. Wszechświat się rozszerza a przy tym stygnie i nic nie wskazuje na to, aby miał się ponownie skurczyć.



3° Po trzecie, także procesy *fizyczne* mogą powodować przemiany jednej substancji w drugą. Pierwiastek chemiczny radon, radioaktywny gaz szlachetny, powstaje z rozpadu promieniotwórczego innego pierwiastka, polonu, przypominającego chemicznie siarkę. Fizycy pracujący na wielkich akceleratorach potrafią zamienić jeden metal w drugi - np. aluminium w sód, sód z kolei zamienia się (w procesie rozpadu promieniotwórczego) w gaz, zwany neonem itd. Dzięki nauce, to co było niemożliwe, staje się niesłychanie proste. W tym sensie fizyka współczesna urzeczywistnia marzenia średniowiecznych *alchemików*, zamiany jednej substancji w drugą (choć nie zawsze w złoto i bez użycia *kamienia filozoficznego*).



Fot. 1.3 Fizyka zajmuje się *procesami*. Wytwarzanie prądu elektrycznego w elektrowni geotermicznej, wiatrowej lub w ogniu słonecznym, to przykłady *procesów* fizycznych.

4° I wreszcie, po czwarte, zaćmienie Słońca to zjawisko *astronomiczne*, ale pamiętajmy, że ruch Ziemi wynika z prostych praw *fizyki*. Znając te prawa, przewidywanie zaćmień nie jest już wiedzą tajemną, ale da się *wyliczyć* na szkolnym kalkulatorze.

Fizyka współpracuje z innymi naukami przyrodniczymi, jak medycyna i biologia. Transport substancji biologicznych przez błony komórki zależy od obecności *jonów*. Wymiana jonów jest też podstawą działania baterijek elektrycznych i ogniw paliwowych, a te urządzenia zaliczamy do obszaru badań fizyki. Z osiągnięć zaawansowanej fizyki, jak widać na zdjęciach poniżej, korzysta współczesna *medycyna*.



Fot. 1.4 Nowoczesne techniki badawcze w medycynie – rezonans magnetyczny, tomografia pozytonowa, tomografia optyczna oka (UMK) – to wszystko urządzenia skonstruowane przez *fizyków*.

1.2 Fizyka i filozofia

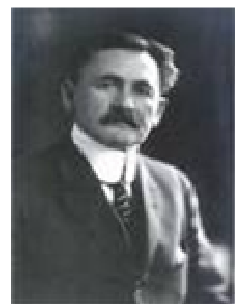
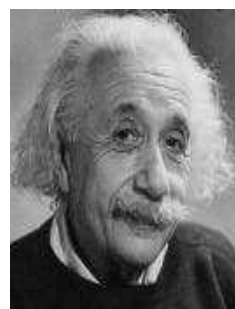
W pismach Arystotelesa (384-322 p.n.e), pierwszego filozofa, który w systematyczny sposób zebrał wiedzę starożytnych Greków o świecie, pojawiły się takie dziedziny nauki, jak zoologia, astronomia, etyka. Wiedzę czysto filozoficzną, niepoznawalną namacalnym doświadczeniem nazwał Arystoteles „meta-fizyką”, czyli poza-fizyką. Wynika z tego, że fizyki da się dotknąć. I to prawda! Zjawiska fizyczne, nawet te najtrudniejsze, dają się zobrazować, a przez to lepiej poznać. Zajrzyj na naszą stronę internetową „Fizyka i zabawki” [1] aby „dotknąć” fizyki.

W czasach Kopernika (1473-1543) naukę dzielono na fizykę, matematykę i metafizykę. On sam napisał dzieło astronomiczne, ale pytał w nim, na przykład, dlaczego woda utrzymuje się na powierzchni Ziemi, która jest kulą, jaka jest przyczyna ruchu ciał niebieskich, co wypełnia przestrzeń kosmiczną. Możemy powiedzieć, że Kopernik był nie tylko astronomem, lekarzem, poetą, wojskowym i ekonomistą, ale i *fizykiem*.

Fot. 1.5 Sztafeta postępu naukowego: Arystoteles (384-322 p.n.e), Mikołaj Kopernik (1473-1543), Galileo Galilei (1564-1642),

Dziś działów nauki jest znacznie więcej. Co odróżnia *fizykę* od innych nauk, np. historii? Przede wszystkim, fizyka stara się zajmować zagadnieniami łatwymi do ponownego sprawdzenia, przez eksperyment.

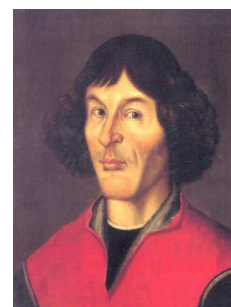
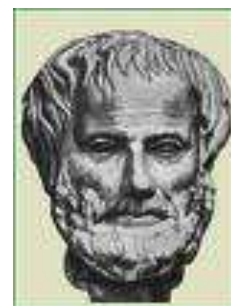
Zjawisko odbicia kauczukowej piłeczki od podłogi możemy sprawdzać w nieskończoność i zawsze prawa fizyki rządzące takim odbiciem są takie same. Pomysł na powtarzalne doświadczenia pochodzi od Galileusza (1564-1642). Motto jednej z najciekawszych książek popularnonaukowych w zakresie fizyki w XX wieku głosi: „Fizyka zeszła z nieba na ziemię po równi pochyłej Galileusza” [2].



Rozwój nauki to tak jakby przekazywanie pałeczki w sztafecie biegaczy. Odkrycia Galileusza, urodzonego wkrótce pod śmiercią Kopernika, potwierdziły, że Ziemia nie jest środkiem Wszechświata. Nadal nie było jednak wiadomo, dlaczego Ziemia krąży dookoła Słońca i ani nie spada, ani nie przyspiesza. Przyczynę tego ruchu, siłę grawitacji oraz prawa ruchu odkrył, już po śmierci Galileusza, Anglik Izaak Newton (1667-1734).

Największy umysł XX wieku, Albert Einstein (1879-1955), stwierdził, że „to doświadczenie jest ostatecznym sprawdzianem każdej teorii”. W naszym podręczniku zachęcamy więc do samodzielnego eksperymentowania, gdyż jest to najlepszy sposób okrywania fizyki, a przez nią praw rządzących światem. Nie ma eksperymentów nieudanych – każdy z nich coś pokazuje. Pomiar „wiatru eteru”, wykonany przez Polaka ze Strzelna, Abrahama Michelsona (1852-1931) dał wynik negatywny, ale legł u podstaw fizyki XX wieku – pozwolił Einsteinowi na stworzenie teorii względności. Bez teorii względności nie byłoby ani nawigacji satelitarnej (GPS), ani energii jądrowej.

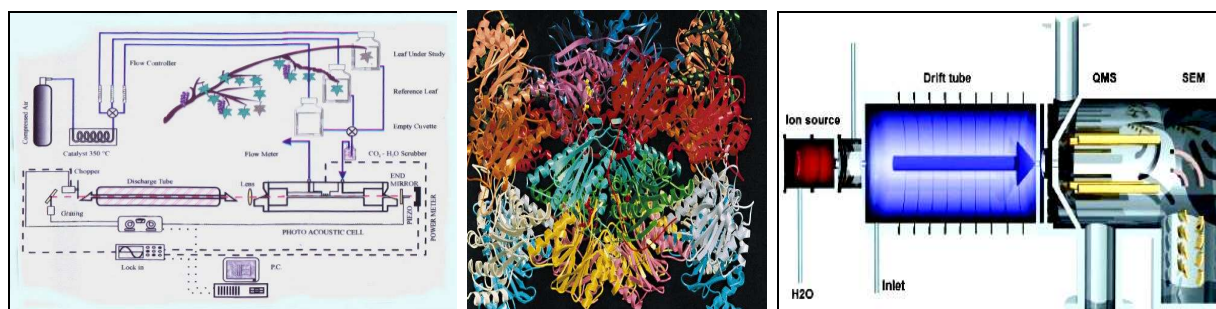
Fot. 1.6 Sztafeta postępu naukowego (c.d.) Izaak Newton (1667-1734), Albert Einstein (1879-1955), Abraham Michelson (1852-1931).



1.3 Fizyka a inne nauki

Fizyka, od czasów Arystotelesa, zajmuje się najprostszymi prawami przyrody nieożywionej. Prawa te, jak na przykład prawo inercji (bezruchu), są dla nas najważniejsze, np. przy poruszaniu się. Umiemy, od wczesnego dzieciństwa tak stawiać stopy, aby nie upaść; wiemy, że żaden kamień na ulicy, nawet w czasie trzęsienia ziemi, sam nie poleci w górę.

Dziś fizyka zajmuje się również zjawiskami bardzo skomplikowanymi, np. budowaniem czujników do badania stanu „samopoczucia” roślin [3], czy poszukiwaniem przyczyn zmiennego tempa ewolucji gatunków biologicznych [4].



Fot. 1.7 Współczesne zastosowania fizyki – badania „samopoczucia” roślin za pomocą spektroskopii fotoakustycznej, określanie struktury białek za pomocą wiązki promieniowania rentgenowskiego (synchrotronowego), pomiar „smaku” sałaty za pomocą spektroskopii transferu protonu [3].

Mówi się, że „fizycy dostarczają narzędzi badawczych, które następnie chemicy i biologowie potrafią znakomicie wykorzystać w swoich laboratoriach”. Struktura podwójnej spirali DNA została odkryta ponad 50 lat temu na podstawie zdjęć rentgenowskich kryształów soli DNA, odkrywcy (F. Crick, J. D. Watson i R. Franklin) otrzymali nagrodę Nobla z biologii, a sam Wilhelm Röntgen dostał nagrodę Nobla w dziedzinie fizyki, w 1900 roku.

Fizycy, w 1947 roku, stworzyli pierwszy tranzystor, których każdy dzisiejszy komputer zawiera miliony; w latach 70-tych ub. wieku na potrzeby komunikacji między laboratoriami fizycznymi cząstek elementarnych został stworzony Internet. Poznawanie praw fizyki jest znakomitą szkołą przygotowującą do skomplikowanych zadań w inżynierii współczesnych materiałów, biologii molekularnej, astrofizyce, komunikacji kwantowej itd.

W tym podręczniku, na poziomie gimnazjalnym, przedstawimy główne pojęcia i najprostsze prawa fizyki. Mimo, że pokazujemy je na prostych przykładach zderzających się kulek i paciorków naelektryzowanego bursztynu, to rządzą one również ruchem cząsteczek gazu w podmuchu wiatru, działaniem soków żołądkowych trawiących poranne śniadanie, czy obrotami odległych galaktyk. Aby to zrozumieć, musicie wykazać sporo wytrwałości...

[1] Fizyka i zabawki, praca zbiorowa pod red. G. Karwasza, PAP Słupsk, 2005,

<http://dydaktyka.fizyka.umk.pl/zabawki1/index-pl.html>

[2] E. M. Rogers, Fizyka dla dociekliwych, PWN Warszawa 1967

[3] G. Karwasz, „Jak się Pani czuje, Pani Orchidea” w: „Na ścieżce fizyki współczesnej”, Wystawa Idei Fizycznych, XXXVIII Zjazd PTF Gdańsk, 2003,

http://dydaktyka.fizyka.umk.pl/Wystawy_archiwum/z_omegi/orchidea.html

[4] G. Karwasz, DNA, elektrony i ewolucja, tamże,

http://dydaktyka.fizyka.umk.pl/Wystawy_archiwum/z_omegi/ewolucja.html

ii) Materia w przyrodzie

1.4. Co to jest materia?

Fizyka zajmuje się materią. Trudno jest zdefiniować, co jest materią a co nią nie jest. Nasze wyobrażenia o materii ulegają ciągle zmianom. Jeszcze dziś, mówiąc o transmisji radiowej, określa się ją „falami eteru”, chociaż dziś wiemy, że fale *elektromagnetyczne* (jak fale radiowe i światło) mogą się rozchodzić w pustej przestrzeni, czyli w próżni (która w obecności fal, oczywiście nie jest już *próżna*).

Zazwyczaj przez *materię* rozumiemy obiekty, które mają *masę*, czyli dają się zważyć. I tak elektron, najpospolitszy składnik materii, przenoszący prąd elektryczny i kreślący obraz w kineskopie telewizora, ma masę równą miliardowej części miliardowej części miliardowej części grama, to jest $0,9 \cdot 10^{-27} \text{g}$ (dokładniej $9,11 \cdot 10^{-31} \text{kg}$). Problem polega na tym, że taki elektron może „zniknąć”. Okazuje się, że *masa* takiego elektronu, po jego spotkaniu z antycząstką (pozytonem) zamienia się w *energię*, unoszoną przez „mikrobłysk” bardzo przenikliwego promieniowania elektromagnetycznego (promieniowania gamma).

Wniosek? Masa każdej cząstki elementarnej w skutek spotkania z jej antycząstką może zamienić się w energię. Tego rodzaju procesami rządzi *prawo równoważności* masy i energii, które w 1905 roku sformułował Albert Einstein:

$$E = m \cdot c^2$$

gdzie E jest miarą energii, m masy cząstki, a c jest prędkością światła. Nie tylko masa elektronu i pozytonu może zamienić się w energię błysku promieniowania gamma. Także promieniowanie gamma o dostatecznie dużej energii może, wyhamowane, wykreować parę cząstka - antycząstka, na przykład elektron - pozyton. Od czasów Alberta Einsteina jest więc bezpieczniej nazywać *materię* wszystko to, co uda się *zmierzyć* metodami fizyki. Materią jest zarówno elektron (kreślący obraz na ekranie telewizora), jak i fala elektromagnetyczna (nie posiadająca masy i rozchodząca się w próżni) przesyłana z nadajnika do telewizora, a niosąca zapis obrazu i dźwięku.



Fot. 1.8 Fizyka zajmuje się *materią*. Materią jest kawałek skały granitu, jest nią (przezroczyste) powietrze, napędzające kolorowy wiatraczek, jest nią *fala radiowa*, niosąca zapis obrazu telewizyjnego (na zdjęciu antena radiowa), jest nią również nieznana nam forma materii, wypełniająca Wszechświat, zwana *ciemną* materią. O tej ostatniej wiemy, że istnieje, bo tak wynika z obserwacji i obliczeń, ale dziś (w 2009 r.) nie potrafimy jej jeszcze w żaden sposób zaobserwować.

1.5 Trzy stany skupienia materii

Surowce kopalne, przedmioty codziennego użytku, woda w kranie, chmury, gwiazdy – są to wszystko przykłady materii. Woda w rzece, para wodna w saunie i lód w zamrażalniku, choć chemicznie takie same, różnią się *fizycznie* - mówimy o *stanach skupienia*.

Wyróżniamy (zasadniczo) trzy stany skupienia:

- stan stały
- stan ciekły
- stan gazowy.

1° Przykładem ciał stałych jest kawałek kryształu górskiego (minerał zwany kwarcem), 10-groszowa moneta, składająca się głównie z niklu, grafitowy wkład w ołówku (składający się z grafitu i ołowiu, stąd nazwa „ołówek”). Wspólną cechą tych przedmiotów jest ich twardość i określony kształt.

W stanie stałym ciała mają swój określony kształt.

Ciała stałe mogą ulegać rozciąganiu lub zgniataniu, jednak wiąże się to z wywieraniem na nie siły. Różne ciała stałe różnie reagują na przyłożone siły. Niektóre, jak stalowe sprężyny resorów w wagonach kolejowych uginają się i wracają do pierwotnego kształtu po ustąpieniu siły. Inne, jak szkło – pękają, inne jeszcze, jak plastelina lub guma do żucia – odkształcają się pod wpływem niewielkich sił i nie wracają do pierwotnego kształtu. Mówimy o ciałach sprężystych, kruchych, plastycznych, choć różnice między nimi są często trudne do uchwycenia.

2° Przykładem cieczy jest woda w szklance. W stanie ciekłym ciała nie mają określonego kształtu a przyjmują kształt naczynia, w którym się znajdują. Ich powierzchnia ustala się pod wpływem sił zewnętrznych, jak siła grawitacji. Znajdź błąd w średniowiecznym fresku na fotografii 1.7 (Castello Stenico, Trento).

Ciecze nie mają określonego kształtu, ale mają określoną objętość.



Fot. 1.9 Stany skupienia materii: a) ciało stałe (kawałek wapienia) posiada określony kształt; b) ciecze – przyjmują kształt naczynia, ale mają określoną objętość (zauważ błąd, jaki popełnił średniowieczny artysta); c) menisk w cieczy - powierzchnia wody podnosi się w narożnikach plastikowego poidła dla kanarka. Powodem są siły przyciągania między cząsteczkami wody, a cząsteczkami plastiku; d) ciecze, podobnie jak ciała stałe zmieniają, swoją objętość z temperaturą; w termometrze lekarskim duża ilość cieczy jest zawarta w zbiorniku natomiast sam „słupek” jest długi i wąski.

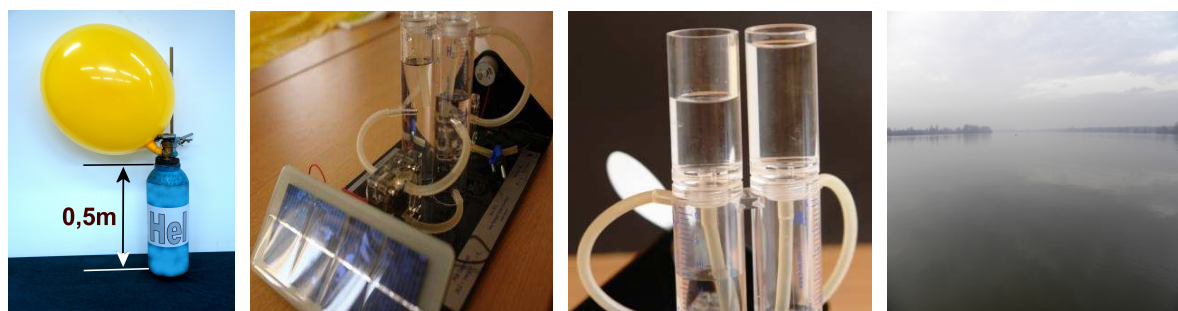
Objętość, jaką zajmuje ciecz zależy np. od temperatury, ale w niewielkim stopniu. Słupek cieczy w termometrze pokojowym rośnie wraz z temperaturą, ale jest to stosunkowo

niewielka zmiana objętości. Widzimy tylko wąski „słupkę”, a duża ilość cieczy jest ukryta w zbiorniczku termometru.

3° Przykładem gazu jest powietrze w Twoim oddechu. Gazy, podobnie jak ciecze, przyjmują kształt naczynia, w którym się znajdują, ale w odróżnieniu od cieczy, nie mają określonej objętości. Możliwe jest wtłoczenie dużej ilości tlenu, podawanego w szpitalach chorym z trudnościami w oddychaniu, do stosunkowo małej butli. W butlach szpitalnych tlen (i inne gazy) mogą być ściśnięte (sprężone) do 1/200 swojej objętości „normalnej”¹. W warunkach kosmicznych, ta sama ilość gazu (wyrażona np. w jednostkach masy) zajmuje znacznie większą objętość niż na powierzchni Ziemi. Z tego właśnie powodu balony stratosferyczne do obserwacji meteorologicznych (lecące na wysokość 20 km i więcej) na starcie wydają się puste.

Pojedyncze atomy lub cząsteczki w gazie są od siebie w dużych odległościach i bezustannie się ze sobą zderzają. Ten fakt wzajemnych zderzeń jest powodem, że gaz stara się zająć jak największą objętość, a jeśli zostanie zamknięty w zbiorniku, to wywiera na ściany tego zbiornika *ciśnienie*.

Gaz (doskonały) to zbiorowisko chaotycznie poruszających się cząsteczek, które oddziałują ze sobą tylko w momencie zderzeń. Materia w stanie gazowym *nie* ma określonego kształtu ani objętości.



Fot. 1.10 Stany skupienia materii, c.d.: a) gazy – nie mają określonej objętości. Ten sam, lekki gaz, hel, służący do napełniania balonów, zajmuje w stalowej butli znacznie mniejszą objętość niż w balonie; z jednej małej butli można napełnić nawet 100 balonów. Podobnie samochodowe paliwo przyszłości, palny gaz wodór, jest upakowany w zbiorniku jak woda w gąbce; b), c) gazy, jak np. wodór i tlen zajmują w identycznych warunkach ciśnienia i temperatury identyczne *objętości* – w elektrolizie wody H₂O powstają zawsze dwie objętości wodoru i jedna objętość tlenu; d) jesienna mgła gaz (para wodna), który zamienił się w maleńkie kropelki cieczy (wody).

1.6. Siły między cząsteczkami i atomami w różnych stanach skupienia

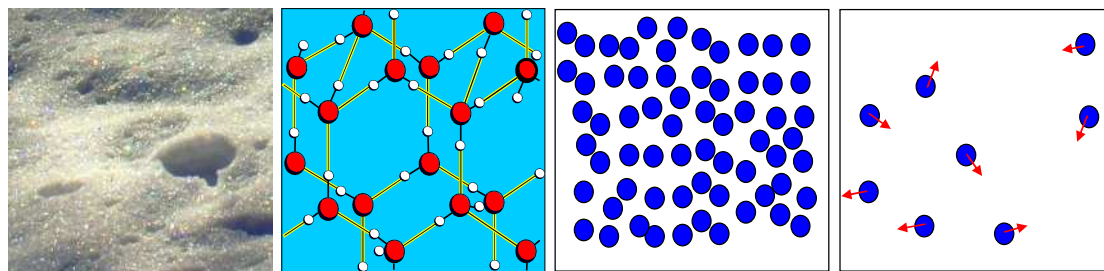
Jak już pewnie zauważyliście, różnice między stanami skupienia nie wynikają z rodzaju substancji (rodzaju atomów), ale z sił, jakie między tymi atomami występują. I tak woda w niskich temperaturach jest ciałem stałym, a w wysokich niewidzialnym gazem. (Zauważ, że para wodna jest w atmosferze zawsze obecna i jest niewidoczna. Jeśli widzisz „parę wodną”, np. w saunie lub w oddechu w mroźny dzień, to nie jest to już para wodna, ale małe kropelki ciepłej wody – mgła. Tak samo w chmurach, widoczna jest nie para wodna, ale kropelki wody lub kryształki lodu).

¹ Mówimy tu o standardowych butlach do użytku technicznego, za warunki „normalne” dla gazów uważa się temperaturę 20°C i ciśnienie atmosferyczne 1013hPa.

Dlaczego lód jest twardy, a woda przelewa się „na życzenie”? Otóż w lodzie cząsteczki wody H_2O ułożone są blisko siebie, i to w ściśle określonym porządku. Mówimy, że cząsteczki H_2O tworzą kryształ. Cząsteczki, blisko siebie (ale nie za blisko) przyciągają się, tak jak ekran telewizora przyciąga kurz lub wełniany sweter przyciąga włosy. Siły oddziaływania między cząsteczkami są natury *elektrycznej* (będziemy o tym mówić w drugim tomie po-ręcznika).

W ciekłym stanie skupienia cząsteczki wody też są stosunkowo blisko siebie, ale poruszają się na tyle szybko, że siły przyciągające nie są w stanie nadać wodzie formy bryły sztywnej. Krople rosy i tzw. *menisk* na powierzchni wody świadczą, że i w cieczy cząsteczki przyciągają się wzajemnie.

W gazie cząsteczki poruszają się tak szybko i są tak daleko od siebie, że siły przyciągania są niewystarczające, aby atomy skupić wzajemnie blisko siebie. Ale jeśli obniżymy temperaturę, to z pary wodnej wytrąca się ciecz. Gazy zamieniają się w ciecz również pod wysokim ciśnieniem – tzw. gaz butlowy (propan i butan) pozostaje cieczą, tak długo jak jest zamknięty pod ciśnieniem w butli, ale przechodzi w stan gazowy, zaraz po wypuszczeniu go z butli. Jak widzicie, granice między stanami skupienia są bardzo umowne. Wrócimy do stanów skupienia nieco dalej, ale teraz zdefiniujemy, co fizycy uważają za „cząsteczki”, a właściwie *atomy*.



Fot. 1.11 W zależności od odległości (i wzajemnych położenia) *cząsteczek* ta sama substancja tworzy różne stany skupienia. a) b) w kryształach śniegu lub lodu cząsteczki wody są ułożone w ściśle określonych położeniach; c) w wodzie (i szkle) cząsteczki są położone blisko siebie ale nieregularnie; d) w gazie cząsteczki są daleko od siebie i poruszają się chaotycznie.

1.7 Atomy i cząsteczki

Kryształ kwarcu, składnik wielu skał, można rozkruszyć na ziarenka piasku. Biała zawieszina niektórych płynów do mycia ceramiki to też ziarenka kwarcu, ale rozmiarów tysięcznych części milimetra. Czy można rozbić te ziarenka na jeszcze drobniejsze?



Fot. 1.12 Jak daleko można podzielić kryształ kwarcu? a) duży kryształ kwarcu i mały ametystu z Brazylii, b) w płynie do szorowania kryształki kwarcu mają rozmiary tysięcznych części milimetra; c) najmniejsze struktury widoczne na powierzchni kryształu nowoczesnego półprzewodnika, ZnSe, to skupiska kilkudziesięciu zaledwie *atomów*.

Tak! Można wytworzyć tak małe "ziarenka", że będą się one składały z trzech tylko *atomów* – dwóch atomów tlenu (O) i jednego krzemu (Si), w skrócie SiO₂. Słowo „atomos” pochodzi z języka greckiego i oznacza „niepodzielny”. We współczesnym języku greckim oznacza „in-diwiduo”, po polsku „o-sobę” [1].

Atomem nazywamy najmniejszą, niepodzielną (chemicznie) część materii.

Cała znana nam z życia codziennego materia składa się z atomów. Z atomów miedzi zbudowane są przewody elektryczne, z atomów krzemu - układy elektroniczne w komputerze i telefonie komórkowym, z atomów węgla (i wodoru) - plastikowa obudowa telefonu. Dla wygody atomy oznaczamy symbolami, np. atom miedzi Cu, węgla C, krzemu Si. Symbole te pochodzą z nazw greckich (lub łacińskich) właściwych substancji. I tak miedź to *cuprum*, a węgiel *carbonium*. Nazwy atomów odkrytych w czasach nowożytnych są nadawane przez ich odkrywców, i tak Po to symbol *polonu*, od słowa Polska².

Atomy potrafią łączyć się w nieco większe grupy, zwane *cząsteczkami*. Atom wodoru H (lekkiego gazu służącego niegdyś do napełniania balonów) i atom tlenu O (gazu służącego do oddychania ludziom, zwierzętom i roślinom) łączą się w *ogniwie paliwowym* samochodzie w cząsteczkę wody, H₂O. Powstaje przy tym *prąd elektryczny* zasilający *silnik* samochodu.

Wzór *chemiczny* kwarcu to SiO₂. *Cząsteczka* kwarcu (tlenek krzemu, inaczej też krzemionka) składa się z jednego atomu krzemu i dwóch atomów tlenu. Takie same cząsteczki SiO₂, tylko nieco inaczej ułożone, tworzą szkło. Cząsteczka SiO₂ jest niepodzielna tradycyjnymi metodami *mechanicznymi* - dalej już nie uda się kwarcu rozdrobnić ani za pomocą mielenia ani kruszenia. Aby uzyskać pojedyncze atomy krzemu i tlenu, trzeba uciec się do metod *chemii*.³ A pojedyncze atomy można rozbić? Tak, ale o tym poniżej.

1.8. Elektrony i prąd elektryczny

Widzieliście nie raz baterijkę *elektryczną* do zasilania budzika, radia, czy zegarka. Każda z baterii, niezależnie od jej rodzaju i przeznaczenia ma zaznaczone dwa końce – dodatni (+) i ujemny (-). Co to oznacza?

Dodatni i ujemny koniec, *biegun* baterii oznaczamy tak od czasów pierwszego konstruktora baterii, Aleksandra Volty⁴, który zbudował ją ponad 200 lat temu (w 1797 r.). Według Volty, z dodatniego końca wypływają *ładunki elektryczne*. Wpływają one do bieguna ujemnego. Przepływ ładunków elektrycznych, bądź to z baterijki, bądź to z gniazdka w ścianie (też ma dwa wtyki, podobnie jak baterijka bieguny) napędza silnik magnetofonu, zapala żarówkę, zasila telewizor i komputer.

Istnienie ładunków elektrycznych jest pierwszym dowodem, że w skład atomów wchodzi inne, mniejsze składniki. W szczególności, w skład atomów wchodzi bardzo lekkie, ujemnie naładowane cząstki, zwane elektronami. Przepływ prądu elektrycznego przez silnik pralki to właśnie przepływ elektronów, które oddzieliły się od atomów.

² Polon (i rad) odkryła, przerabiając ogromną ilość (1,5 tony) rudy uranowej Polka, Maria Skłodowska – Curie.

³ W procesie produkcji krzemu najpierw krzemionkę SiO₂ przeprowadza się w gazowy związek SiCl₄ a następnie osadza polikrystaliczny krzem w wysokiej temperaturze.

⁴ Alessandro Volta (1745 - 1827) włoski fizyk, inspektor szkolny w Como, wynalazca m.in. ogniwa elektrochemicznego, elektroskopu, elektroforu.



Fot.1.13 a) elektrony przepływające między biegunami baterii Volty wytwarzają prąd elektryczny; b) takie same elektrony kreślą obraz w monitorze komputerowym; c) w wyładowaniu elektrycznym (iskrze) przepływające elektrony powodują świecenie gazu, podobnie jest w zorzy polarnej.

W skład atomów, oprócz ujemnie naładowanych elektronów, wchodzi dwie inne cząstki, dodatnio naładowane *protony* i obojętnie elektrycznie *neutrony*. Protony i neutrony są skupione w bardzo małym obszarze, tak zwanym *jądrze atomowym*, w centrum atomu, jak Słońce w środku Układu Słonecznego. Jeżeli typowe rozmiary atomu to dziesiąta część miliardowej części metra (0,1 nm, czyli 0,000 000 000 1 m) to rozmiary jądra są sto razy mniejsze (0,001 nm). Elektrony są jeszcze mniejsze - możemy oszacować, że mają rozmiary sto razy mniejsze niż jądro (0,000 000 000 000 001 m). O ile protony i neutrony są skupione w jądrze, to elektrony okrążają jądro z ogromnymi prędkościami (rzędu milionów metrów na sekundę).

Atomy składają się z ujemnie naładowanych, lekkich cząstek zwanych elektronami, dodatnio naładowanych protonów i neutralnych neutronów. **Protony** i **neutrony** są skupione w jądrze, natomiast **elektrony** okrążają jądro, obrazowo mówiąc „po orbitach”.



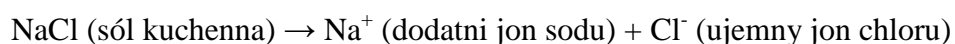
Zwróćcie uwagę, że logo wielu instytucji, na przykład uniwersytetów (tu UJ w Krakowie) zawiera „obraz” atomu.

1.9. Jony i elektroliza

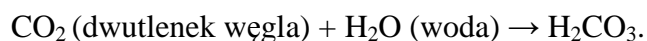
Krucha i biała sól kuchenna, NaCl, składająca się z atomów (metal) sodu i atomów (gazu) chloru nie przewodzi prądu elektrycznego, ale woda z dodatkiem soli kuchennej prąd przewodzi. Dlaczego? Otóż w roztworze wodnym obojętne elektrycznie atomy Na i Cl wymieniają między sobą *ładunki elektryczne*. Sód traci elektron, a chlor ten elektron przyjmuje. Atomy same z siebie są elektrycznie *obojętne*. Jeśli atom straci lub zyska elektron (jeden lub więcej), czyli będzie posiadał niezerowy ładunek elektryczny to nazywamy go *jonem*.

Jonami nazywamy atomy, które utraciły lub zyskały elektron (-y). Jony występują na przykład w roztworach wodnych lub w wyładowaniach elektrycznych w gazach.

W roztworze wodnym sól kuchenna, NaCl, rozpada się na jony według reakcji jak poniżej



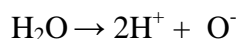
Wiele substancji rozpada się w podobny sposób w roztworach wodnych. W wodzie mineralnej rozpuszczony zostaje gaz zwany dwutlenkiem węgla, CO₂. Gaz ten przyłącza się do cząsteczki wody, H₂O.



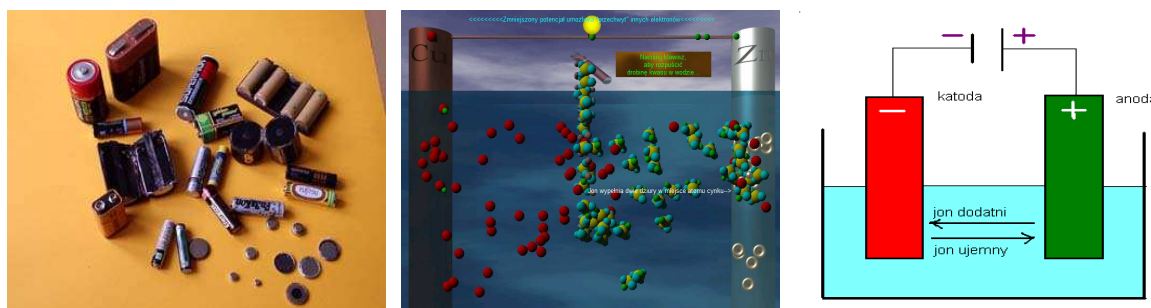
Utworzoną substancję chemicy nazywają *kwasem*. W tym przypadku jest to kwas *węglowy*. Cząsteczki kwasu znajdują się w środowisku wodnym i z tego powodu część z nich rozpada się na jony



Nawet woda, w fazie ciekłej występuje w postaci jonów, choć jedynie niewielka część z cząsteczek H_2O rozpada się na jony (mniej więcej jedna na milion w „zwykłej” wodzie)



Dzięki obecności jonów H^+ , pochodzących z rozpadu kwasu węglowego, woda mineralna posiada „kwaskowaty” smak. Jony H^+ są również w occie i innych substancjach zwanych *kwasami*. Wróćcie do tematyki kwasów na kursie chemii. My zajmijmy się ponownie stanami skupienia. Czy wszystkie z nich dają się łatwo sklasyfikować na ciała stałe, ciecze i gazy. We współczesnej fizyce – nie!



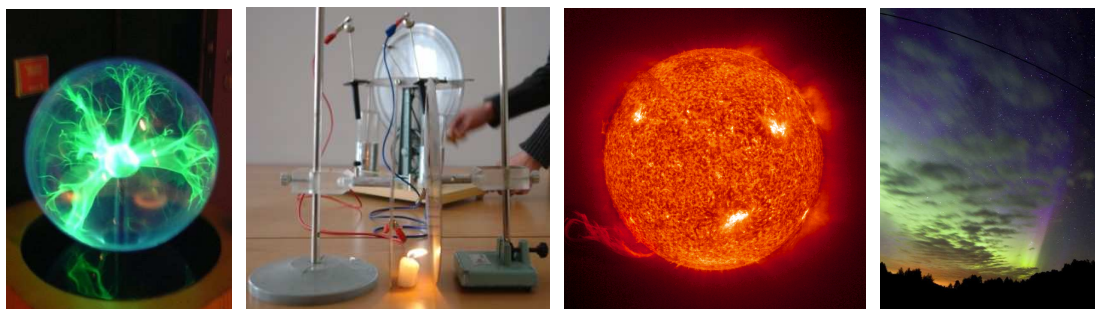
Fot. 1. 14 a) Przykłady „baterii” czyli ogniw Volta’y; b) Działanie ogniwa Volta’y - siarczek cynku w roztworze wodnym rozpada się na naładowane elektrycznie jony. Te dostarczają ładunek elektryczny do dwóch końców (biegunów) baterii; c) w procesie elektrolizy wody prąd elektryczny z zewnętrznego źródła powoduje przepływ jonów H^+ i O^- w przeciwnych kierunkach, jon H^+ (O^- pobiera (oddaje) elektron i łącząc się z drugim atomem zamienia się w gaz.

1.10. Inne stany skupienia

Okazuje się, że podział materii na trzy stany skupienia jest uproszczony. Nawet starożytni Grecy wyróżniali cztery „elementy pierwotne” – ziemię, wodę, powietrze i ogień. Czym różni się płomień świecy od zwykłego gazu, oprócz tego, że jest znacznie gorętszy? Otóż przez płomień świecy może przepływać prąd elektryczny, nie wiele gorzej niż przez miedziany kabel. Powodem jest obecność, obok cząsteczek neutralnego gazu, pewnej ilości *jonów* (azotu, tlenu itd.), obdarzonych ładunkiem elektrycznym (zazwyczaj dodatnim) oraz swobodnych elektronów. Prąd elektryczny jest przenoszony przez te jony.

Plazma

Gaz, w którym obok cząsteczek elektrycznie obojętnych występują jony nazywamy *plazmą*. Plazma świeci na przykład w tzw. lampie neonowej – białej, podłużnej rurze nad twoją głową w klasie lub w tzw. żarówce energooszczędnej. Plazma, pod nieco większym ciśnieniem jest też w popularnej kuli plazmowej, zob. fot.1.13. Z plazmy, o ogromnej temperaturze i pod ogromnym ciśnieniem składa się też nasze Słońce. Podobne warunki temperatury i ścieniani starają się wytworzyć naukowcy w urządzeniach zwanych *tokamakami*, aby produkować energię w identyczny sposób, jak się to dzieje we wnętrzu Słońca.



Fot. 1. 15 a) W kuli „plazmowej” część za atomów gazu traci ładunki elektrycznej – elektrony i jony umożliwiają przepływa prądu; b) płomień świecy to też przykład gazu *zjonizowanego* czyli plazmy – maszyna elektrostatyczna rozładowuje się natychmiastowo w obecności płomienia; c) powierzchnia Słońca to też przykład plazmy, ale o wysokiej (5500°C) temperaturze; d) zorza polarna to przykład zimnej i bardzo rozrzedzonej plazmy. Przyczyną jej świecenia są zderzenia elektronów z cząsteczkami tlenu azotu NO.

Ciekłe kryształy

Jak już powiedzieliśmy, ciecze nie mają określonego kształtu. Ale czasem ciekłe cząsteczki takie kształty przyjmują, np. w wyświetlaczach kalkulatorów lub telefonów komórkowych. Okazuje się, że pod wpływem napięcia elektrycznego, nawet niewielkiego, jak w bateryjce, długie łańcuchy cząsteczek ustawiają się w określonym kierunku i tworzą np. kształty liter.

Czasem twierdzi się, że szkło, takie jak szkło okienne, też jest cieczą. Jest to tyle uzasadnione, że szkło, podobnie jak np. plastelina, pod wpływem własnego ciężaru może się zdeformować. Szklane płytki w witrażach ze średniowiecznych katedr we Francji są nieco grubsze na dole niż u góry. Otóż, przez wieki, szkło nieco „spłynęło” w dół. W odróżnieniu od kwarcu, w szkle cząsteczki SiO₂ ułożone są chaotycznie, stąd szkło łatwiej formować, odlewać, barwić niż czysty kwarc. Weneccy artyści szklarze, na wyspie Murano, potrafią wytworzyć ze szkła prawdziwe arcydzieła, zob. fot. 1.16a.

Inne materiały są jeszcze bardziej zadziwiające. Kolorowa „guma”, nazywana po angielsku „głupim kitem” (silly putty) raz jest plastyczna, jak guma do żucia, ale jeśli ulepimy z niej piłkę, to odbije się ona od podłogi. Co więcej, uderzona młotkiem, rozprysnie się jak szkło. Jest to tzw. *polimer*, ale w odróżnieniu od zwykłego „plastiku”, zawiera nie atomy węgla, ale atomy krzemu. Wynalazł ją przypadkowo naukowiec w zakładach DuPont w USA w 1950 roku, ale do dziś nie wiadomo, do czego ją wykorzystać. Inna jeszcze ciecz, polimer składający się w dziesiątek tysięcy atomów, przelewa się sam ze szklanki do szklanki, jak bardzo gęsty i lepki kisiel, zob. foto 1.16d.

Metale z pamięcią

Powiedzieliśmy, że ciała stałe, na przykład metale, zachowują swój kształt. Ale są metale, które pozornie same z siebie, wyginają się w dziwne formy. Są to tzw. metale z pamięcią kształtu. Najprostszym tego typu metalem jest stop niklu i tytanu w proporcjach 50:50. Drut z takiego metalu może być wyginany we wszystkich kierunkach, ale po podgrzaniu w płomieniu zapalniczki wraca do pierwotnego kształtu. Okazuje się, że atomy w tym *stopie* pamiętają swoje oryginalne ułożenie w stosunku do sąsiadów i mimo przesunięć, w podwyższonej temperaturze wracają do początkowych położeń. Tego rodzaju metale są wykorzystywane do sterowników skrzydeł w niewidzialnych samolotach Stealth.



Fot. 1.16 Nietypowe stany skupienia: a) szkło nie ma struktury krystalicznej, stąd jest czasem klasyfikowane jako ciecz „przechłodzona” (tu witraż średniowieczny z Hotel de Cluny) ; b) ciekłe kryształy, stosowany w niektórych wyświetlaczach telefonów i monitorach TV; c) „silly putty” – polimer silikonowy, plastyczny, sprężysty lub nawet kruchy, w zależności od szybkości deformacji; d) super lepka, samoprzelewająca się ciecz – raz rozpoczęte przelewanie będzie trwało tak długo, dopóki nie wyczerpie się zapas cieczy w górnej szklance; e) nitiol – stop niklu i tytanu wykazujący pamięć kształtu: zgięty, wyprostuje się w strumieniu ciepłego powietrza z suszarki do włosów.

Współczesne technologie zacierają granice między stanami skupienia. Pozornie taki sam monitor komputerowy może wykorzystywać do rysowania obrazu wiązkę elektronów (w tzw. kineskopie), ciekłe kryształy (LCD), płaskie wyświetlacze plazmowe a najnowszych modelach świecące elementy półprzewodnikowe (LED). Tak zwana inżynieria materiałowa jest nauką, która w ogromnej mierze zmienia nasz świat codzienny. Ale wróćmy do fizyki, tej z laboratoriów w Toruniu.

1.11. Kondensat Bosego- Einsteina - piąty stan skupienia

Pisaliśmy, że w gazach atomy są w ciągłym chaotycznym ruchu i pozostają w dużych odległościach od siebie. W ciele stałym atomy są uporządkowane i rozmieszczone w odległościach niewiele większych niż ich rozmiary. Czy możliwy jest zatem taki stan skupienia, w którym atomy pozostają uporządkowane, ale leżą daleko od siebie? Okazuje się że tak!

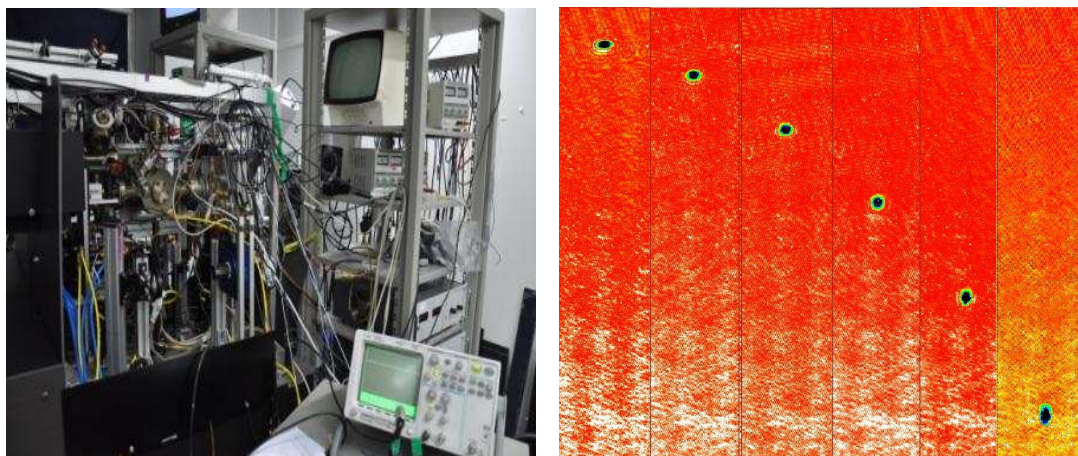
W bardzo niskich temperaturach, znacznie niższych niż w kosmosie⁵ atomy mogą być wzajemnie „powiązane” (skorelowane), mimo że znajdują się od siebie w odległościach typowych dla gazu (wielokrotności ich rozmiarów). W Polsce taki stan materii, niby-gazu i niby-kryształu został osiągnięty przez zespół naukowców kierowany przez prof. W. Gawlika z UJ z Krakowa, w laboratorium FAMO usytuowanym w Toruniu. Taki stan materii wynika z zupełnie nowych zjawisk, i został przewidziany w latach dwudziestych XX wieku przez A. Einsteina i hinduskiego uczonego B. Bosego. Nazywamy ten stan kondensatem Bosego-Einsteina, a jego zastosowania są trudne do przewidzenia. Jeden kondensat przenika drugi, jak czarownica, która przechodzi przez ścianę!

Od niedawna (2003 r.) wiemy za całą pewnością, że widoczna dla naszych zmysłów materia to zaledwie ¼ całej materii we Wszechświecie. Pozostała część pozostaje niewidoczna, mimo wszystkich metod, jakimi dysponuje współczesna fizyka. Co więcej, we Wszechświecie działają też niewidoczne dla nas siły, zwane ciemną *energiją*. Okazuje się, że aż 96% Wszechświata wymyka się naszemu poznaniu.

Jak więc widzicie, nauka o stanach skupienia, a tym między innymi zajmuje się fizyka, jest niezmiernie zaskakująca i wiele jest w niej jeszcze do zrobienia. Ale najpierw musimy poznać

⁵ Za typową temperaturę w „kosmosie” należy uważać temperaturę ekwiwalentną (jako że jest to rozkład widma) mikrofalowego promieniowania tła (2,73 K). Kondensat Bosego- Einsteina, np. składający się z atomów rubidu, ma temperaturę rzędu 100 nK (10⁻⁷K)!

podstawowe prawa rządzące światem, czyli prawa fizyki. Zaczniemy od ruchu i jego właściwości.



Fot.1.17 a) Aparatura służąca wytworzeniu najzimniejszych stanów skupienia – kondensatu Bosego – Einsteina (laboratorium FAMO w Toruniu); b) spadanie kondensatu podlega tym samym prawom grawitacji, co spadanie kamienia.

[1] G. Karwasz, Atom, czyli o-soba, w „Na ścieżkach fizyki współczesnej”,
http://dydaktyka.fizyka.umk.pl/Wystawy_archiwum/z_omegi/atom.html

[2] M. Zawada

ROZDZIAŁ II Wielkości fizyczne

2.1 Czytanie wielkości fizycznych

Fizyka opisuje otaczający nas świat – kolor kwiatów, lot samolotu, jesienną niepogodę. W odróżnieniu jednak od innych nauk i sztuk takich, jak poezja i malarstwo, fizyka opisuje świat za pomocą liczb. I tak, komputer kontrolujący lot samolotu sprawdza jego prędkość (950 km/h), wysokość lotu (11 km nad poziomem morza), współrzędne geograficzne aktualnego położenia samolotu (52°58' do 53°04' szerokości geograficznej północnej i 18°32" do 18°43" długości geograficznej wschodniej dla Torunia), temperaturę na zewnątrz (-45°C) i wiele jeszcze innych *wielkości fizycznych*. Jesienna niepogoda jest opisana przez wielkość opadu deszczu (20 mm w ciągu 24 godzin), kierunek i siłę wiatru (północno – zachodni, 320° NW, 6 stopni w skali Beauforta), ciśnienie atmosferyczne (980 hektopaskali). Nawet kolor kwiatu można opisać za pomocą wielkości fizycznej, jaką jest długość fali światła.

Aby rozumieć ten codzienny opis świata, trzeba umieć nie tylko *czytać* liczby, ale umieć je *ocenić*. Temperatura na zewnątrz, minus 45 stopni Celsjusza (-45°C) wydaje się temperaturą bardzo niską, ale wysoko nad ziemią, 10-11 km, ta temperatura powinna być nawet niższa – około -55°C. Ciśnienie atmosferyczne, 98 tysięcy paskali, wydaje się ogromne, ale w pogodny dzień to ciśnienie (na poziomie morza) powinno wynosić 101 tysięcy paskali.



W ocenie wartości fizycznych bardzo istotna jest *dokładność* pomiaru. Przy prognozie ilości deszczu bardzo trudno przewidzieć dla Warszawy (jest to praktycznie niemożliwe), czy więcej deszczu spadnie na Sadybie, czy na Woli. Z tego powodu, stwierdzenie „opad 20 mm”, czyli 2 cm deszczu, jest prognozą (przed deszczem), czy pomiarem (po deszczu) dość dokładnym. Dla samolotu natomiast zwiększenie prędkości z 950 km/h do 970 km/h powoduje znaczny wzrost zużycia paliwa, dlatego komputer utrzymuje prędkość z dość dużą dokładnością. Ale i zmiana ciśnienia powietrza o 3% w prognozie pogody może oznaczać różnicę między jesienną szarugą a pięknym babim latem.

Fot. 2.1 Stała Plancka w symbolu Instytutu Fizyki Uniwersytetu Mikołaja Kopernika w Toruniu.

Niektóre wielkości fizyczne są niezienne, jak na przykład prędkość światła. Co więcej, pomiar prędkości światła daje zawsze tę samą wartość, niezależnie, czy mierzymy ją w szkolnej klasie, czy w satelicie lecącym nad Ziemią. Wartość prędkości światła znamy z dużą dokładnością. Wynosi ona trzysta tysięcy kilometrów na sekundę, a dokładniej 299 792 458 m/s. Jest [kilka wielkości fizycznych](#), które znamy z dużą dokładnością, jedną z nich jest tak zwana „stała Plancka”, której wartość jest wypisana przy wejściu do Instytutu Fizyki Uniwersytetu Mikołaja Kopernika w Toruniu (zob. fot. 2.1).

Wreszcie, dla opisanego niektórych wielkości fizycznych, jak na przykład wiatru, potrzebne jest podanie nie tylko ich wartości (8 metrów na sekundę), ale i kierunku (320° NW). Takie wielkości, jak prędkość wiatru nazywamy *wektorami*. Dla innych wielkości, jak na przykład temperatury, nie określamy kierunku. Takie wielkości nazywamy *skalarami*. Skalarem jest na przykład masa ciała (zwana mylnie „ciężarem”), pole powierzchni boiska do siatkówki i wiele innych. Wektorem jest nie tylko prędkość, ale na przykład siła, z którą popychamy szkolną ławkę (bo istotny jest kierunek tego „popychania”). O siłach i prędkościach będziemy mówić w dalszych częściach po-ręcznika, na razie wróćmy do liczb i ich dokładności.

2.2 Wielkości przybliżone

Stan finansów szkoły corocznie jest sprawozdawany do jej władz. Sprawozdanie to zawiera wpływy i wydatki, i podawane jest z dokładnością do jednej złotówki. Finanse wielkich fabryk samochodów, o wiele razy większe niż budżet szkoły, też są sprawozdawane z dokładnością do jednej złotówki (lub euro). Nawet wydatki całej Unii Europejskiej jako organizacji, w 2009 roku 116,1 miliarda euro, są sprawozdawane z tą samą dokładnością. Planowane wydatki Unii na rok 2009 to dokładnie [116 096 062 329 €](#).

Wielkości fizyczne podajemy w inny sposób niż budżet Unii. Wielkości te są prawie zawsze wynikiem pomiaru, a ten jest przeprowadzany z określoną *dokładnością*. I tak, z inną dokładnością mierzona jest odległość między słupkami na autostradzie - stoją one co 50 metrów i kilka centymetrów różnicy w ich dokładnym ustawieniu nie jest istotne. Z kolei, odległość Księżyca od Ziemi, mimo że ogromna (średnio 384 tys. km) jest mierzona z dokładnością lepszą niż 1 cm. Stąd wiemy, że Księżyc bardzo powoli, 3 cm na rok, ale nieuchronnie oddala się do Ziemi.

Dla jasnego podkreślenia, które wielkości znamy (lub powinniśmy znać) z dużą dokładnością, fizycy posługują się pojęciem *błędu* (lub raczej *niepewności* pomiaru). I tak zapis $x = 50,0 \pm 0,1$ m oznacza, że *niedokładność* w ustawieniu słupka nie powinna przekraczać 10 centymetrów. Zapis $c = 299\,792\,458 \pm 1$ m/s oznacza, że prędkość światła znamy z dokładnością do jednego metra na sekundę.

Porównując dokładność rozstawienia słupków z dokładnością wyznaczenia prędkości światła ta pierwsza wydają się być lepsza. W rzeczywistości jest inaczej. Dla oceny tych dwóch dokładności należy porównać wielkości *względne*. I tak słupki są rozstawione z dokładnością 0,1 części na 50 części, czyli 0,2 części na sto, czyli 0,2%. Prędkość światła znamy z dokładnością 0,00000033%. Dokładność współczesnego wyznaczenia stałej Plancka ($6,62606896 \cdot 10^{-34}$ J·s) wynosi 0,000005%.

Zadanie 2.1

Zaznacz na drzwiach swoją wysokość, a następnie zmierz tę zaznaczoną wysokość za pomocą miarki krawieckiej. Z jaką dokładnością (w centymetrach) jesteś w stanie zmierzyć tę wysokość? Ile wynosi niepewność *względna* w procentach (czyli stosunek niepewności wyrażony w centymetrach do twojej wysokości)?

Dokładność pomiaru

Jak zapisywać liczby, które nie są dokładne? Regułą stosowaną przez fizyków jest podawanie błędu pomiaru. Czasem te błędy mogą być zupełnie duże, w porównaniu z mierzoną wielkością. Dużą niepewnością obarczone są, na przykład, oszacowania (pomiaru lub teoria) masy najmniejszych składników materii, cząstek elementarnych zwanych *kwarkami* (nazwa przypuszczalnie od serbołużyckiego „twaróg”). Masy dwóch kwarków, *up* i *down*, z których składa się prawie cała znana nam materia, znane są, we właściwych jednostkach, z dokładnością $1,5 < m_{up} < 5$ i $5 < m_{down} < 9$. O dziwo, masy kwarków „egzotycznych” znamy z większą dokładnością *względną*. I tak najcięższy z nich ma masę (w jednostkach 1000 razy większych) $m_{top} = 174,3 \pm 3,2$.

Fot. 2.2 Kwarki *down* mają nieco większą masę niż kwarki *up*. O ile większą, tego dokładnie nie wiemy © TW.



Wynik jeszcze mniej dokładny choć niezwykle ciekawy dały doświadczenia przeprowadzone na początku XXI wieku dla sprawdzenia, czy czas może biec do tyłu (innymi słowy, czy koniecznie musimy się starzeć, czy też w niektórych przypadkach można „samoczynnie”

odmłodnieć). Doświadczenia dotyczyły też kwarków, tak zwanych *dziwnych*. Badania te wykazały, że *prawdopodobieństwo*, że czas zacznie biec do tyłu wynosi $k = 3,0 \pm 3,3_{\text{stat}}$.⁶ Jak widzicie, niepewność wyniku jest większa niż sam wynik! *Zmierzone* prawdopodobieństwo *odwrócenia* czasu wynosi więc ZERO!

Jak zapisywać liczby, o których wiemy, że ich dokładność jest ograniczona? Należy je *zaokrąglić*.

Reguły zaokrąglania liczb

Zaokrąglanie liczb polega na odrzuceniu cyfr, które uważamy za niedokładne lub nie są potrzebne w danym momencie. Dla przykładu, nie ma potrzeby podawania w każdym dokumencie dokładnego budżetu Unii Europejskiej 116 096 063 329 €. Dla potrzeb prasy wystarczy podać, że budżet ten wynosi 116 mln euro. W tym zaokrągleniu odrzuciliśmy wszystkie cyfry, oprócz pierwszych trzech.

Zaokrąglania liczb dokonuje się w dwojaki sposób, w zależności od tego jaką wartość ma *pierwsza* z odrzucanych cyfr. Jeśli jest ona w zakresie od „0” do „4”, to wszystkie niepotrzebne cyfry są po prostu odrzucane. Jeśli natomiast pierwsza z odrzucanych cyfr ma wartość w zakresie od „5” do „9”, to *ostatnia* z zachowanych cyfr zostaje *zwiększona* o jeden.

Przykład 2.1

Zaokrąglić liczbę $x = 12,848571$ do a) trzech, b) pięciu, c) siedmiu cyfr znaczących.⁷

Rozwiązanie:

- czwartą cyfrą w podanej liczbie jest „4”. Zgodnie z podaną regułą odrzucamy więc pozostałe cyfry, pozostawiając $x = 12,8$.
- szóstą cyfrą jest „5”. Zgodnie z regułą, zwiększamy o jeden piątą cyfrę. W tym przybliżeniu $x = 12,849$.
- ósmą cyfrą jest „1”. Dla zaokrąglenia po prostu ją odrzucamy i otrzymujemy $x = 12,84857$.

Istnieje wiele sposobów na zapis tej samej liczby. Wybrany sposób często świadczy o dokładności liczby lub o celu, w jakim ją przedstawiamy. Pisząc, że Maria Curie-Skłodowska przerobiła własnoręcznie „półtora tony” rudy uranowej mamy na celu podkreślenie wielkiego wysiłku przez nią włożonego, a nie dokładne „zważenie” tej rudy. W celu obliczenia, jak długo biegnie światło ze Słońca do Ziemi (odległej o 149 mln km) wystarczy przyjąć prędkość światła jako „trzysta tysięcy km na sekundę”. Stąd wynik: 500 sekund, czyli około 8 minut. Dobór sposobu zapisu jest szczególnie ważny, jeśli wielkości nie są dokładne, albo zmienne w czasie. I tak odległość Ziemi od Słońca wynosi 149 mln km 2 stycznia zaś 151 mln km 2 lipca. Rozsądniej jest więc podawać „mln km” niż wszystkie cyfry.

W szczególności dysponujemy tzw. *notacją* naukową, w której zamiast wielu zer na końcu liczby podajemy po prostu ich ilość. Milion, czyli sześć zer zapiszemy jako 10^6 . I tak odległość od Słońca, 149 mln km możemy zapisać jako $149 \cdot 10^6$ km lub lepiej, $149 \cdot 10^9$ m.

⁶ A. Angelopoulos i in. – A determination of the CPT violation parameter $\text{Re}(\delta)$ from the semileptonic decay of strangeness-tagged neutral kaons, *Physics Letters B* 444 (1998) 52-60

⁷ Za cyfry znaczące uważamy wszystkie, za wyjątkiem zer na początku liczby lub cyfr na końcu liczby, które należy odrzucić z uwagi na niepewność pomiaru.

Przykład 2.2

Zapisz w notacji naukowej liczby $R = 384$ tys. km i $E = 116,1$ mld euro.

Rozwiązanie:

$$R = 384 \cdot 10^3 \text{ km} = 384 \cdot 10^6 \text{ m}$$

$$E = 116,1 \cdot 10^9 \text{ €}$$

2.3 Obliczenia przybliżone

Wydatki Unii Europejskiej są znane z dużą dokładnością, bo sumują się na nie dokładne wielkości wydatków na poszczególne cele. I tak [w budżecie 2009 roku](#) na pomoc ekonomiczną dla gospodarek było przeznaczone 45 999 519 679€, a na ochronę środowiska 52 566 129 680 €. Oczywiście, jeśli jeden z oddziałów („Dyrektoriatów”) Unii nie potrafiłby ocenić własnych wydatków z dokładnością do jednego euro, cały budżet nie byłby spisany z taką dokładnością.

W fizyce, gdzie wielkości są z natury rzeczy prawie zawsze przybliżone⁸, potrzebne są reguły działań matematycznych na liczbach przybliżonych. Podstawą tych reguł jest określenie, z jaką dokładnością znamy poszczególne składniki (w dodawaniu) lub czynniki (w mnożeniu) tych działań. Inne nieco reguły dotyczą dodawania, a nieco inne mnożenia.

W dodawaniu istotne jest, ile cyfr *po przecinku* (lub przed przecinkiem) znamy dokładnie. Spróbujmy na przykład policzyć, jaka powinna być masa jednej cząsteczki wody H_2O , która składa się z dwóch atomów wodoru i jednego atomu tlenu. Masa atomu wodoru (w jednostkach atomowych, j. at.) wynosi 1,0000245 j. at., a masa atomu tlenu 16,2458 j. at. Masę atomu wodoru znamy więc z dokładnością do 7 cyfr po przecinku, ale masę atomu tlenu zaledwie z dokładnością do 5 cyfr po przecinku. Masę cząsteczki wody możemy więc określić jedynie z dokładnością do 5 cyfr po przecinku.

W dodawaniu liczb przybliżonych istotna jest dokładność oceny każdego ze składników – ile cyfr *po* przecinku jest dokładnych. Suma liczb przybliżonych jest określona z taką dokładnością (tzn. zawiera tyle cyfr po przecinku), z jaką dokładnością jest znana najmniej dokładna liczba .

Przykład 2.3 dla przyszłych farmaceutów (farmaceutek)

Umiejętność dodawania liczb przybliżonych jest potrzebna również, np. w aptece.

I tak, jeśli jeden ze składników leku jest znany z dokładnością do 5 miejsc po przecinku, a drugi z dokładnością do 2 cyfr po przecinku, to i tak suma będzie określona z dokładnością do zaledwie 2 cyfr po przecinku.

Leki na serce muszą być podawane z dużą precyzją. Jeden z nich (atropina) jest podawany w dawkach po 0,1 miligrama, czyli 0,0001 grama. Jeśli jednak na opakowaniu leku znajdziemy informację, że zawartość „czynnika aktywnego” wynosi 0,1 miligrama, to zawartość ta nie może być określona z dokładnością mniejszą niż około 10%, czyli 0,01 miligrama. Zawartość leku możemy więc podać jako 0,00010 grama – z dokładnością do 5 miejsc po przecinku.

⁸ Albert Einstein podobno powiedział, że dobry Bóg wymyślił tylko liczby naturalne, jak 1,2,3 a całą resztę, czyli liczby ułamkowe, pierwiastki itd. wymyślił człowiek. W fizyce jedynie „ilość atomów” jest liczbą naturalną, o ile potrafilibyśmy je zliczyć, a inne wielkości są liczbami przybliżonymi.

Trudno byłoby podać pigułkę o masie 0,1 mg (jest to mniej więcej ziarenko cukru pudru). Lek „aktywny” jest więc mieszany z innymi składnikami, „wypełniaczami”, jak mąka ziemniaczana, celuloza itp. Typowe pigułki, niezależnie czy są to witaminy czy leki na serce, mają masę $0,2 \pm 0,01$ grama, co dla ścisłości zapiszemy jak 0,20 g. Masa wypełniacza, w gramach, jest więc określona z dokładnością do dwóch miejsc po przecinku. Skład pigułki na serce jest więc następujący:

- składnik aktywny 0,000010 grama
 - wypełniacz 0,20 grama
 Razem $0,000010 \text{ g} + 0,20 \text{ g} = 0,20 \text{ g}$

Fot. 2.3 Pigułki są duże i kolorowe, a zawierają głównie cukier i mąkę ziemniaczaną



W mnożeniu (lub dzieleniu) dokładność wyniku zależy nie od ilości cyfr dokładnych po przecinku, ale od ilości *wszystkich* cyfr dokładnych w każdym z czynników, niezależnie od tego czy są one po, czy przed przecinkiem. Dokładność wyniku jest taka sama, jak dokładność *najmniej* dokładnego z czynników (albo dzielnej lub dzielnika przy dzieleniu). Rozważmy taki przykład.

Przykład 2.4 (dla przyszłych kierowców)

Na stacji benzynowej wiano do zbiornika 50 litrów benzyny. Dokładność podziałki odmierzającej wynosi 10 ml (czyli 0,01 litra). Samochód przejechał dokładnie 658,154 km. Jakie jest zużycie paliwa na 1 km?

Rozwiązanie:

Dokładność podziałki 10 ml oznacza (dla fizyka), że wiano $V = 50,00 \pm 0,01$ litra. Ilość benzyny znamy więc z dokładnością czterech cyfr *znaczących*.

Długość przejechanej drogi, według słupków na drodze możemy określić z dokładnością nie gorszą niż 1 metr. Przejechana droga wynosi więc $s = 658,152 \pm 0,001$ km. Drogę tę znamy z dokładnością do sześciu cyfr *znaczących*.

Aby obliczyć zużycie paliwa na 1 km dzielimy ilość całkowitą benzyny przez ilość przejechanych kilometrów

$$x = 50,00 : 658,152 = 0,07597029 \text{ litra na kilometr.}$$

Wynik ten jest jednak niepoprawnie zapisany! Podaliśmy aż 7 cyfr *znaczących* – 7597029 (zera przed „7” nie liczą się jako cyfry *znaczące*). Ilość paliwa znamy z dokładnością do czterech cyfr *znaczących*, dlatego w wyniku wolno nam podać jedynie 4 cyfry *znaczące*. Poprawne zapisanie wyniku będzie następujące

$$x = 0,07597 \text{ litrów na kilometr.}$$

Tak naprawdę, zarówno ilość wlanego paliwa jak długość przejechanej drogi (jak ją liczyć? kiedy zgaśnie silnik, czy kiedy samochód się zatrzyma?) jest określona z niewielką liczbą cyfr *znaczących*. Dlatego zużycie paliwa podaje się z dokładnością nie większą niż 2-3 cyfry *znaczące*. I tak w naszym przypadku zapisalibyśmy $x = 7,6$ litra na 100 kilometrów.

W *mnożeniu* liczb przybliżonych istotna jest ilość cyfr *znaczących najmniej* dokładnego czynnika. Iloczyn podajemy w dokładnością do tylu cyfr *znaczących*, ile zawiera ten czynnik.

2.4. Jednostki pomiaru wielkości fizycznych

W jednej z amerykańskich nowel bohater, mały chłopiec leży pod pierzyną i oczekuje śmierci łada moment. Jego mama zmierzyła mu temperaturę i okazało się, że wynosi ona 102 stopnie. Tymczasem w szkole chłopiec słyszał, że temperatura normalna wynosi 36,6 stopnia, a umiera się przy temperaturze 42 stopni. Oczywiście, mama mierzyła stopnie w skali [Fahrenheita](#) (Gdańszczanin, 1686 - 1736) a w szkole uczono temperatury w skali Celsjusza ([Szwed](#), 1701 - 1744). W [skali Fahrenheita](#), właśnie 100 stopni jest normalną temperaturą ciała (a właściwie 98 stopni).

Ważne jest więc uzgodnienie *jednostek* pomiaru. Fizycy poświęcają ujednoliceniu jednostek miar dużo uwagi. Na ratuszu w Chełmnie znajduje się średniowieczny *worzec* długości, żelazna sztaba o długości 4,35 metra. Dziś, powszechną miarą długości, przynajmniej w Europie, jest 1 metr. Długość jednego metra przyjęto jako 1/10000 ćwiartki równika Ziemi. Jeden metr to mniej więcej zamaszysty krok żołnierza. Dla dokładniejszego określenia, we Francji w XIX wieku zbudowano wzorzec metra, ze szlachetnego stopu (platyny z irydem), który nie rozszerza się ze wzrostem temperatury. Dziś taki wzorzec nie jest dostatecznie dokładny i metr wyznacza się za pomocą światła specjalnego lasera.

Podobnie, za pomocą lasera określa się jednostkę czasu – *sekundę*. Jednostką czasu u starożytnych Rzymian była *godzina* (hora, stąd skrót „h”); *małą* jednostką była *minuta* (1/60 godziny) a *drugą*, mniejszą jednostkę nazwano *sekundą* (1/3600 godziny). Podobnie jak jednostka długości, tak i jednostka czasu wyznaczana jest dziś za pomocą laserów. Jakich? Zajrzyj do Internetu - zmienia się to co jakiś czas, w miarę postępu badań fizyki i wzorzec przyjęty dziś może nim nie być za rok.

Ilość substancji fizycy definiują jako *masę*. Jeśli mówi się potocznie, że Bolek waży 47 kg, to poprawnie powinno się powiedzieć: „masa Bolka to 47 kg”. Podobnie jak wzorzec metra, tak wzorzec kilograma był ustalony za pomocą odważnika (cylinder o średnicy 39 mm i wysokości 39 mm) ze stopu irydu z platyną i przechowywany w Instytucie Miar i Wag w Sevres pod Paryżem. Dziś masę określamy za pomocą metod chemicznych (mas pojedynczych składników materii – atomów).

Czwartą, bardzo ważną wielkością w fizyce jest temperatura. Temperaturę, w skali międzynarodowej, określało się do niedawna za pomocą punktu topnienia (0°C) i wrzenia wody (100°C). Dziś, skala temperatury jest taka sama, ale sposoby jej wyznaczenia są dokładniejsze. Najniższą możliwą temperaturą jest -273,16°C. W tej temperaturze zanika ruch cząsteczek gazu. Użytecznie jest więc przyjąć za temperaturę zerową -273,16°C. Taką skalę temperatur nazywamy skalą Kelwina. Stopień Kelwina i Celsjusza jest taki sam; dwie skale różnią się tylko wyborem temperatury zerowej.

Zestawienie wielkości podstawowych:

- jednostką długości (lub odległości) jest **metr**
- jednostką czasu jest **sekunda** (1 godzina liczy 3600 sekund)
- jednostką masy jest **kilogram** (a 1 gram to tysięczna część kilograma)
- jednostką temperatury jest stopień Celsjusza (lub **Kelwina**, dokładnie taki sam).

Istnieje jeszcze kilka innych wielkości fizycznych określanych jako *podstawowe*. Jedną z nich jest na przykład wielkość natężenia prądu elektrycznego (amper), inną - jasność źródeł światła (kandela). Odpowiednie definicje znajdziesz bez trudu w Internecie. Dziś, większość z nich, podobnie jak jednostkę masy, można określić za pomocą własności obiektów z mikroświata – atomów i elektronów.

2.5 Przedrostki jednostek pomiaru

Jak już na pewno zauważyłeś, bardzo rzadko korzystamy z podstawowej jednostki fizycznej takiej jak metr. Do pomiarów odległości między miastami używamy *kilo*-metra. Wzrost podajemy w *centy*-metrach, a grubość wkładu do ołówka w *mili*-metrach. Używamy więc *przedrostków*. Przedrostki te pochodzą z języka greckiego. Na przykład „centy” oznacza część setną. W tabeli poniżej podajemy znaczenie i skróty najczęściej używanych przedrostków. Wyfuszczoną czcionką podajemy te najważniejsze.

Wielokrotności „10”

mnożnik	nazwa	skrót	przykład
10	deka	d	dekagram=10 g
100	hekto	h	hektolitr =100 litrów; 1 hektar = 100 arów = 100x100 m ²
1000	kilo	k	kilogram = 1000 gramów; kilometr = 1000 m
1 000 000	mega	M	megawat (moc turbiny elektrowni) = 1 000 000 W
1 000 000 000	giga	G	gigawat (moc elektrowni atomowej) = 1 000 000 000 W
1 000 000 000 000	tera	T	10 terawat (elektrownie świata) = 10 000 000 000 000 W

I tak, *moc* kuchenki elektrycznej to 1 kilowat, *moc* małej turbiny wodnej to 1 megawat (tysiąc razy więcej) a *moc* elektrowni atomowej to 1 gigawat (moc tysiąca małych turbin wodnych).

Ułamki „10”

mnożnik	nazwa	skrót	przykład
0,1	decy	dc	1 decymetr = 0,1 m = 10 cm; 1 dcm ³ = 1 litr
0,01	centy	c	1 centymetr = 0,01 m = 10 mm
0,001	mili	m	1 milimetr = 0,001 m; mililitr = 0,001 litra = 1 cm³
0,000 001	mikro	μ	1 mikrometr („mikron”) = 0,001 mm; włos = 50 μm
0,000 000 001	nano	n	0,1 nanometra = typowe rozmiary atomu
0,000 000 000 001	pico	p	picofarad = pojemność elektryczna małego kondensatora
10 ⁻¹⁸	atto	a	attosekunda = czas przeskoku elektronu w atomie

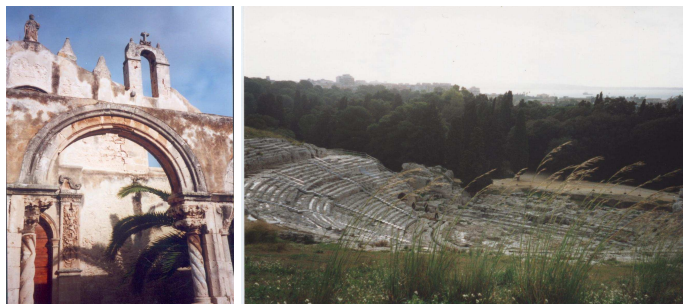
Każdy kraj nieco inaczej używa przedrostków jednostek miar. I tak w Polsce kupuje się mięso na „deko”, czyli dekagramy, we Włoszech na „etto”, czyli hektogramy. Włoskie dwa „etti” to polskie 20 „deka” a właściwie (w systemie międzynarodowym) 0,2 kg. Pojemność butelek z winem Włosi podają w mililitrach (750 ml), Polacy w litrach (0,75 litra) a Francuzi w centylitrach (75 cl). I tak znajomość fizyki może się przydać w restauracji za granicą!



Fot. 2.6 Przedrostki jednostek miar pozwalają w skrótowy sposób charakteryzować szeroki zakres wielkości fizycznych a) „pojemność” kondensatorów zmienia się od *piko* przez *nano* do *mikro*; b) *moc* małej turbiny wodnej (wysokości człowieka) to 1 MW; c) *moc* jednego reaktora w elektrowni atomowej to typowo 1 GW.

2.6 Przykład pomiaru fizycznego - gęstość

Jako praktyczny przykład pomiaru fizycznego i stosowanych jednostek spróbujemy wyznaczyć *gęstość* kilku ciał. Pojęcie gęstości zostało wprowadzone przez Archimedesesa. Legenda głosi, że szukał on sposobu upewnienia się, czy złotnik nie oszukał władcy Syrakuz, dodając do złota w koronie nieco miedzi. Złoto należy do najcięższych metali, natomiast miedź jest niewiele cięższa od żelaza. Łatwo zważyć koronę, ale aby stwierdzić, czy jest ona zrobiona z czystego złota, czy ze złota z domieszką miedzi, należy wyznaczyć jeszcze jej *objętość*.



Fot. 2.7 Ruiny starożytnych Syrakuz na Sycylii, miasta rodzinnego Archimedesesa.

Kawałek cegły „waży” więcej niż kawałek drewna takich samych rozmiarów. Wynika to z mniejszej *gęstości* drewna w porównaniu do materiału cegły.

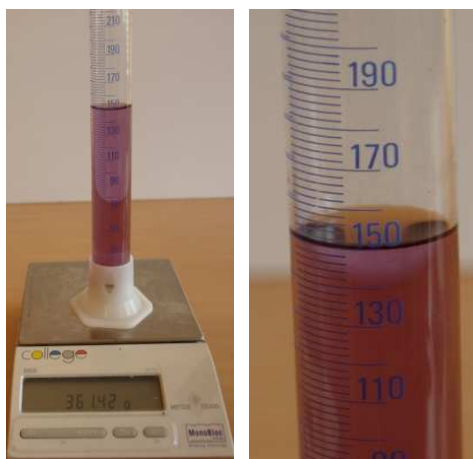
Gęstością nazywamy stosunek **masy** ciała do jego **objętości**. Gęstość podajemy w $\frac{kg}{m^3}$.

Dla wyznaczenia *gęstości* danego materiału musimy znać jego masę oraz objętość. Masę wyznaczamy w prosty sposób, za pomocą wagi. Innej wagi użyjemy do wyznaczenia naszej masy, innej używa gospodyni domowa w kuchni, innej jeszcze złotnik. Najprostszą wagą jest sprężynka, która rozciąga się więcej, jeśli jest do niej podczepiona większa masa, zob. foto 2.8.

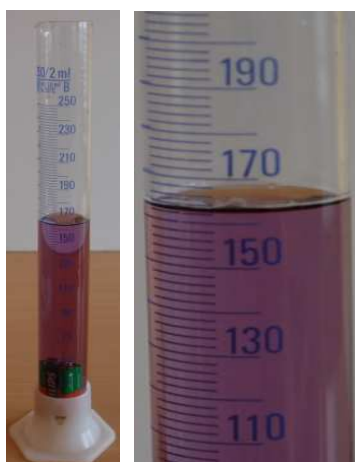


Fot.2.8 Rodzaje wag: a) szalkowa; b) elektroniczna

Wyznaczenie objętości jest nieco trudniejsze. Archimedes, wchodząc do wanny pełnej wody zauważył, że objętość wody, która się z niej wylała, odpowiada objętości jego ciała. Mamy więc sposób na wyznaczenie nieznannej objętości ciała.



Fot. 2.9a Wyznaczania objętości: menzurka z podniesionym poziomem cieczy (przed wrzuceniem badanego ciała do naczynia).



Fot. 2.9b Wyznaczanie objętości: menzurka z podniesionym poziomem cieczy (po wrzuceniu badanego ciała do naczynia – poziom wody podniósł się).

1) Możemy je wrzucić do szklanego naczynia z podziałką (tak zwanej *menzurki*) wypełnionego częściowo wodą i zmierzyć, o ile cm^3 podniósł się poziom wody (patrz fot. 2.9 a i b).



Fot. 2.10 Wyznaczanie objętości: menzurka, z której wylała się woda (po wrzuceniu badanego ciała do naczynia, część wody wylała się).

2) Możemy wrzucić badane ciało do jakiegokolwiek naczynia pełnego wody, zebrać wylaną wodę, wlać ją do menzurki i zmierzyć jej objętość. Objętość wylanej wody, z grubsza, odpowiada objętości ciała (patrz fot. 2.10).

3) Możemy też wyznaczyć objętość ciała tylko za pomocą wagi. Wiemy (taka była początkowa definicja grama), że 1 cm^3 wody ma masę 1 g. Wystarczy więc ustawić na wadze

jakiegokolwiek naczynie pełne wody i zapisać wskazanie wagi (m_1). Następnie wrzucamy badany przedmiot i ponownie zapisujemy wskazanie wagi. Tym razem wskazuje ona sumę m_1+m_2 masy naczynia z wodą i przedmiotu m_2 . Na końcu zdejmujemy naczynie z wodą (i zanurzonym w niej przedmiotem) i „ważymy” masę wylanej wody m_3 . Masa wylanej wody wyrażona w gramach odpowiada objętości V przedmiotu w cm^3 .

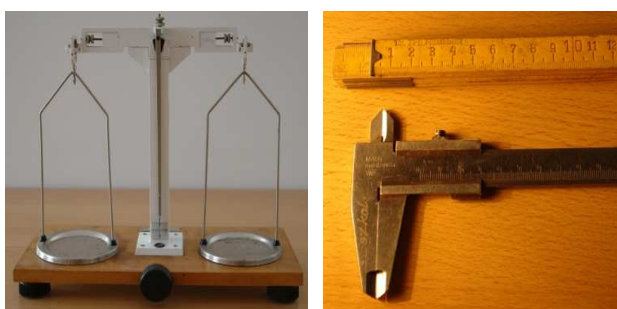
Gęstość d obliczamy dzieląc masę przedmiotu m_2 przez jego objętość V .

$$d = \frac{m_2}{V}$$

Zadanie 2.2

Wyznaczyć gęstość kawałka kredy szkolnej.

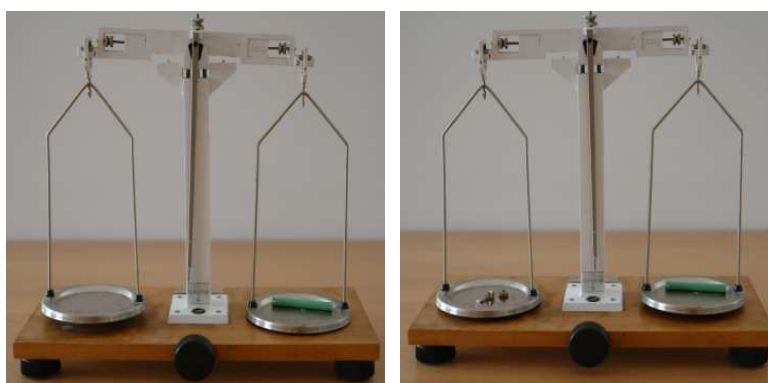
Do wyznaczenia gęstości kredy szkolnej potrzebna będzie waga szalkowa, odważniki i suwmiarka (patrz fot. 2.11).

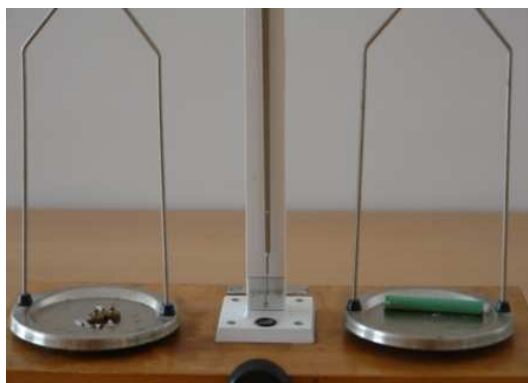


Fot. 2.11 Narzędzia potrzebne do wyznaczenia gęstości kawałka kredy szkolnej: a) waga szalkowa; b) suwmiarka

Kolejne etapy tego doświadczenia polegają na:

1) Kładziemy kawałek kredy szkolnej na wadze szalkowej i za pomocą dokładanych odważników ważymy tę kredę poprzez porównanie jej masy z masą odważników. Ustalenie masy ciała na wadze szalkowej wiąże się z doprowadzeniem jej do równowagi (patrz fot. 2.12)

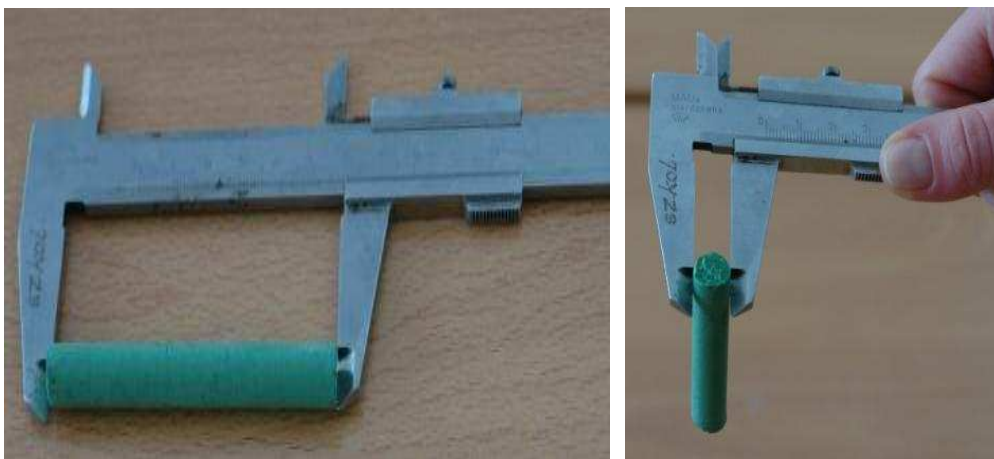




Fot. 2.12 Kolejne etapy przeprowadzenia doświadczenia polegającego na wyznaczeniu gęstości kawałka szkolnej kredy.

Na koniec odczytujemy wartości z użytych w pomiarze odważników i je sumujemy. W naszym przypadku użyliśmy odważników o masach: 5 g, 5 g, 200 mg, 200 mg, 20 mg, co dało łączną masę 10,84 g. W ten sposób wyznaczyliśmy masę kawałka kredy szkolnej.

2) Wyznaczamy objętość kawałka kredy szkolnej przy użyciu suwmiarki. Kreda szkolna ma kształt walca. Zatem do wyznaczenia objętości potrzebna jest jej wysokość oraz promień.



Fot. 2.13 Wyznaczanie objętości kredy szkolnej za pomocą suwmiarki: a) wyznaczanie wysokości; b) wyznaczanie średnicy.

Nasz kreda ma wysokość 7,71 cm oraz średnicę 1,02 cm. Promień kredy jest więc równy 0,51cm. Po podstawieniu tych danych do wzoru $V = \pi R^2 h$ otrzymujemy objętość równą 6,3 cm³.

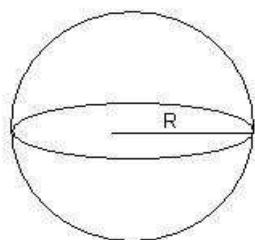
3) Ze wzoru na gęstość mamy:

$$d = \frac{m}{V} = \frac{10,84\text{g}}{6,3\text{cm}^3} = 1,74 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

W szczególnych przypadkach, przedmiotów o prostych kształtach, jak kauczukowa piłeczka (kula), baterijka „paluszek” (walec), szklana piramida (ostrosłup), możemy wyznaczyć objętość ciała korzystając ze wzorów matematycznych (też podanych przez Archimedesesa).

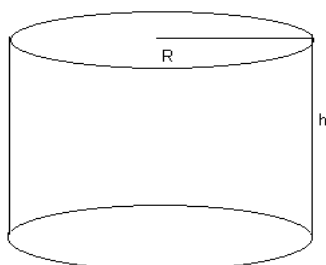
Przypominamy je tu poniżej.

Kula o promieniu R



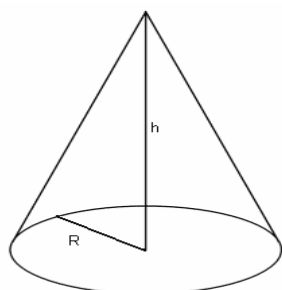
$$V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

Walec o wysokości h i o podstawie o promieniu R



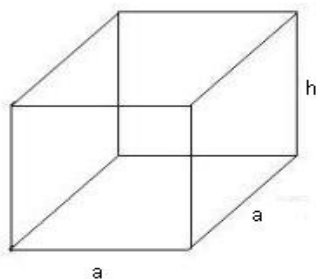
$$V = \pi R^2 h$$

Stożek o wysokości h i o podstawie o promieniu R



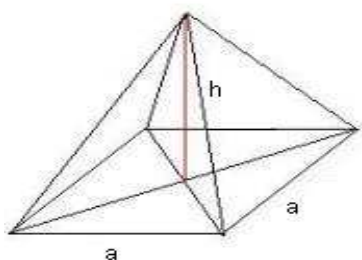
$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 h$$

Graniastółp o podstawie kwadratowej o boku a i wysokości h



$$V = a^2 h$$

Piramida o podstawie kwadratowej o boku a i wysokości h



$$V = \frac{1}{3}a^2h$$

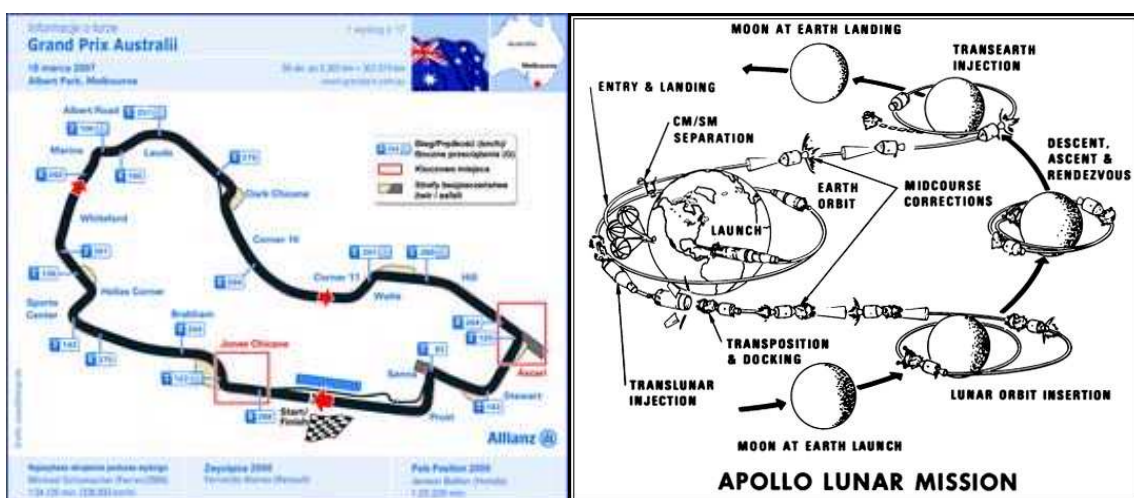
ROZDZIAŁ III Kinematyka, czyli nauka o cechach ruchu

3.1 Ruch i jego opis

Nasze codzienne doświadczenie sugeruje, że aby ciała się poruszały, to musi je coś „wprawić w ruch”. Ludzkości zajęło parę tysiącleci, aby poznać *prawa ruchu*. Pierwszym, który stwierdził, że ciała raz wprawione w ruch poruszają się bez żadnych dodatkowych zewnętrznych przyczyn był zakonnik, Jean Buridian (1295 – 1358), profesor Uniwersytetu w Paryżu. Pisał on, że własnością ruchu jest *impetus*, który ciało poruszające się uzyskuje od ciała wprawiającego je w ruch. Dzięki temu odkryciu Mikołaj Kopernik nie musiał już wyjaśniać „obrotów sfer niebieskich” za pomocą jakichś tajemnych przekładni itp. Ciała niebieskie, raz wprawione w ruch, poruszają się (prawie) wiecznie. Dziś *impetus* nazywamy „pędem”. Ale po kolei...

1. Trajektoria ruchu

Zanim powiemy, *jak* porusza się jakieś ciało, najpierw musimy określić, *gdzie* ono się porusza. Rakieta leci z Ziemi na Marsa po **trajektorii** lotu, a samochód Formuły 1 jeździ po *torze*. Otóż **tor**, jest to krzywa (lub prosta), jaką poruszające się ciało kreśli w przestrzeni. Pojęcia toru i trajektorii są zresztą zamienne: o torze mówimy na przykład w przypadku wyścigów saneczkarzy, a w przypadku lotu pocisku, rakiety lub piłki do bramki mówimy raczej o trajektorii.



Rys. 3.1. Tory wyścigów Formuły 1 mają różne kształty. Samochody jadące po tych torach kreślą *trajektorie* ruchu. Planowanie trajektorii lotu na Księżyc (na rysunku plan lotu Apollo 12, NASA) jest skomplikowane – uwzględniać musi ruch nie tylko rakiety, ale i ruch Księżycza dookoła Ziemi.

Są rozmaite sposoby opisywania trajektorii – można ją wykreślić, sfotografować, opisać słownie. Wyjeżdżając na wycieczkę samochodem można wydrukować mapy, skorzystać z nawigacji satelitarnej, która mówi po kolei, gdzie należy skręcić, albo zapytać o drogę przechodnią.

Zadanie 3.1

Opisz słownie, a następnie zrób rysunek ilustrujący twoją drogę z domu do szkoły. Zrób to na różne sposoby – słownie i rysunkowo

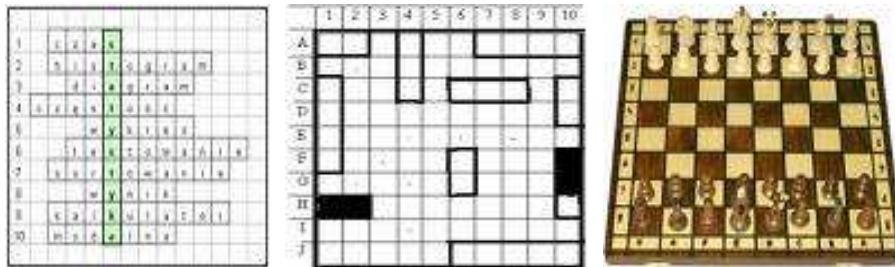
- 1) Wychodzę z domu i idę w prawo 150 metrów, po czym skręcam w lewo i idę 200 metrów, po czym...

- 2) Wychodząc z domu idę ulicą Sienkiewicza po prawej stronie, w kierunku rosnących numerów; na drugim skrzyżowaniu skręcam w ulicę Mickiewicza i idę po stronie numerów nieparzystych w kierunku numerów malejących
- 3) Zrób szkic na pustej, białej kartce
- 4) Zrób szkic, możliwie w skali, na kartce w kratkę
- 5) Zaznacz swoją drogę na planie miasta.

Wszystkie te sposoby są dobre do opisu drogi – określają twoją trasę (tzn. trajektorię ruchu) między domem a szkołą. Oczywiście najlepszym sposobem jest zaznaczenie trajektorii na planie miasta, zob. rys. 3.5 nieco dalej w tym rozdziale.

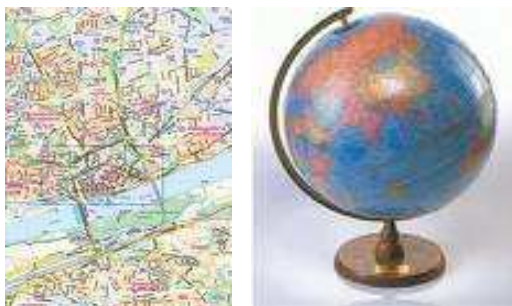
2. Układ współrzędnych

Rozwiązanie krzyżówki, czy zabawa w bitwę morską wymaga dokładnego określenia miejsca obiektu. Na planie miasta są to kwadraty, na mapie Polski – dwie współrzędne geograficzne – „długość” (λ) i „szerokość” (φ). Toruń leży w punkcie określonym przez współrzędne $\lambda = 18^{\circ}37'E$, $\varphi = 53^{\circ}01'N$. Oczywiście, aby móc to tak określić, musimy wybrać punkt odniesienia: dla współrzędnej pionowej (N) jest to równik, dla współrzędnej poziomej (E) przedmieście Londynu, Greenwich.



Fot. 3.1. Układ odniesienia jest niezbędny, np. do rozwiązania krzyżówki (a), gry w bitwę morską (b), gry w szachy (c). We wszystkich tych przypadkach podajemy dwie współrzędne – poziomą i pionową, na przykład w bitwie morskiej zatopiony statek „dwumasztowy” ma współrzędne H1 i H2.

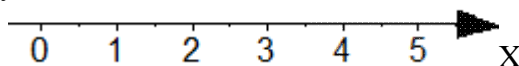
Zauważmy, że inaczej trzeba określić położenie w przypadku podróży koleją (tylko odległość od punktu wyjazdu, lub przeznaczenia), inaczej w przypadku podróży samochodem (można wybrać wiele różnych dróg, zob. też. przykład 2), wreszcie w przypadku lotu samolotem pilot podaje zarówno miejsce na mapie („przelatujemy właśnie na Poznaniem”) jak i wysokość (5 tys. metrów).



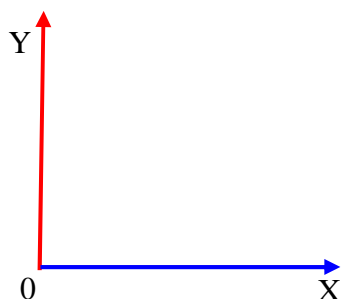
Fot. 3.2. Układ odniesienia jest niezbędny (c.d.) np. do znalezienia ulicy na planie miasta (d), znalezienia miasta na globusie (e). Dla ułatwienia znalezienia ulicy na planie miasta korzysta się z tego samego sposobu, co w bitwie morskiej – podaje się kwadrat, w jakim dana ulica się znajduje, np. D3.

W zależności od sytuacji układ współrzędnych może więc być:

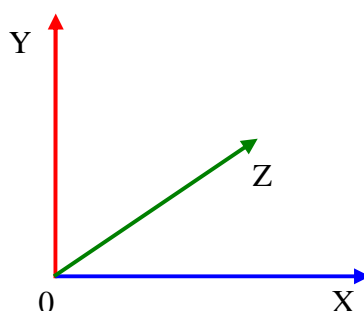
- a) osią liczbową w jednym kierunku



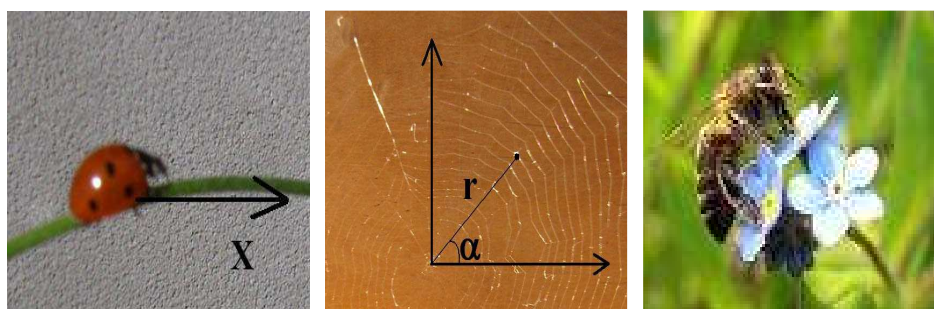
- b) układem dwóch osi wzajemnie prostopadłych (tzw. układ kartezjański⁹ na płaszczyźnie)



- c) układem trzech osi wzajemnie prostopadłych (układ kartezjański w przestrzeni)



W każdym przypadku musimy podać punkt odniesienia (punkt początkowy układu współrzędnych) oraz jednostkę miary. W starożytnym Rzymie wszystkie drogi liczyło się od Rzymu, a jednostką miary był „stadion”, czyli około 192 m. W miastach amerykańskich, numery domów podaje się nie kolejno, ale jak daleko są od umownego środka miasta, a odległość mierzy się w milach (1,6 km). Ale, jak to pokazują poniższe fotografie, możliwych jest wiele innych układów współrzędnych.



Fot 3.3. Różne sytuacje wymagają różnego stopnia szczegółowości w opisie położenia. W przypadku (a) biedronki na łodydze kwiatu wystarczy podać, jak daleko jest od końca łodygi (przykład jednego wymiaru), w przypadku (b) pajęczyny, trzeba podać na którym z promieni i na którym okręgu złapała się mucha (przykład ruchu na płaszczyźnie, czyli w dwóch wymiarach), (c) pszczoła wśród kwiatów porusza się w trzech kierunkach (góra-dół, lewo-prawo, dalej-bliżej).

Najprostszym przykładem ruchu jest ruch w jednym wymiarze, jak biedronki wzdłuż łodygi kwiatu lub biegaczy na dystansie 100 m na prostoliniowym odcinku bieżni.

⁹ Od nazwiska wynalazcy, filozofa i fizyka Kartezjusza (1596-1650)

3. Punkt materialny - ruch w jednym wymiarze

W przypadku ruchu biedronki na łądydze lub pociągu jadącego po torze kolejowym wystarczy zupełnie proste określenie położenia. Gdy mówimy o ruchu pociągu z Krakowa do Warszawy wystarczy podać, jak daleko jesteśmy od Warszawy (albo Krakowa). W przypadku przejazdu pociągu można przyjąć, nieco upraszczając, że ruch odbywa się tylko w jednym wymiarze. Oczywiście, nie mówimy tu o poszczególnych częściach pociągu, jak koła, ale o całym pociągu, najlepiej widzianym z dużej wysokości, tak aby wyglądał jak *punkt materialny*.

W najprostszym przypadku ruchu zakładamy, że obiekty są tak małe, że można je przybliżyć przez *punkt*. Mówimy o *ruchu punktu materialnego*.



© PKP <http://rozkład-pkp.pl>

Rys. 3.2. „Graficzne przedstawienie połączenia” to uproszczona *trajektoria*. Z tego rodzaju wykresu nie potrafimy jeszcze wywnioskować, jak szybko jedzie pociąg na poszczególnych odcinkach drogi.

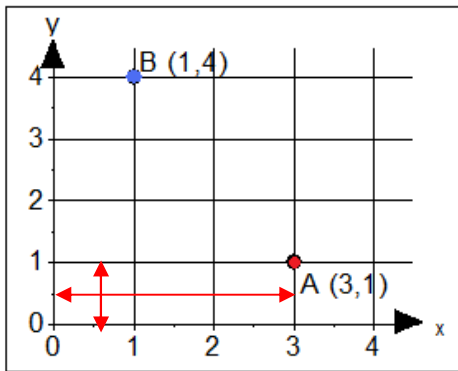
Najczęściej używanym sposobem przedstawienia trajektorii jest wykres na płaszczyźnie, w prostokątnym układzie współrzędnych. Określenie położenia wymaga w tym przypadku podania dwóch liczb – odległości od początku układu współrzędnych wzdłuż osi poziomej (OX) i osi pionowej (OY). Pokażmy to na przykładzie.

Przykład 3.1:

Zaznacz w układzie współrzędnych prostokątnych punkt A o współrzędnych $x_A = 3$ i $y_A = 1$ i punkt B o współrzędnych $x_B = 1$ i $y_B = 4$.

Rozwiązanie:

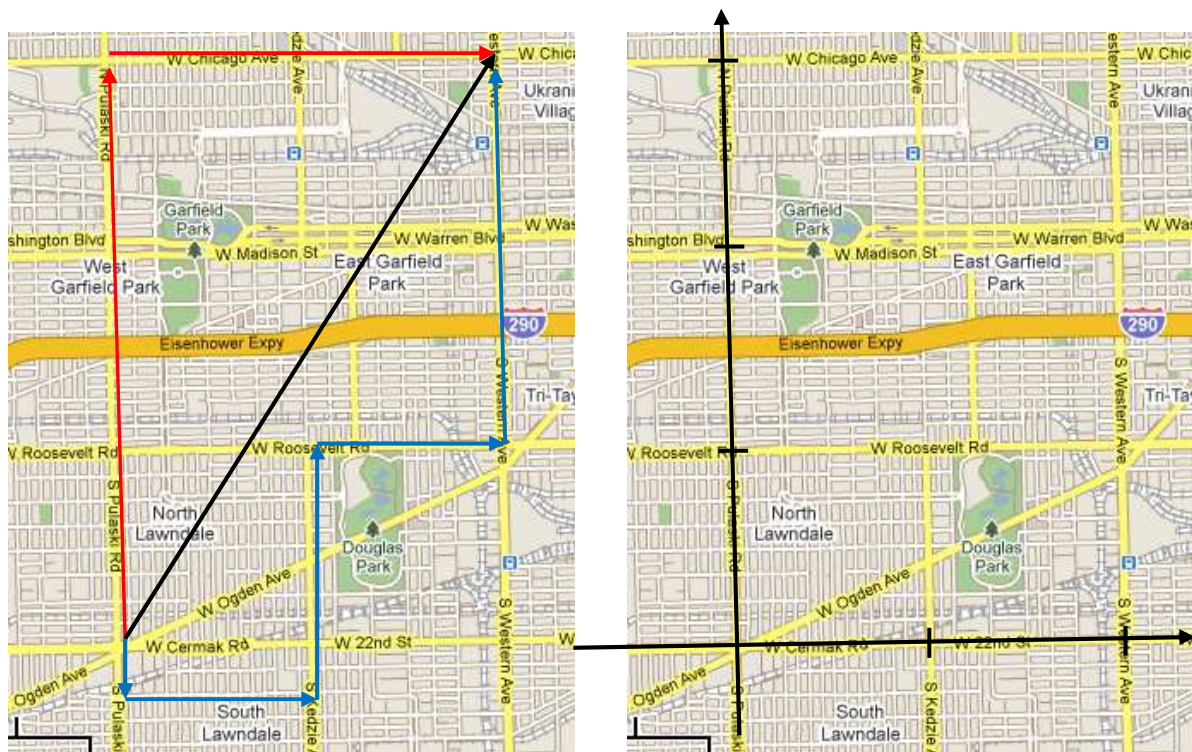
Rysujemy układ współrzędnych prostokątnych i wybieramy jednostki na obu osiach. Aby zaznaczyć $x_A = 3$ odmierzymy 3 jednostki wzdłuż osi OX, aby zaznaczyć $y_A = 1$ odliczamy jedną jednostkę wzdłuż osi OY. Zapis A(3,1) oznacza $x_A = 3$ i $y_A = 1$ lub słownie: idź trzy jednostki w prawo, a następnie jedną jednostkę w górę.



Rys. 3.3. Ilustracja do zadania 2.1. Współrzędne punktu na płaszczyźnie podają odległości od osi OX (współrzędna y) i od osi OY (współrzędna x).

Przykład 3.2.

Plany wielu miast amerykańskich tworzą szachownicę ulic, przecinających się pod kątem prostym. W Chicago, na skrzyżowaniu ulicy Pułaskiego i Cermaka (zob. rys. 3.4) miał miejsce napad. Gangsterzy uciekają samochodem. Ich samochód przejeżdża 3 mile na północ, po czym 2 mile na wschód ale zatrzymuje się. Helikopter policyjny wyrusza w linii prostej od miejsca napadu do punktu zatrzymania się gangsterów. Ile mil musi przelecieć? Rabusiów goni też inspektor Bagol. Inspektor startuje z miejsca napadu ale pojechał początkowo w niewłaściwym kierunku, później skręcił, dojechał co prawda do rabusiów, ale dłuższą drogą, zobacz to na rysunku.



Rys. 3.4a. Trasa gangsterów (czerwone strzałki), helikoptera policji (czarna strzałka) i inspektora Bagola (niebieskie strzałki). Strzałki oznaczają kierunek przemieszczania się gangsterów, policji i Bagola. Jak widzisz, do tego samego punktu końcowego można dotrzeć na różne sposoby.

Rys. 3.4b. Jeżeli wprowadzimy układ współrzędnych, najlepiej prostokątnych i wybierzmy właściwą jednostki na osiach (tu jedna mila), to możemy przedstawić kolejne położenia gangsterów w postaci ciągu liczb lub tabelki, zob. poniżej w tekście rozdziału.

Rozwiązanie:

W rozwiązaniu skorzystamy z twierdzenia Pitagorasa. Elementy trajektorii samochodu tworzą kąt prosty i są dwoma bokami trójkąta, a trajektoria helikoptera (oczywiście widziana z góry) to odcinek zamykający ten trójkąt. Oznaczmy przez a i b długości odcinków przebytych przez samochód rabusiów a przez c długość lotu w linii prostej helikoptera. Twierdzenie Pitagorasa mówi, że kwadrat długości odcinka c zamykającego trójkąt (tzw. przeciwprostokątnej) jest równy sumie kwadratów długości dwóch boków a i b tworzących kąt prosty (tzw. przyprostokątnych). Zapisujemy to wzorem w sposób następujący

$$c^2 = a^2 + b^2.$$

Podstawiając dane liczbowe $a = 3$ mile, i $b = 2$ mile, otrzymujemy $a^2 + b^2 = 13$, czyli $c = \sqrt{13} \approx 3,6$ mile. Helikopter musi więc przebyć zaledwie 3,6 mile.

4. Tabelka i wykres

Gangsterzy i Bagol poruszają się po trajektoriach składających się z odcinków linii prostych. Przedstawmy trajektorię inspektora w innej jeszcze postaci – tabelki określającej położenia początku i końca tych odcinków (innymi słowy, podajmy współrzędne kolejnych punktów A, B, C itd. w których Bagol zmieniał kierunek ruchu).

Bagol wystartował z początku układu współrzędnych, tj. z punktu o współrzędnych (0,0) po czym pojechał na południe, do punktu o współrzędnych $x = 0$, $y = -0,25$ (w przybliżeniu). Następnie Bagol pojechał na wschód, do punktu o współrzędnej $x = 1$ (i $y = -0,25$, niezmienną). Odczytując kolejne współrzędne otrzymujemy poniższe zestawienie.

A (0,0) → B (0, -0,25) → C (1, -0,25) → D (1,1) → E (2,1) → F (2,3)

Pamiętajmy, że wybraną jednostką odległości jest mila. Powyższy spis pozwala określić kolejne punkty położenia Bagola, natomiast nic nie mówi o czasie, w jakim znalazł się w tych punktach. Opis ruchu nie jest więc wystarczający.

W naszym poznawaniu praw ruchu zaczniemy od ruchu wzdłuż prostej, a dopiero w dalszej części nauki dokładniej określimy sposoby przewidywania ruchu w dwóch i trzech wymiarach. Ale przed tym jeszcze jedno zadanie o Toruniu.

Zadanie 3.2

Łódka wiosłowa przepływa przez Wisłę, szeroką pod Toruniem na 400 metrów. Wioślarz wiosłuje prostopadłe do brzegu, ale łódka jest również znoszona przez prąd. W tym czasie, w jakim wioślarz dociera do przeciwległego brzegu, gałazka puszczona z biegiem rzeki przepływa 300 metrów. Jaką całkowitą drogę przebyła łódka?

Rozwiązanie:

Ruch w dwóch prostopadłych kierunkach (w poprzek rzeki dzięki wysiłkowi wioślarza i z prądem, wzdłuż biegu) są niezależne. W tej samej jednostce czasu, w której łódka pokonuje 4 metry w poprzek rzeki, jest znoszona wzdłuż rzeki o 3 metry. Całkowita droga przebyta w poprzek rzeki to $a = 400$ metrów a wzdłuż rzeki $b = 300$ metrów. Dwa kierunki są prostopadłe, stosujemy więc twierdzenie Pitagorasa. Oznaczając przez c całkowitą drogę przebytą przez łódkę otrzymujemy

$$c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(300)^2 + (400)^2} = 500 \text{ metrów.}$$

3.2 Ruch prostoliniowy jednostajny

Kiedy obserwujemy ruch samochodu po drodze między dwoma tunelami, albo ruch bąbelka powietrza ku górze w szklance wody mineralnej, jest to ruch po linii prostej. W przypadku samochodu lub roweru musimy jeszcze zaznaczyć, o jaką część roweru chodzi. Oczywiście, na prostoliniowym odcinku szosy oś roweru porusza się po linii prostej, ale wentyl koła zatacza bardziej skomplikowaną trajektorię¹⁰. Prawa ruchu, które będziemy formułować zakładają, że obserwujemy samochód z dużej odległości, tak że wygląda on jak punkt. Takie prawa nazwiemy prawami ruchu *punktu materialnego*. Przypadek, w którym punkt materialny porusza się po prostej ze stałą prędkością jest najprostszym rodzajem ruchu.

1. Opis ruchu

Aby opisać ruch, nawet prostoliniowy, musimy podać jego współrzędne nie tylko w przestrzeni, ale i w czasie: *gdzie* i *kiedy* znajduje się punkt materialny. Musimy podać swojego rodzaju rozkład jazdy. Innymi słowy, aby opisać ruch, musimy podać parę liczb: odległość (od punktu początkowego pomiaru odległości) i czas, który upłynął od początku jego pomiaru (czyli od startu pomiaru).

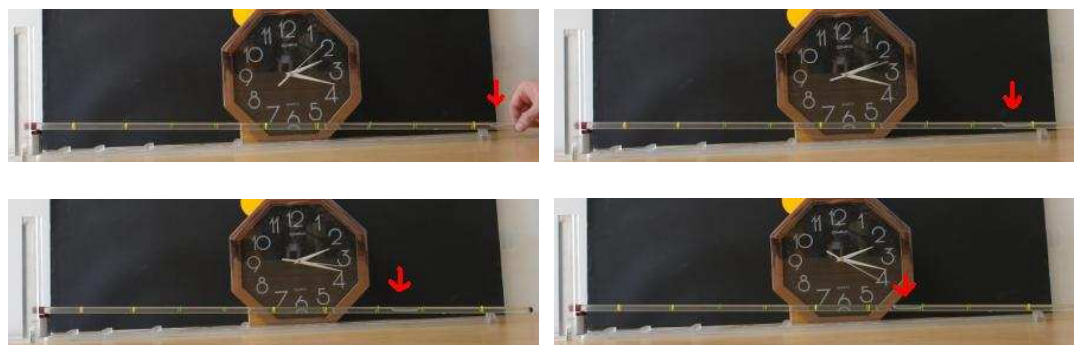
Na przykład, poniższa tabelka pokazuje rozkład jazdy pociągu z Gdańska do Warszawy z rys. 3.2.

Tab. 3.1. Rozkład jazdy pociągu z Gdańska do Warszawy.

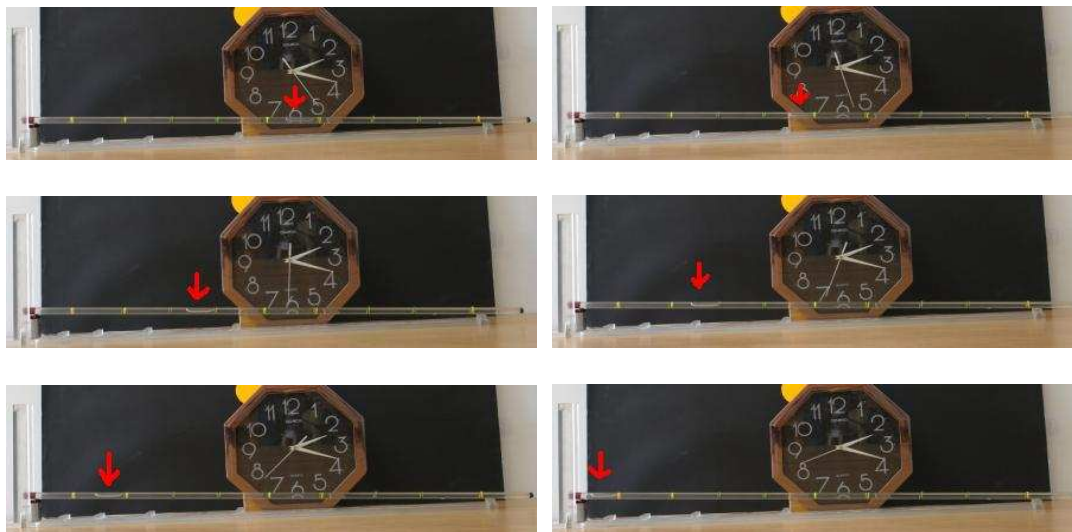
Stacja/przystanek	przyj.	odj.
<i>Gdańsk Główny</i>		06:59
<i>Tczew</i>	07:34	07:37
<i>Malbork</i>	07:59	08:00
<i>Ława Główna</i>	08:43	08:44
<i>Działdowo</i>	09:22	09:23
<i>Warszawa Wschodnia</i>	11:28	11:30
<i>Warszawa Centralna</i>		11:37

Czytamy z niej, że do Malborka, odległego od Gdańska o 51 km pociąg przyjeżdża po 60 minutach, a do Ławy, odległej od Gdańska o 120 kilometrów, po 104 minutach.

Na przykładzie bąbelka powietrza w rurce z olejem, fot. 3.4. (i film) otrzymujemy następującą tabelkę. W tabelce tej zaczęliśmy mierzyć czas (i odległość) od momentu, kiedy bąbelek przekroczył pierwszą podziałkę (dla uniknięcia niedokładności związanych ze startem bąbelka). Czas oznaczmy literą t (od włoskiego *tempo*) a przebytą drogę przez s (od *strada*). W tym przykładzie czas mierzymy w sekundach a odległość, dla wygody, w centymetrach.



¹⁰ Krzywą, jaką zatacza wentyl koła nazywamy krzywą „rozwijającego się koła”, z greckiego *cykloidą*.

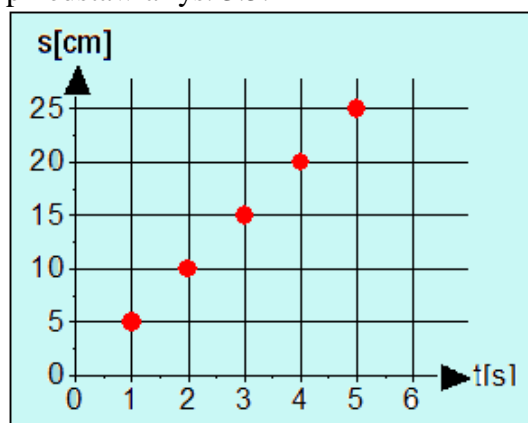


Fot. 3.4. Ruch bąbelka powietrza w lepkiej cieczy jest ruchem jednostajnym.

Tab. 3.2. Pomiar ruchu bąbelka w rurce z cieczą. Kolumna pierwsza oznacza, ile sekund minęło od początku ruchu; kolumna druga oznacza, jaką *całkowitą* drogą przebył bąbelek od momentu startu do końca sekundy z pierwszej kolumny.

czas [s]	droga [cm]
1	5
2	10
3	15
4	20
5	25

Zmierzone pary liczb z tabelki możemy przedstawić na wykresie, w którym na osi poziomej (OX), czyli osi czasu, zaznaczamy momenty czasu t a na osi pionowej (OY) zaznaczamy położenie s punktu w tym momencie czasu (innymi słowy, przebytą drogę). Wykres przedstawia rys. 3.5.



Rys. 3.5. Zależność czasowa - $s(t)$, przebytej drogi od czasu dla ruchu pęcherzyka w rurce na podstawie danych z tabelki 2.1.

Na powyższym rodzaju wykresu:

- współrzędna pozioma zaznaczonego punktu mówi *kiedy* (określa moment czasu t)
- współrzędna pionowa mówi, *gdzie* znajduje się punkt w momencie czasu t .

Jak widzisz z wykresu $s(t)$ (rys. 3.5.), poszczególne punkty układają się na linii prostej. Ruch, w którym punkty na wykresie *czas* \leftrightarrow *położenie* układają się na linii prostej, nazywamy *ruchem jednostajnym*. Dlaczego, wyjaśnimy za chwilę.

Zauważmy dodatkowo, że w tabelce w każdym wierszu tabelki 3.2. stosunek całkowitej drogi przebytej do zużytego czasu jest taki sam; przedstawiamy to dokładniej w tabelce 3.3.



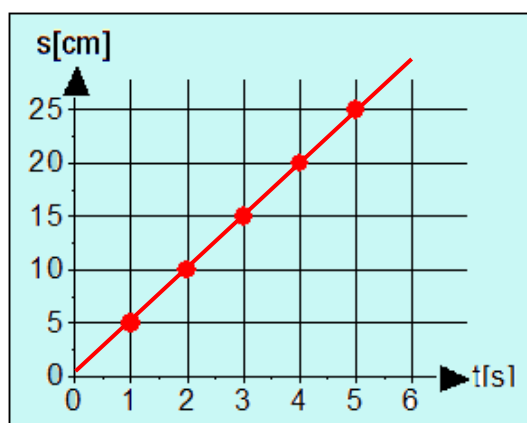
Fot. 3.5 Ruchem jednostajnym zsuwa się też neodymowy magnes po miedzianej płycie.

Tab. 3.3. Pomiar ruchu bąbelka w rurce z cieczą. Kolumna trzecia, „droga/ czas” oznacza *całkowitą drogę* przebytą od początku ruchu w stosunku do *całkowitego* czasu ruchu i otrzymujemy ją z podzielenia wartości w drugiej kolumnie przez wartości w pierwszej kolumnie. Stałe wartości w kolumnie trzeciej oznaczają, że przebyta droga jest *proporcjonalna* do zużytego czasu.

droga/czas [cm/s]	droga [cm]	czas [s]
5	5	1
5	10	2
5	15	3
5	20	4
5	25	5

Dla zmiennych s i t z tabeli 3.3, stosunek odpowiadających sobie wartości pozostaje stały, nazywamy je *wprost proporcjonalnymi*. W lodziarni wartość wydanych pieniędzy jest proporcjonalna do ilości zakupionych gałek lodów. Bardzo wiele wielkości w przyrodzie jest wzajemnie proporcjonalnych.

Znaleźliśmy kolejną właściwość ruchu bąbelka w cieczy: *przebyta droga jest wprost proporcjonalna do czasu*. Zależność proporcjonalna na wykresie $s(t)$ jest linią prostą.



Rys. 3.6. W ruchu jednostajnym przebyta droga jest *wprost proporcjonalna* do czasu ruchu. Wykresem takiej zależności $s(t)$ jest linia prosta

2. Prędkość w ruchu jednostajnym

Ruchu *jednostajny*, jest najprostszym przykładem ruchu. Jak widzieliśmy z tabeli 3.3., *przebyta droga* jest proporcjonalna do *czasu*, który upłynął. Ruch jednostajny możemy zdefiniować też inaczej, jako ruch o stałej *prędkości*.

Policzmy (tabela 3.4.) *poszczególne odcinki* drogi przebyte w *poszczególnych odcinkach* czasu. Innymi słowy pytamy teraz, jaką drogę przebył bąbelek w *pierwszej, drugiej, trzeciej* sekundzie ruchu, w odróżnieniu od poprzedniej tabeli, gdzie badaliśmy *całkowitą drogę* przebytą od początku ruchu do *końca* określonej sekundy ¹¹.

Tab. 3.4. Pomiar ruchu bąbelka w rurce z cieczą. W trzeciej kolumnie zaznaczyliśmy drogi Δs przebyte w kolejnych sekundach: *pierwszej, drugiej, trzeciej* itd. W każdej sekundzie bąbelek przebywa taką samą drogę; mówimy, że *prędkość* ruchu jest *stała*.

czas [s]	droga [cm]	Δs [cm]
0	0	
		5
1	5	
		5
2	10	
		5
3	15	
		5
4	20	
		5
5	25	

Zauważmy z tabeli 3.4., że w każdym odcinku czasu ciało przebywa równe odcinki drogi. W naszym przypadku jest to 5 centymetrów przebytej drogi w każdej sekundzie.

Możemy więc zdefiniować *prędkość* ruchu v (od włoskiego *velocità*) w każdej sekundzie ruchu, jako stosunek przebytej drogi do czasu

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \quad (3.1)$$

gdzie: Δs jest odcinkiem przebytej drogi, a Δt jest odcinkiem czasu.

W ruchu jednostajnym *prędkość* ruchu pozostaje *stała*.

$$v = \text{const} \quad (3.2)$$

Taka zależność jest jednocześnie definicją ruchu jednostajnego.

Definicja

W ruchu **jednostajnym** w równych odcinkach czasu ciało przebywa równe odległości – prędkość ruchu pozostaje stała.

Jeżeli prędkość ruchu pozostaje stała, to obliczenie przebytej drogi jest proste – wystarczy pomnożyć prędkość przez czas, który minął od początku ruchu.

Przebyta droga s w ruchu jednostajnym jest iloczynem prędkości v i czasu t

¹¹ Zwracamy uwagę na to istotne rozgraniczenie. Określenie „ $t = 5s$ ” („po upływie pięciu sekund”) oznacza punkt na osi czasu, określenie „w piątej sekundzie” oznacza *odcinek* na osi czasu między punktami $t = 4$ a $t = 5$.

$$s = v \cdot t$$

(3.3)

Przykład 3.3

Pociąg między Iławą a Warszawą jedzie ze stałą prędkością 80 km/h. Jaka odległość dzieli te dwa miasta, jeżeli podróż trwa 3 godziny?

Rozwiązanie

Poszukujemy drogi s , jaką pociąg jadący z prędkością 80 km/h przebywa w ciągu 3 godzin.

$$v = 80 \text{ km/h}$$

$$t = 3 \text{ h}$$

$$s = ?$$

Korzystamy ze wzoru (3.3): $s = v \cdot t$

Podstawiając dane liczbowe otrzymujemy:

$$s = 80 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 3 \text{ h} = 240 \text{ km}$$

Odpowiedź:

Iławę od Warszawy, wzdłuż linii kolejowej, dzieli 240 km.

Przykład 3.4

Kierowca na autostradzie A1 ustawił automat na prędkość 120 km/h. Jaką drogę przebędzie samochód w ciągu 15 minut? Jeśli utrzyma tę prędkość przez 45 minut, jaką drogę przebędzie?

Fot. 3.6. Prędkościomierz samochodu (po prawej).

Automat ustawił prędkość jazdy na 120 km/h.



Rozwiązanie:

Ponieważ prędkość pozostaje stała możemy skorzystać ze wzoru na drogę $s = v \cdot t$

$$\text{i) } t = 15 \text{ min} = \frac{1}{4} \text{ h}$$

$$s = 120 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{1}{4} \text{ h} = 30 \text{ km}$$

W ciągu 15 minut samochód przebędzie 30 kilometrów.

$$\text{ii) } t = 45 \text{ min} = \frac{3}{4} \text{ h}$$

$$s = 120 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{3}{4} \text{ h} = 90 \text{ km}$$

W ciągu 45 minut samochód przebędzie 90 kilometrów.

Czasem wzór (3.2) wymaga uzupełnienia. Dzieje się tak wówczas, jeśli pomiar czasu zaczynamy później, niż zaczął się ruch. Rozważmy ponownie przykład pociągu z Gdańska do Warszawy.

Przykład 3.5

Pociąg z Gdańska do Warszawy wyjeżdża ze stacji Iława o godzinie 9:00 i dojeżdża do stacji Warszawa Wschodnia o godzinie 12:00 jadąc ze stałą prędkością 80 km/h. Odległość Gdańska od Iławy wynosi 120 km. Jaka całkowitą drogę przebył ten pociąg?

Rozwiązanie

Dane:

$$v = 80 \text{ km/h}$$

$$t = 3 \text{ h}$$

$$s_0 = 120 \text{ km (droga z Gdańska do Iławy)}$$

Aby obliczyć całkowitą drogę z Gdańska do Warszawy musimy zsumować dwa odcinki drogi – z Gdańska do Iławy i z Iławy do Warszawy. Oznaczmy przez s_1 drogę przebytą między Iławą a Warszawą. Obliczamy tę drogę ze wzoru (3.3)

$$s_1 = v \cdot t = 80 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 3\text{h} = 240\text{km}$$

Całkowita droga s z Gdańska do Warszawy jest sumą s_0 i s_1 i wyniesie

$$s = s_0 + v \cdot t = 120\text{km} + 240\text{km} = 360\text{km}$$

Odpowiedź: Całkowita droga pociągu z Gdańska do Warszawy wyniosła 360 km.

Doszliliśmy w ten sposób do ważnego uogólnienia wzoru na drogę w ruchu jednostajnym

$$s = v \cdot t + s_0 \quad (3.4)$$

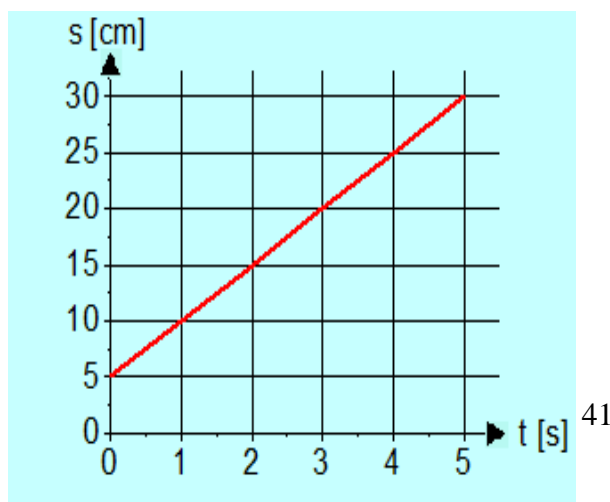
gdzie: s jest przebytą drogą, v - prędkością ruchu, t - czasem, a s_0 drogą przebyta zanim zaczęto pomiar czasu (*drogą początkową*).

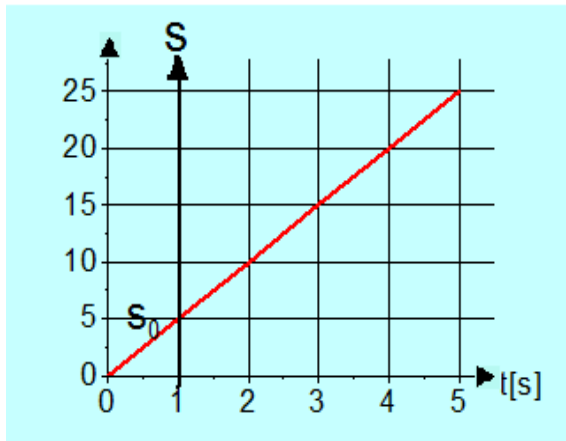
Zauważmy, że w naszym przykładzie bąbelka w cieczy pomiar odległości przeprowadziliśmy w taki właśnie sposób: nie od kreski 'zerowej' ale od pierwszej. Bąbelek, w momencie czasu $t = 0$ przebył już drogę $s_0 = 5$ cm. Przedstawia to poniższa tabela.

Tab. 3.5. Pomiar drogi przebytej przez bąbelek, z uwzględnieniem drogi początkowej $s_0 = 5$ cm.

Czas [sekundy]	Droga [cm]
0	5
1	10
2	15
3	20
4	25
5	30

Na wykresie zależności $s(t)$ droga s_0 odpowiada punktowi na osi pionowej. Wykres zależności $s(t)$ jest nadal linią prostą, o takim samym nachyleniu jak poprzednio, ale zaczyna się on w punkcie o współrzędnych $(0, s_0)$.





Rys. 3.7. Zależność przebytej drogi od czasu w przypadku drogi początkowej s_0 różnej od zera. a) Droga początkowa różna od zera odpowiada sytuacji, w której zaczynamy mierzyć czas później, niż zaczął się ruch. b) Z drugiej strony, droga początkowa s_0 oznacza, że odległość mierzymy nie od punktu początkowego ruchu ale od innego punktu.

Innym przykładem, w którym korzystamy ze wzoru (3.4) są rajdy piesze, wyścigi kolarskie, rajdy samochodowe itp. W określonym dniu, np. we wtorek, turyści wędrują przez kilka godzin z określoną prędkością. Dla obliczenia

trasy, która przeszli tego dnia korzystamy ze wzoru (3.3); dla określenia ile przeszli od początku rajdu, do drogi z wtorku należy dodać drogę s_0 , która przeszli *do* wtorku.

3.3 Prędkość średnia i prędkość chwilowa

Jak już mówiliśmy, aby zmierzyć prędkość ruchu musimy dokonać pomiaru przebytej drogi i pomiaru czasu, w którym ta droga została przebyta. Stosunek przebytej Δs drogi do czasu Δt , w jakim ta droga została przebyta określa *chwilową prędkość* w danym czasie Δt :

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

gdzie: Δs jest odcinkiem przebytej drogi, a Δt jest odcinkiem czasu.

Ale jak wiemy, prędkość ruchu, np. autobusu w ruchu miejskim, zmienia się co chwilę. Prędkościomierz samochodu w każdej chwili wskazuje prędkość, z jaką się samochód porusza. Jest to tak zwana **prędkość chwilowa**. Prędkość wskazywana może się zmieniać, w zależności od tego czy autobus rusza z przystanku, hamuje, czy wreszcie stoi. Aby prędkość obliczona ze wzoru (3.5) odpowiadała wskazaniom prędkościomierza, odcinki czasu Δt muszą być dostatecznie krótkie.

Prędkość *chwilową* v definiujemy jako stosunek przebytej Δs drogi do czasu Δt , w jakim ta droga została przebyta, przy założeniu, że *czas* Δt jest dość *krótki*.

Czym innym jest prędkość *średnia* ruchu. Aby obliczyć prędkość średnią musimy zmierzyć jedynie czas *całego* ruchu, od jego początku do końca, oraz *całkowitą* drogę przebytą.

$$v_{sr} = \frac{s}{t} \tag{3.5}$$

Prędkość *średnią* v_{sr} definiujemy jako stosunek *całkowitej* przebytej s drogi do *całkowitego* czasu t , od początku do końca ruchu.

W przykładzie 2.2 droga między Gdańskiem a Warszawą Centralną wynosi 360 km, a pociąg przebywa tę drogę w 5 godzin. Średnia prędkość wynosi więc

$$v_{sr} = \frac{s}{t} = \frac{360\text{km}}{5\text{h}} = 72 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Prędkość, jaką rozwija pociąg w czasie jazdy jest oczywiście wyższa, ale obliczenie prędkości średniej uwzględnia również postoje, przyspieszanie i hamowanie.

Rozważmy teraz inne przykłady:

Przykład 3.6

Plan pieszej pielgrzymki jest następujący:

Godz. 8:00 wyjście

Godz. 10:00 – 10:30 postój (drugie śniadanie, napoje)

Godz. 12:30-13:30 postój (obiad)

Godz. 15:30 - 16:00 postój (odpoczynek, napoje)

Godz. 18:00 dojdzie na nocleg

Zakładając, że prędkość marszu wynosi 4 km/h obliczyć:

- 1) całkowitą drogę przebytą tego dnia
- 2) średnią prędkość pielgrzymki tego dnia.



Fot. 3.7 Plan marszu pielgrzymki, tzw. marszruta jest skomplikowana.

Rozwiązanie:

Obliczmy najpierw całkowitą drogę przebytą s . Całkowita droga przebyta składa się z trzech odcinków: s_1 (od 8:00 do 10:00), s_2 (od 10:30 do 12:30), s_3 (od 13:30 do 15:30) i s_4 (od 16:00 do 18:00)..

$$t_1 = 2 \text{ h}, t_2 = 2 \text{ h}$$

$$t_3 = 2 \text{ h}, t_4 = 2 \text{ h}$$

$$\text{Zatem: } s_1 = v \cdot t_1 = 4 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 2\text{h} = 8\text{km}$$

W ten sam sposób obliczamy s_2 , s_3 i s_4 i otrzymujemy: $s_2 = 8 \text{ km}$, $s_3 = 8 \text{ km}$, $s_4 = 8 \text{ km}$.

Całkowita droga przebyta $s = s_1 + s_2 + s_3 + s_4 = 32 \text{ km}$

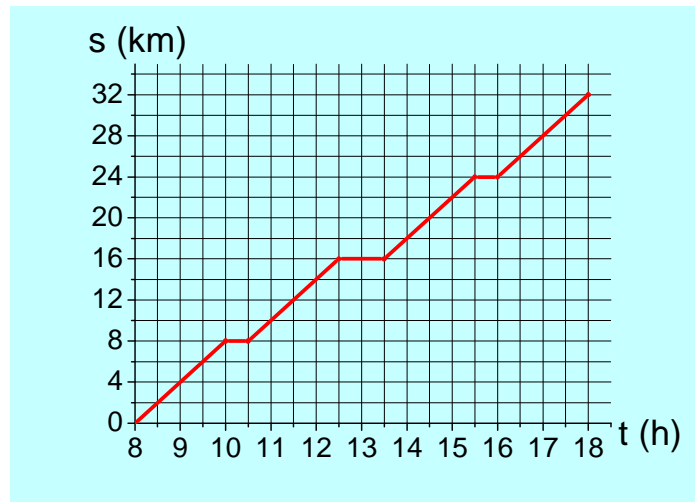
Prędkość średnią obliczymy ze wzoru $v = \frac{s}{t}$

Całkowity czas przejścia tego dnia wyniósł 10 godzin.

Podstawiając dane liczbowe

$$v = \frac{s}{t} = \frac{32\text{km}}{10\text{h}} = 3,2 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Prędkość średnia wyniosła 3,2 km/h, a całkowita droga przebyta to 32 km.



Rys. 3.8. Zależność czasowa - $s(t)$, przebytej drogi od czasu dla ruchu pielgrzymki z przykładu 3.5.

Prędkość średnia zależy oczywiście od prędkości chwilowych, ale w różnych przypadkach są to różne zależności. Rozważmy dwa przykłady.

Przykład 3.7

Przejazd z Gdańska do Torunia składa się z dwóch odcinków. Na autostradzie samochód jedzie z prędkością 120 km/h przez 1 godzinę, po czym przez kolejną godzinę po drodze zwykłej, z prędkością 60 km/h. Oblicz prędkość średnią samochodu na całej trasie.



Fot. 3.8 Autostrada z Gdańska do Torunia kończy się w Świeciu (2009 r.) a dalej prowadzi zwykła droga..

Rozwiązanie

Obliczmy najpierw całkowitą drogę przebytą. Składa się ona z dwóch odcinków, s_1 przebytej z prędkością $v_1 = 120$ km/h i odcinka s_2 przebytego z prędkością $v_2 = 60$ km/h. Czasy przejazdu obu odcinków t_1 i t_2 są takie same $t_1 = t_2 = 1$ h

$$s_1 = v_1 \cdot t_1 = 120 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 1\text{h} = 120\text{km}$$

$$s_2 = v_2 \cdot t_2 = 60 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 1\text{h} = 60\text{km}$$

Całkowita droga wynosi: $s = s_1 + s_2 = 120 \text{ km} + 60 \text{ km} = 180 \text{ km}$

$$\text{Prędkość średnia } v_{sr} = \frac{s}{t_1 + t_2} = \frac{180 \text{ km}}{2\text{h}} = 90 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Zauważ, że w tym przypadku prędkość średnia 90 km/h jest *średnią arytmetyczną* z dwóch prędkości $v_1 = 120$ km/h i $v_2 = 60$ km/h, ale jest to bardzo szczególny przypadek. Rozważmy inny przykład.

Przykład 3.8

Samochód przejeżdża 120 km z prędkością 120 km/h po czym 120 km z prędkością 60 km/h. Obliczyć całkowity czas przejazdu i średnią prędkość.

Rozwiązanie:

Dane:

$$s_1 = 120 \text{ km}$$

$$v_1 = 120 \text{ km/h}$$

$$s_2 = 120 \text{ km}$$

$$v_2 = 60 \text{ km/h}$$

Korzystamy ze wzoru (3.1), przez t_1 i t_2 oznaczamy odpowiednio czasy przejazdu odcinków s_1 i s_2 .

$$v_1 = \frac{s_1}{t_1}, \text{ stąd } t_1 = \frac{s_1}{v_1} = \frac{120 \text{ km}}{120 \frac{\text{km}}{\text{h}}} = 1 \text{ h}$$

$$\text{Podobnie } t_2 = \frac{s_2}{v_2} = \frac{120 \text{ km}}{60 \frac{\text{km}}{\text{h}}} = 2 \text{ h}$$

Całkowity czas przejazdu wyniósł $t = t_1 + t_2 = 3 \text{ h}$

$$\text{Średnia prędkość wyniosła: } v_{\text{sr}} = \frac{s_1 + s_2}{t} = \frac{240 \text{ km}}{3 \text{ h}} = 80 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Odpowiedź: Całkowity czas przejazdu wyniósł 3 godziny, a średnia prędkość wyniosła 80 km/h. Prędkość ta była mniejsza od prędkości w poprzednim przykładzie. Zwróć uwagę, jak były sformułowane oba zadania.

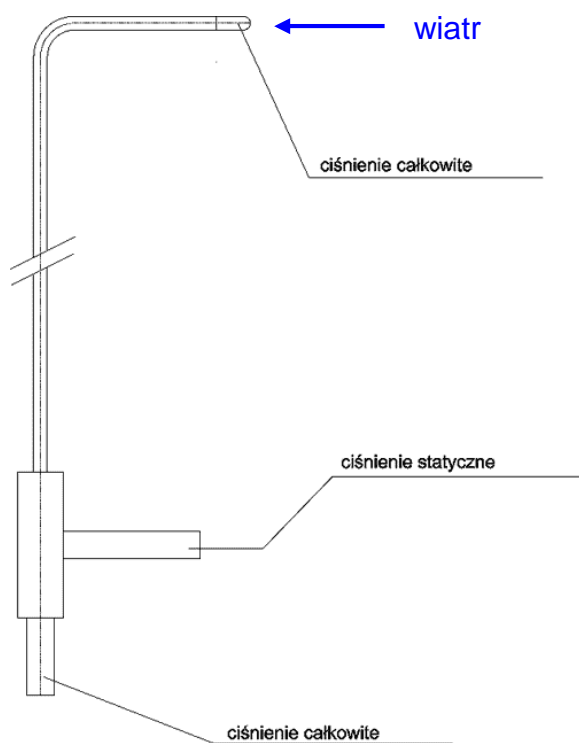
Jak mierzy prędkość samochód, a jak samolot?

Aby zmierzyć prędkość chwilową, możemy skorzystać z tej samej metody, jak do obliczenia prędkości średniej: zmierzyć przebytą drogę w określonym czasie. Tak to się robi, na przykład w zawodach bicia rekordów szybkości na wyschniętym słonym jeziorze Bonneville Salt Flats w USA. Samochód (lub inny pojazd) najpierw się rozpędza na dystansie kilku mil, a samą prędkość mierzy się na odcinku jednej mili (1,6 km). Oczywiście, można by wybrać krótszy odcinek (i czas) pomiaru, jako że i na odcinku jednej mili prędkość może się zmieniać. Ale jak krótki?

Można liczyć czas przejazdu między słupkami na autostradzie (100 m), ale i na tak krótkim odcinku może zdarzyć się nagłe hamowanie. Wyznaczenie prędkości przez pomiar odległości i czasu może więc narażać na pewne trudności. Prędkościomierz samochodu działa więc na innej zasadzie. Poruszające się koło napędza urządzenie do wytwarzania prądu, małą prądnicę, wytworzony prąd przepływa przez nią, a ta z kolei powoduje odchylenie się wskazówki pomiaru prądu elektrycznego, z prądnicy napędzanej przez obracające się koło. Nowoczesne prędkościomierze zliczają impulsy w określonym czasie z nacięć na obracającym się kole.

Prędkościomierz samolotu działa na jeszcze innej zasadzie. W powietrzu nie ma słupków kilometrowych aby mierzyć odległość. Jedynym ośrodkiem odniesienia jest właśnie powietrze. Czujnik prędkości w samolocie wykorzystuje obecność powietrza, a właściwie jego ciśnienie. Ciśnienie to jest inne, jeżeli mierzymy je w kierunku lotu, inne jeśli mierzymy je „z boku”. Urządzenie do pomiaru prędkości samolotu składa się z dwóch rurek mierzących ciśnienie, tzw. rurek Pitota. Prędkość wyznacza się z porównania ciśnień w obu rurekach.

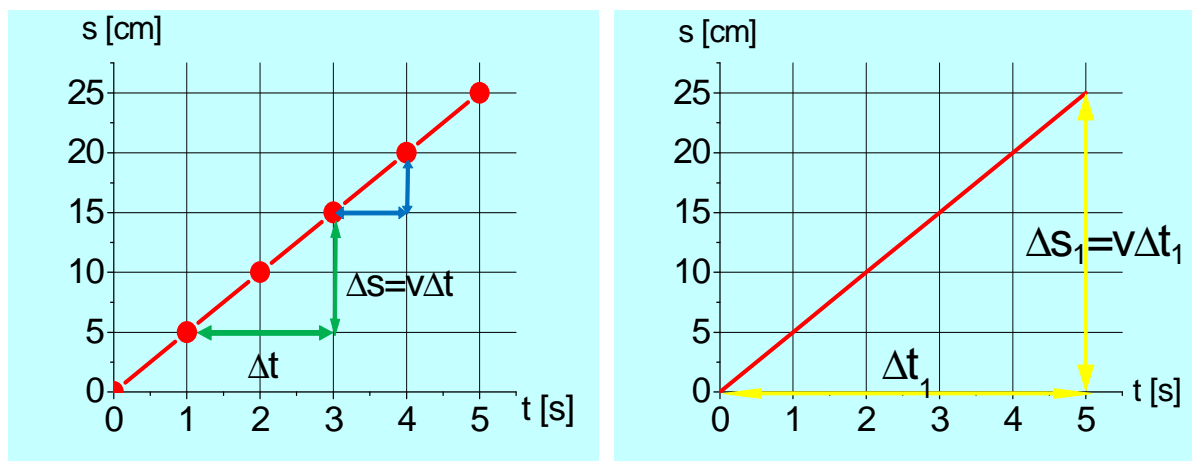
Rys. 3.9. Urządzenie do pomiaru prędkości samolotu (względem powietrza) – tzw. rurka Pitota. Zagięty koniec rurki, wychodzący na zewnątrz samolotu jest skierowany w kierunku lotu i mierzy całkowite ciśnienie (statyczne plus dodatkowe ciśnienie wynikające z prędkości lotu); ciśnienie statyczne jest natomiast mierzone w miejscu osłoniętym od wiatru. Awaria tego urządzenia (i w efekcie błędny pomiar prędkości lotu) były powodem katastrofy Airbusa lecącego z Paryża do San Paolo w 2008 roku.



3.4 Droga w ruchu jednostajnym

Obliczenie drogi i jej przedstawienie graficzne jest proste w przypadku stałej prędkości ruchu. Zazwyczaj jednak prędkość ruchu się zmienia.

Zacznijmy od znanego już przykładu obliczenia drogi, którą przebył pęcherzyk od początku ruchu (od chwili $t = 0$) do końca sekundy t_1 . Wróćmy do zależności drogi od czasu i definicji prędkości, zob. rys. 3.10 poniżej.



Rys. 3.10. Zależność przebytej drogi od czasu w ruchu jednostajnym. a) Prędkość v definiujemy jako stosunek przyrostu drogi Δs do czasu Δt , w którym ta droga została przebyta. Przebyta droga wyraża się więc wzorem $\Delta s = v \Delta t$; b) Jeżeli prędkość ruchu pozostaje stała, przebytą drogę s_1 w czasie t_1 możemy obliczyć w taki sam sposób: $s_1 = v t_1$

Prędkość ruchu zdefiniowaliśmy jako stosunek *przyrostu* drogi do *przyrostu* czasu

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

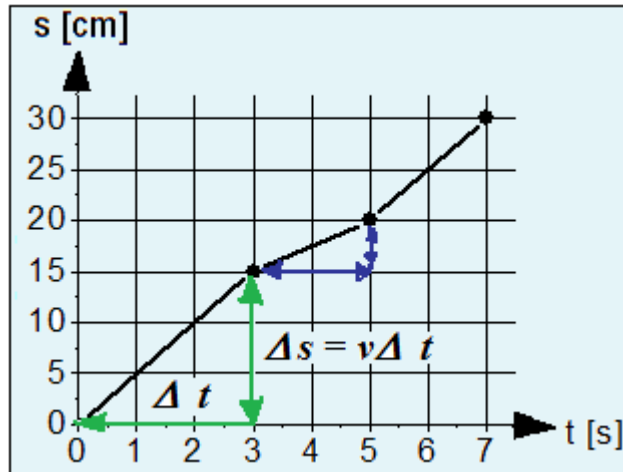
Jeżeli prędkość ruchu pozostaje stała, to droga i prędkość są wprost proporcjonalne. Jeżeli zwiększymy przedział czasu dwukrotnie, to i droga przebyta zwiększy się dwukrotnie, jeśli czas zwiększy się trzykrotnie, to i droga zwiększy się trzykrotnie itd. Na rysunku 3.9 trójkąt składający się z niebieskich strzałek ($\Delta t = 1$ s) i trójkąt składający się z zielonych strzałek ($\Delta t = 2$ s) są trójkątami podobnymi. W każdym tym trójkącie stosunek Δs do Δt pozostaje stały i wynosi v , jak to było we wzorze (3.1). Aby obliczyć Δs musimy więc pomnożyć Δt przez prędkość v

$$\Delta s = v \cdot \Delta t$$

Jednocześnie, również duży trójkąt, zaznaczony na żółto na rys. 3.10b jest podobny do małych trójkątów z rysunku 3.10a. Drogę przebyta w czasie t_1 od początku ruchu możemy więc obliczyć w podobny sposób

$$s_1 = v \cdot t_1$$

Wzór $\Delta s = v \cdot \Delta t$ pozwala nam obliczyć drogę również w przypadku ruchu, w którym prędkość się zmienia, zob. rys. 3.11.



Rys. 3.11. Zależność przebytej drogi od czasu w ruchu niejednostajnym tzn. w ruchu, w którym prędkość się zmienia.

Przykład 3.9

Samochód jechał 3 sekundy z prędkością 5 m/s po czym 2 sekundy z prędkością 2,5 m/s i 2 sekundy z prędkością 7,5 m/s. Oblicz drogę jaką przebył w tym czasie (tj. w ciągu 7 sekund).

Rozwiązanie:

Aby obliczyć drogę całkowitą policzmy najpierw drogi przebyte w trzech odcinkach czasu. Korzystamy ze wzoru

$$\Delta s = v \cdot \Delta t$$

Podstawiając kolejno:

$$v_1 = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{ i } (\Delta t)_1 = 3 \text{ s} \text{ otrzymujemy } (\Delta s)_1 = 15 \text{ m}$$

$$v_2 = 2,5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{ i } (\Delta t)_2 = 2 \text{ s} \text{ otrzymujemy } (\Delta s)_2 = 5 \text{ m}$$

$$v_3 = 7,5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{ i } (\Delta t)_3 = 2 \text{ s} \text{ otrzymujemy } (\Delta s)_3 = 15 \text{ m}$$

$$\text{Całkowita droga } s = (\Delta s)_1 + (\Delta s)_2 + (\Delta s)_3 = 15 + 5 + 15 = 35 \text{ m}$$

3.5 Ruch jednostajnie przyspieszony

W poprzednim rozdziale został omówiony najprostszy przypadek ruchu. Dobrze wiesz, że w życiu codziennym bardzo trudno poruszać się z taką samą prędkością. Jeśli jedziesz do szkoły autobusem, to nie porusza się on cały czas ze stałą prędkością. Kiedy wsiadasz na przystanku, autobus stoi – koła się nie toczą a prędkościomierz wskazuje zero. Gdy autobus włącza się do ruchu, to jego prędkość wzrasta do około 50 km/h (jeśli jest to autobus miejski). Jeśli prędkość jakiegoś ciała – w naszym przykładzie autobusu, wzrasta, to mówimy, że autobus *przyspiesza*. Natomiast ruch takiego autobusu nazywamy ruchem przyspieszonym.

Przykład 3.10

Często w programach motoryzacyjnych podawana jest informacja o „przyspieszeniu do setki”. Porównywany jest czas potrzebny do osiągnięcia prędkości 100 km/h. W tabeli zebrano dane dotyczące kilku modeli samochodów.

Tab. 3.6. Dane w tabeli na podstawie: <http://ikm.net.pl/statystyki/maxprz.php> oraz <http://ikm.net.pl/statystyki/minprz.php>

Samochód	Czas potrzebny na osiągnięcie prędkości 100 km/h
Fiat 126 p (maluch)	51 s
Fiat cinquecento	30 s
Volkswagen Polo III	21,4 s
Skoda Fabia	19,5 s
Ferrari 575 Maranello	4,3 s
Lamborghini Murcielago	3,8 s
Mc Laren F1	3,4 s

Korzystając z tabeli odpowiedz na pytania:

1. Który z samochodów wykazuje największe przyspieszenie?
2. Które modele samochodów mogłyby konkurować w wyścigach?
3. Który z samochodów spotykanych na polskich drogach ma największe przyspieszenie?

Zapiszemy definicję przyspieszenia:

Przyspieszenie a definiujemy jako stosunek zmiany prędkości Δv do czasu Δt , w jakim ta zmiana miała miejsce.

Sprawdzimy, jaka jest jednostka przyspieszenia. Prędkość mierzymy w metrach na sekundę, a czas w sekundach. Wstawiamy jednostki do definicji:

$$\left[\frac{\Delta v}{\Delta t} \right] = \frac{\frac{m}{s}}{s} = \frac{m}{s} \cdot \frac{1}{s} = \frac{m}{s \cdot s} = \frac{m}{s^2}$$

Jednostką przyspieszenia jest **stosunek przyrostu prędkości** (mierzony w m/s) **do czasu** (mierzonego w sekundach), czyli $\frac{m/s}{s}$, w skrócie m/s².

Przykład 3.11

Samochód ruszył z parkingu i po czasie 10 sekund osiągnął prędkość 20 m/s (czyli 72 km/h). Jakie było jego przyspieszenie?

Rozwiązanie:

Aby obliczyć przyspieszenie, wstawiamy dane do definicji. Zmiana prędkości wynosi 20 m/s (ponieważ prędkość początkowa była równa zero).

$$\text{przyspieszenie} = \frac{20 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{10\text{s}} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Słowo przyspieszenie zastępowane jest literą „**a**”. Symbol ten pochodzi od włoskiego słowa *accelerazione*, które oznacza przyspieszenie. Jak zapisać zmianę prędkości? To proste. W poprzednim przykładzie obliczyliśmy ją odejmując początkową prędkość od końcowej. Symbolicznie zapisana definicja przyspieszenia ma postać:

$$a = \frac{v_k - v_p}{\Delta t} \quad (3.6)$$

We wzorze (3.7) prędkość końcowa oznaczona jest v_k , prędkość początkowa v_p , zaś Δt oznacza przedział czasu.

W wielu przypadkach, na przykład spadających kamieni lub kulek staczających się po pochylonym stole przyrosty prędkości w równych odcinkach czasu pozostają stałe – innymi słowy *przyspieszenie* pozostaje *stałe*. Taki rodzaj ruchu ma swoją (zarezerwowaną) nazwę – nazywamy go ruchem *jednostajnie przyspieszonym*.

przyspieszenia:

Jeżeli przyspieszenie w ruchu pozostaje stałe, to taki ruch nazywamy **jednostajnie przyspieszonym**.

Przypomnij sobie, co oznacza słowo jednostajny. Możesz zajrzeć do poprzedniego tematu.

W tym temacie słowo „jednostajnie” nie odnosi się do prędkości, ale do przyspieszenia. Sformułowanie „jednostajnie przyspieszony” oznacza, że w ustalonym przedziale czasu (np. w każdej sekundzie) prędkość będzie wzrastała o taką samą wartość.

Przykład 3.12

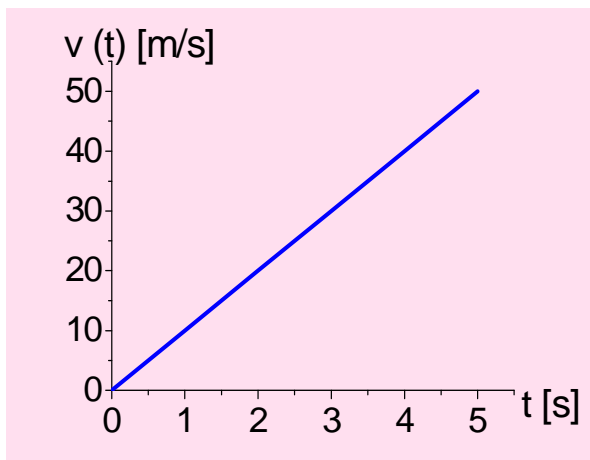
Galileo Galilei¹², jak głosi legenda¹³, badał zmiany prędkości różnych ciał spadających z wieży w Pizie. Dzisiejsze, znacznie dokładniejsze doświadczenia wykazują, że w czasie każdej sekundy ciało spadające zwiększa swoją prędkość o około 10 metrów na sekundę (dokładniej np. 9,81 m/s w Toruniu). Skoro prędkość zmienia się w każdej sekundzie o 10 m/s, to przyspieszenie wynosi 10 m/s².

Ciała swobodnie spadające poruszają się ruchem jednostajnie przyspieszonym.

¹² O Galileuszu powiedziano o nim „Fizyka zesłała z nieba na ziemię po równi pochyłej Galileusza” [M. Rogers, Fizyka dla dociekliwych]

¹³ Legenda legendą, ale Galileusz mógł badać spadek ciał z Krzywej Wieży, która już wówczas była znacznie pochylona. Postawiona na bagnistym gruncie w XIII wieku zaczęła się chylić po zbudowaniu trzeciej kondygnacji. Wyprostował ją (ale nie do końca, tak aby pozostała „krzywa”) dopiero Polak, profesor Andrzej Jamiołkowski z Politechniki w Turynie, w 1999 roku.

Przedstawmy na wykresie, jak zmienia się prędkość w spadku swobodnym. Jeżeli przyspieszenie wynosi 10 m/s^2 to po pierwszej sekundzie prędkość wyniesie 10 m/s , po drugiej 20 m/s a po trzeciej 30 m/s . Punkty na wykresie prędkości w zależności od czasu układają się na linii prostej.



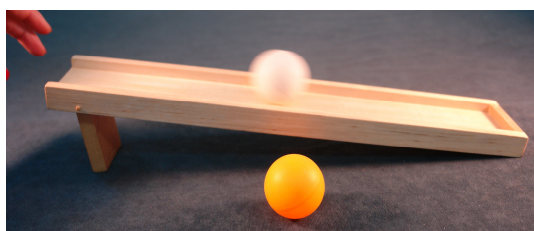
Rys. 3.12. Zależność prędkości od czasu w spadku swobodnym (zakładamy wartość przyspieszenia równą 10 m/s^2). Prędkość jest wprost proporcjonalna do czasu ruchu.

Oczywiście, każdy ruch jest inny, a ruch *jednostajny* i *jednostajnie przyspieszony* to tylko uproszczone modele. I tak na przykład, ciała spadają ruchem jednostajnie przyspieszonym jedynie w warunkach braku oporu powietrza. Skoczek na spadochronie porusza się ruchem (prawie dokładnie) jednostajnie przyspieszonym, dopóki nie otworzy spadochronu. Później, ze spadochronem otwartym porusza się (prawie dokładnie) ruchem jednostajnym.



Fot. 3. 13 a) Krzywa wieża w Pizie – wysoka na 55 metrów, przekrzywiła się już w trakcie budowy, w XII wieku; Galileusz mógł więc badać ruch spadających z niej kamieni;
b) spadanie ciał w rurce opróżnionej z powietrza

Galileusz zauważył jeszcze inną cechę ruchu jednostajnie przyspieszonego. Ale zanim o tym opowiemy, zastanówmy się, jak zmienia się prędkość i jaką drogę (w określonym czasie) przebywa ciało poruszające się ruchem jednostajnie przyspieszonym.



Fot. 3.13b Kulka poruszająca się po poziomym stole to przykład ruchu jednostajnego; kulka staczająca się po równi to przykład ruchu jednostajnie przyspieszonego.

3.6 Prędkość w ruchu jednostajnie przyspieszonym

Zależność prędkości od czasu w szczególnym przypadku ruchu jednostajnie przyspieszonego, jakim jest spadek swobodny, przedstawiliśmy już na rysunku 3.12. Ogólnie ten wykres może być nieco inny. Wzór (3.6) definiujący przyspieszenie pozwala nam znaleźć prędkość $v(t)$ w danym momencie czasu t . Zapiszmy ten wzór nieco inaczej:

$$a = \frac{v(t) - v_0}{t}$$

gdzie prędkość końcową v_k zastąpiliśmy przez $v(t)$, tj. prędkość w chwili t

Przekształcając ten ostatni wzór otrzymujemy $v(t) - v_0 = at$, skąd następnie

$$v(t) = v_0 + a \cdot t \quad (3.7)$$

Aby obliczyć prędkość końcową musimy więc uwzględnić prędkość początkową. Spadek swobodny to przykład ruchu jednostajnie przyspieszonego z prędkością początkową równą zero. Ruch kamienia pionowo w dół, ale z niezerową prędkością początkową nazwiemy *rzutem* pionowo w dół.

Przykład 3.13

Do szybu kopalni wrzucono koralik, nadając mu prędkość początkową 5 m/s . Oblicz:

- 1) jaką prędkość osiągnie on po jednej sekundzie?
- 2) jaką prędkość osiągnie po trzech sekundach?

Dane:

$$v_0 = 5 \text{ m/s}$$

$$a = 10 \text{ m/s}^2$$

Znaleźć $v(t)$ dla 1) $t = 1 \text{ s}$; 2) $t = 3 \text{ s}$

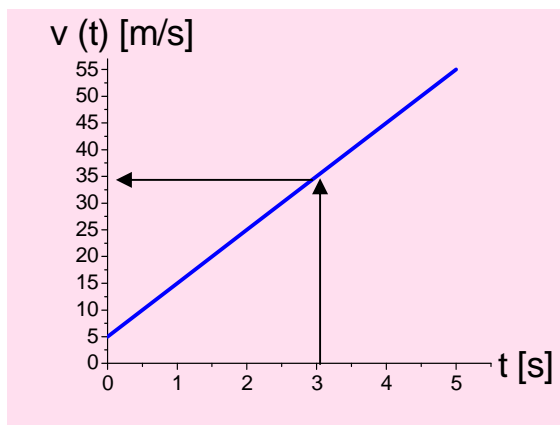
Rozwiązanie:

Koralik został wyrzucony w dół z prędkością początkową 5 m/s. Stosujemy wzór (3.7)

$$1) v = v_0 + at = 5 + 10 \cdot 1 = 15 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

$$2) v = v_0 + at = 5 + 10 \cdot 3 = 35 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

Odpowiedź: Koralik po jednej sekundzie będzie spadał z prędkością 15 m/s a po trzech sekundach z prędkością 35 m/s, zob. rys. 3.13.



Rys. 3.13. Wykres pokazujący zależność prędkości od czasu dla koralika rzuconego w dół z prędkością początkową 5 m/s. Wykres ten przypomina wykres 3.7b (ale oś OY jest inna!).

Zależność prędkości od czasu dla koralika rzuconego w dół nadal jest linią prostą, zob. rys. 3.13 ale linia ta nie przechodzi przez początek układu współrzędnych.

Przykład 3.14

W zawodach curlingu zawodnicy puszczaają specjalnie szlifowane, ciężkie kamienie po lodzie. Zakładając, że kamień zostaje wypuszczony z prędkością początkową 5 m/s, a przyspieszenie wynosi $a = -0,25 \text{ m/s}^2$ (czyli jest to opóźnienie) obliczyć:

- (1) jaką prędkość ma kamień po 4 sekundach?
- (2) po ilu sekundach kamień się zatrzyma?

Rozwiązanie:

Dane:

$$v_0 = 5 \text{ m/s}$$

$$a = -0,25 \text{ m/s}^2$$

$$t = 4 \text{ s}$$

Obliczenie:

Korzystamy ze wzoru (3.7)

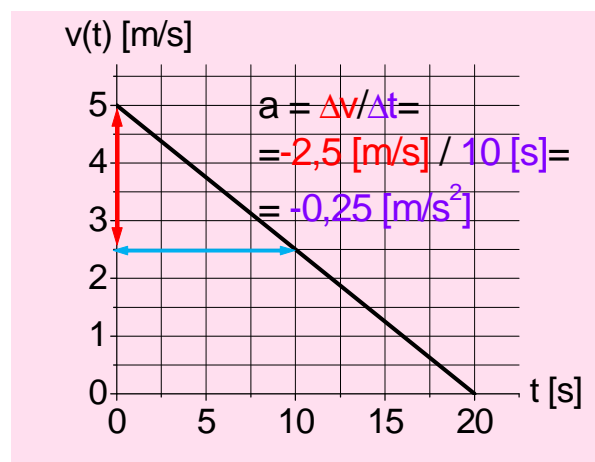
$$1) v = v_0 + a \cdot t = 5 - 0,25 \cdot 4 = 4 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

2) Po jakim czasie kamień się zatrzyma? Musimy wyznaczyć czas t , dla którego $v(t) = 0$.

$$v = v_0 + a \cdot t = 0$$

$$\text{stąd } t = -\frac{v_0}{a} = -\frac{5}{-0,25} = 20 \text{ s}$$

Kamień zatrzyma się po 20 sekundach. Zilustrujmy ruch kamienia za pomocą wykresu $v(t)$



Rys. 3.14 Ruch kamienia w zawodach curlingu – zmiana prędkości w zależności od czasu. Ruch jest przykładem ruchu jednostajnie opóźnionego. Wykresem $v(t)$ jest nadal linia prosta, a inaczej nachylona niż w ruchu jednostajnie przyspieszonym. Przyspieszenie a nadal liczymy jako stosunek zmiany prędkości Δv do przedziału czasu Δt
 $a = \Delta v / \Delta t$
 Jest ono ujemne – ruch jest opóźniony.

Przykład 3.15

Wyrzucamy piłkę do góry z prędkością początkową 30 m/s. Po ilu sekundach osiągnie ona maksymalną wysokość? (tzn. po ilu sekundach się zatrzyma?) Przyjąć wartość przyspieszenia

ziemskiego $g = -10 \text{ m/s}^2$ (przyjmujemy dla przyspieszenia znak minus, jako że prędkość początkowa jest skierowana do góry a przyspieszenie w dół).

Rozwiązanie:

Jest to zadanie podobne do poprzedniego. Piłka lecąc do góry spowalnia. Korzystamy ze wzoru (3.7); szukamy takiej wartości t , aby zachodził warunek $v_0 + a \cdot t = 0$

skąd obliczamy $t = -\frac{v_0}{g} = -\frac{30}{-10} = 3\text{s}$

Odpowiedź: Piłka zatrzyma się po 3 sekundach.

3.7 Droga w ruchu jednostajnie przyspieszonym

Wróćmy do przykładu samochodów Formuły 1 i zastanówmy się, jaką drogę przebył w czasie pierwszych dwóch sekund od startu samochód Ferrari, jeśli po tych dwóch sekundach jego prędkość wyniosła 72 km/h (czyli 20 m/s).

i) Wyliczmy najpierw przyspieszenie a jako stosunek przyrostu prędkości do czasu, który minął od startu

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{20 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2\text{s}} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

ii) Jaką drogę mógł przebyć Ferrari w ciągu dwóch sekund, jeśli jego prędkość na końcu tych dwóch sekund wyniosła 20 m/s. Może 20 metrów? Chyba nie, bo startował z prędkością zerową. Jaką prędkość *średnią* mógł mieć Ferrari w *trakcie* tych dwóch sekund? Połowa wartości między prędkością początkową a końcową? Czyli średnia między 20 m/s a 0 m/s? 10 m/s? Okazuje się, że jest to nie tylko dobre oszacowanie, ale właśnie wartość dokładna¹⁴.

iii) Ile przebył samochód jadąc 2 sekundy z prędkością średnią 10 m/s? Zgodnie z definicją prędkości średniej przebył drogę s

$$s = v_{sr} \cdot \Delta t = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 2\text{s} = 20\text{m}$$

Oczywiście, 20 metrów.

iv) A w czasie następnych dwóch sekund ruchu (czyli w sekundzie trzeciej i czwartej), jaką drogę przebył?

Na początku tych dwóch kolejnych sekund (czyli na początku trzeciej sekundy) prędkość nie była już równa zero, ale wynosiła 20 m/s. A na końcu tego odcinka czasu prędkość wyniosła 40 m/s. Mnożąc prędkość średnią na tym odcinku czasu (30 m/s) przez 2 s, otrzymujemy 60 m. W ciągu drugiego (dwusekundowego) odcinka czasu Ferrari przebył 60 metrów.

v) A w czasie trzeciego odcinka dwusekundowego?

Odcinek ten Ferrari zaczynał z prędkością 40 m/s a kończył z prędkością 60 m/s. W ciągu tych dwóch sekund przebył więc 100 metrów.

vi) Jeśli zsumujemy te przebyte odcinki, otrzymamy $20 + 60 + 100 = 180$ metrów.

Całe rozumowanie przedstawia też rysunek 3.14.

¹⁴ Uwaga dla nauczyciela: średnią arytmetyczną między wartością początkową i końcową danego przedziału czasu można w każdym przypadku interpolacji wykorzystywać do całkowania. Jest ot tzw. całkowanie metodą trapezów. W przypadku funkcji liniowej, a to właśnie jest atrybut ruchu *jednostajnie* przyspieszonego, metoda trapezów daje wartość *dokładną* całki.

start!

minęło sekund 0s 1s 2s 3s 4s 5s 6s
 || | || | || | ||

upływa sekunda 1° 2° 3° 4° 5° 6°

odcinki 2-sekundowe 1° 2° 3°

prędkość „v” w danej chwili

 0 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ 20 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ 40 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ 60 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$
 || || || ||

Prędkość średnia „v_{sr}” na odcinku czasu

 1° 2° 3°

 10 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ 30 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ 50 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$

Droga przebyta w danym odcinku czasu $s = v_{sr} \cdot t$

 _____ _____ _____
 20 m 60 m 100 m

Cała droga przebyta w ciągu sześciu sekund $20 + 60 + 100 = \mathbf{180m}$

Porównajmy ze wzorem $s = \frac{1}{2} a \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (6\text{s})^2 = \frac{1}{2} \cdot 360\text{m} = 180\text{m}$ (dobrze!)

Rys. 3.14. Chronometraż startu Ferrari.

Powtórzmy rozumowanie:

- i) w ciągu dwóch sekund jazdy ($t = 2\text{s}$) Ferrari przebył 20 m
- ii) w ciągu czterech sekund jazdy ($t = 4\text{s}$) Ferrari przebył 80 m
- iii) w ciągu sześciu sekund jazdy ($t = 6\text{s}$) Ferrari przebył 180 m

W ruchu jednostajnie przyspieszonym przebyta droga *nie* jest proporcjonalna do czasu, który upłynął! Aby znaleźć zależność między s a t , podzielmy przebytą drogę przez 20 (metrów). Przebyte drogi mają się do siebie jak 1:4:9, czyli są kwadratami kolejnych liczb naturalnych. I to właśnie zauważył Galileusz. Pisał on: „jeśli w pierwszym czasie, ruszając ze stanu spoczynku, przybędzie określony odcinek, na przykład **jedną** długość lufy, w drugim czasie **trzy lufy**, w trzecim **pięć**, w czwartym **siedem**, i tak sukcesywnie w porządku kolejnych liczb nieparzystych”

Zależność przebiegów w kolejnych sekundach ilustruje równia Galileusza, z dzwonkami ułożonymi we wzajemnych odległościach 1:3:5:7:9, zob. fot. 3.14. Dzwonki tak ułożone dzwonią w równych odstępach *czasu*.



Fot. 3.14 Równia Galileusza – rekonstrukcja na UMK w Toruniu.

Odległości między dzwonkami wynoszą 1; 3; 5; 7. A jaka odległość dzieli kolejne dzwonki od początku równi? To jasne! Pierwszy jest w odległości 1, drugi 1+3=4, trzeci 1+3+5=9, czwarty 1 + 3 + 5 + 7 = 16 itd. Liczby 1; 4; 9; 16 to *kwadraty* kolejnych liczb naturalnych. Sprawdźmy tę obserwację również na przykładzie Ferrari, gdzie przyspieszenie wynosiło $a = 10 \text{ m/s}^2$ możemy zauważyć, że wzór na przebytą drogę s jest następujący

$$s = \frac{1}{2} a \cdot t^2 \quad (3.8)$$

gdzie: t jest czasem, który upłynął od początku ruchu, zaś a jest przyspieszeniem.

Sprawdźmy wzór z danymi liczbowymi z przykładu:

Dane:

$$a = 10 \text{ m/s}^2$$

$$t = 6 \text{ s}$$

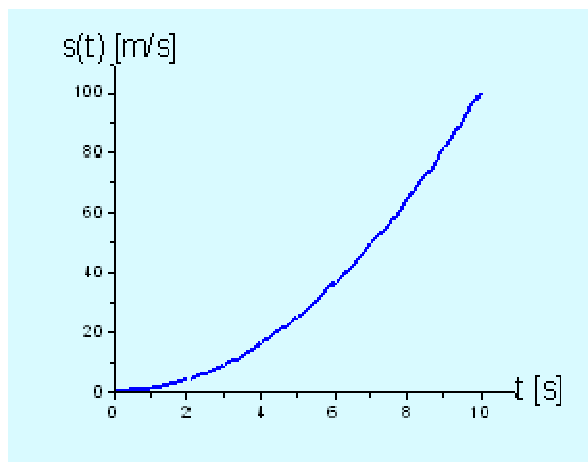
Obliczenie:

$$s = \frac{1}{2} a \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (6\text{s})^2 = \frac{1}{2} \cdot 360\text{m} = 180\text{m} \text{ (OK!)}$$

W ruchu jednostajnie przyspieszonym (z zerową prędkością początkową) przebyta droga jest proporcjonalna do **kwadratu** czasu, jaki upłynął od startu.

Zależność graficzna drogi od czasu w ruchu jednostajnie przyspieszonym opisana jest krzywą zwaną parabolą¹⁵, zob. rys.3.15.

¹⁵ Kształt paraboli ma na przykład antena satelitarna, zwierciadło w reflektorze samochodowym, a także trajektoria ciała rzuconego poziomo (lub ukośnie).



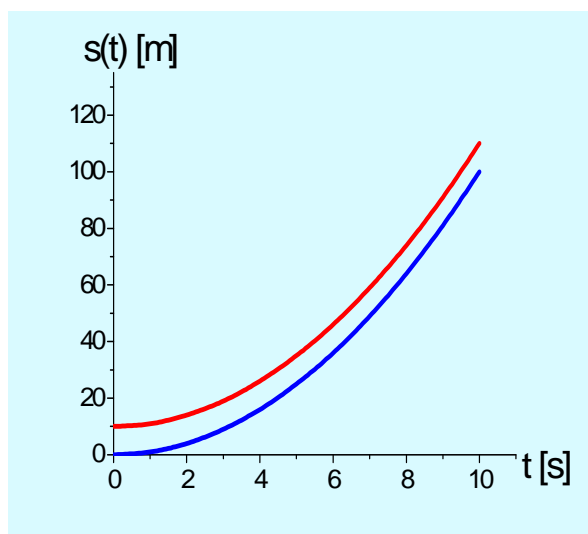
Rys. 3.15. Wykres zależności drogi od czasu w ruchu jednostajnie przyspieszonym przedstawia krzywą zwaną parabolą.

Uwagi dla dociekliwych

Wzór (3.9) stosuje się, o ile prędkość początkowa jest zerowa. Jeśli prędkość początkowa jest różna od zera, należy tę początkową prędkość uwzględnić w obliczeniach. Jak możemy wywnioskować z przykładu koralika wrzuconego do szybu kopalni, prędkość początkowa dodaje się w każdym momencie ruchu do prędkości, jaką miałyby ciało w spadku swobodnym. We wzorze na przebytą drogę musimy dodać więc składnik $v_0 t$. Jeśli dodatkowo w chwili początkowej ciało nie znajdowało się na początku skali odległości, musimy dodać tę odległość początkową s_0 . Ostatecznie wzór na drogę w ruchu jednostajnie przyspieszonym przyjmuje postać

$$s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2 \quad (3.9)$$

Wykres zależności $s(t)$ nadal jest parabolą, ale różni się ona nieco od paraboli z rysunku 3.15 (zob. rys. 3.16).



Rys. 3.16. Zależność drogi od czasu w ruchu jednostajnie przyspieszonym z zerową prędkością początkową i zerowym przesunięciem początkowym (krzywa niebieska); zależność drogi od czasu w ruchu jednostajnie przyspieszonym z niezerową prędkością początkową i niezerową przebytą odległością początkową (krzywa czerwona).

3.8 Podsumowanie

Przedstawiliśmy dwa najprostsze rodzaje ruchu – prostoliniowy ze *stałą prędkością* i prostoliniowy ze *stałym przyspieszeniem*. Zauważmy, że są one dwoma odmianami ruchu po tej samej równi – kiedy jest ona pochylona, ruch kulki jest jednostajnie przyspieszony, kiedy jest ułożona poziomo – ruch jest jednostajny. Oczywiście, oba rodzaje ruchu są pewną idealizacją prawdziwych ruchów, które nawet dla odległej sondy kosmicznej nie są ani idealnie prostoliniowe, ani nie mają stałej prędkości.

Oba przykłady pozwoliły nam jednak na zdefiniowanie prędkości jako przedziału drogi w jednostce czasu. Ta definicja, o ile wybierzemy dostatecznie krótki przedział czasu, stosuje się również do innych ruchów zmiennych. Mówimy wówczas o *prędkości chwilowej*.

Prędkość średnia zależy od prędkości chwilowych, ale dla każdego ruchu jest to inna zależność. O ile więc prędkość chwilową definiujemy z pomiaru na małych odcinkach czasu, prędkość *średnią* definiujemy na *całkowitym* odcinku czasu, który nas interesuje.

1. W ruchu *jednostajnym* prędkość jest stała a przebyta droga jest proporcjonalna do czasu, jaki upłynął od początku ruchu (o ile droga początkowa wynosiła zero).

$$s = vt$$

2. Ogólnie, w ruchu prędkość nie jest stała ale się zmienia.

Przyrost prędkości w jednostce czasu nazywamy przyspieszeniem.

W ruchu *jednostajnie przyspieszonym* przyspieszenie jest stałe a prędkość (chwilowa) jest proporcjonalna do czasu, który upłynął od początku ruchu (o ile prędkość początkowa wynosiła zero).

Przebyta droga w ruchu jednostajnie przyspieszonym zmienia się proporcjonalnie do kwadratu czasu, który upłynął od początku ruchu (o ile droga i prędkość początkowa wynosiły zero).

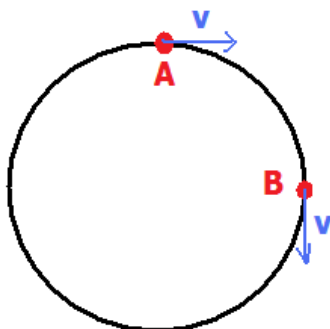
$$s = \frac{1}{2} at^2$$

Przyspieszenie samochodu, jak widać z podanych na początku tego rozdziału przykładów, zależy zarówno od mocy silnika jak od masy całkowitej pojazdu. W Formule I samochody mają silniki ogromnej mocy (780 CV, tzw. „koni mechanicznych”, czyli 570 kW) dla modelu ferrari 248F1 z 2006 roku ale ważą znacznie mniej niż przeciętne samochody osobowe (nieco ponad 500 kg). Dlaczego? O tym nieco dalej.

Dodatek 3.9 Ruch jednostajny po okręgu¹⁶

Do tej pory poznałeś ruchy odbywające się po torze prostoliniowym. Przykładem ruchu krzywoliniowego jest ruch po okręgu. Z pewnością potrafisz wymienić kilka. Oto przykłady takiego ruchu: konik na karuzeli, wentyl w pionowym kole (rowerowym czy samochodowym), „pasażerowie diabelskiego koła” w wesołym miasteczku, wskazówki zegara.

Mówiąc ruch jednostajny po okręgu mamy na myśli ruch, w którym wartość (ale tylko wartość) prędkości się nie zmienia. Natomiast w czasie trwania ruchu zmienia się kierunek prędkości.



Rys.3.17. W ruchu jednostajnym po okręgu wartość prędkości pozostaje stała ale zmienia się jej kierunek.

Przykład 3.16

Karuzela kręci się ruchem jednostajnym. Który konik – ten od zewnątrz czy ten wewnątrz w tym samym czasie zatacza większą drogę?

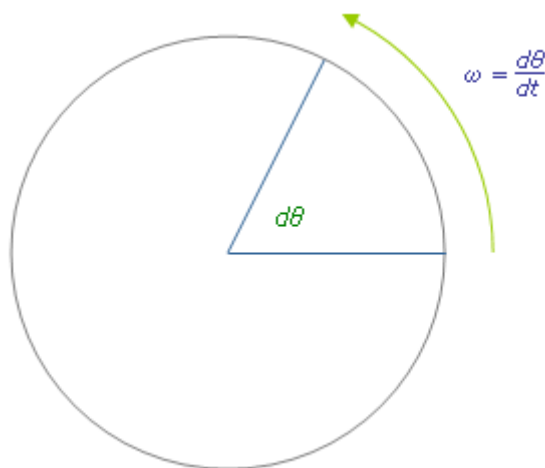


Fot. 3. 15. Karuzela - <http://karolinaonair.blox.pl/resource/karuzela.jpg>

¹⁶ Uwaga dla nauczyciela: ruchu po okręgu nie ma w programie szkolnym. Piszemy o nim z trzech względów. Po pierwsze, ruch po okręgu (formalnie ruch *przyspieszony*) jest dobrym przykładem praktycznym ruchu ze stałą wartością prędkości (nie jest łatwo znaleźć przykładu ruchu prostoliniowego ze stałą prędkością). Po drugie, ruch po okręgu w astronomii, a szczególnie jego stała wartość fascynowała uczonych od Arystotelesa do Newtona. Mikołaj Kopernik pisał: „Ruch ciał niebieskich jest jednostajny, kołowy, nieustający albo z kołowych ruchów złożony”. Trzecia zaś uwaga dotyczy dynamiki: ruch po okręgu, np. ciał niebieskich może być jednostajny, mimo że działa siła grawitacji, ale jest ona prostopadła do trajektorii, więc praca tej siły jest zerowa.

Oczywiście, ten, który porusza się po większym *okręgu*. Ale odpowiedź na pytanie, który konik porusza się „szybciej”, nie jest taka prosta.

Oba koniki zataczają *pełen* okrąg w tym samym czasie, choć zewnętrzny konik pokonuje w tym samym czasie większą *drogę*. Natomiast powiemy, że oba koniki, zewnętrzny i wewnętrzny zataczają w tym samym czasie takie same *kąty*. Do opisu ruchu po okręgu służą więc dwa pojęcia: prędkości liniowej i prędkości kątowej.



Rys. 3.18 Zatoczony kąt w ruchu jednostajnym po okręgu.

Prędkość **liniowa**, jak już wiemy, związana jest z przebytą odległością (mierzona w metrach lub kilometrach) w jednostce czasu. Konik znajdujący się dalej od środka karuzeli, czyli zewnętrzny przebywa większą drogę niż konik wewnętrzny w tym samym czasie. Stąd wniosek, że prędkość liniowa konika zewnętrznego jest większa niż wewnętrznego. Każdy z nich porusza się ruchem jednostajnym po okręgu, ale z różnymi prędkościami liniowymi.

Prędkość **kątowa** dotyczy ilości obrotów w jednostce czasu. Oba koniki wykonują tyle samo obrotów w tym samym czasie, więc ich prędkości kątowe są sobie równe. Prędkość kątową mierzymy w stopniach (kątowych) na sekundę lub innych podobnych jednostkach.

Możemy też definiować ilość obrotów w jednostce czasu (obrotomierz na tablicy wskaźników samochodu to właśnie pokazuje w jednostce „obroty na minutę”). Czasem wielkość tę nazywamy też „częstotliwością”. Częstotliwość prądu zmiennego w sieci elektrycznej, 50 Hz w Europie i 60 Hz w USA oznacza, że prądnica w elektrowni wykonuje 50 (lub 60 w USA) pełnych obrotów na sekundę.

Obie prędkości, kątowa i liniowa, są ze sobą ściśle powiązane. Jeżeli karuzela wykonywać będzie więcej obrotów w czasie np. jednej minuty, to wzrośnie jej prędkość kątowa. Równocześnie zwiększy się prędkość liniowa każdego z koników. Dwukrotny wzrost prędkości kątowej, przyczynia się do dwukrotnego wzrostu prędkości liniowej. Prędkość kątowa i prędkość liniowa są proporcjonalne.

Z drugiej zaś strony, dla ustalonej prędkości kątowej, prędkość liniowa określonego konika na karuzeli zależy od jego odległości od osi obrotu. Między prędkością liniową a kątową zachodzi związek

$$v = \omega \cdot r \quad (3.10)$$

gdzie: ω jest prędkością kątową, a r odległością od osi obrotu ¹⁷.

¹⁷ Uważny czytelnik zauważy, że we wzorze tym „nie zgadają się” jednostki miar. Aby z prędkości kątowej ω obliczyć prędkość liniową w m/s, ta pierwsza powinna być podana w jednostkach 1/s a nie w %/s. Sam kąt

Przykład 3.17

Z jaką prędkością liniową porusza się koniec skrzydła elektrowni wiatrowej, jeśli to skrzydło zatacza 1 obrót na 5 sekund i ma długość 20 m? Ile wynosi prędkość kąтова tego skrzydła?

Rozwiązanie

Dane:

$$r = 5 \text{ m}$$

$$f = \frac{1 \text{ obrót}}{5 \text{ s}} \text{ (częstotliwość)}$$

Jeśli skrzydło zatacza pełny obrót, to jego koniec zatacza drogę równą obwodowi koła o promieniu 20 m. Ta droga s wynosi:

$$s = 2 \cdot \pi \cdot r = 2 \cdot 3,14 \cdot 20 = 125,6 \text{ m}$$

$$\text{Prędkość końca wiatraka wynosi } v = \frac{s}{t} = \frac{125,6}{5} = 25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\text{Prędkość kąтова skrzydła wynosi } \omega = \frac{360^\circ}{5 \text{ s}} = \frac{72^\circ}{\text{s}}$$



Fot. 3.16 Pojedyncze skrzydło wiatraka (elektrowni wiatrowej) ma długość 20 metrów a nawet więcej.

Już Kopernik zauważył, że im dalej od Słońca planeta, tym wolniej się porusza. Na rysunku w swej pracy „O obrotach ciał niebieskich” zaznaczył „Jupiter zatacza (okrąg) w XII lat; Saturn zatacza (okrąg) w XXX lat”. Johannes Kepler (1571-1630) nadał tej obserwacji zależność matematyczną a Izaak Newton wyjaśnił tę zależność w oparciu o prawo powszechnej grawitacji.

powinien być więc jednostką bezwymiarową. Taką jednostką jest tzw. miara łukowa kąta, wyrażona w radianach. Wzór (3.10) podajemy więc jedynie jako wskazówkę, od czego zależy prędkość v w ruchu po okręgu.

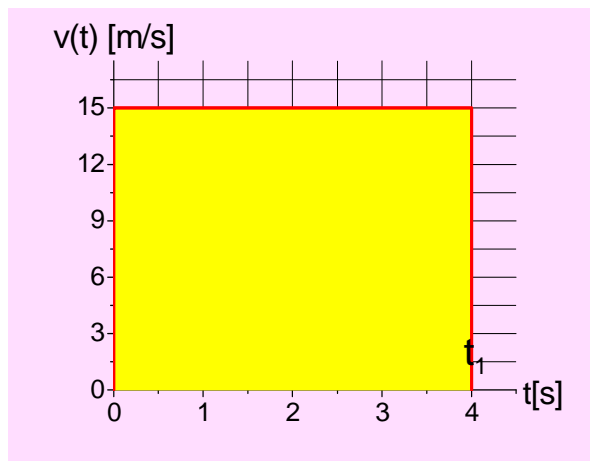
Dodatek 3.10 Więcej o wykresach zależności czasowych w ruchu

Wykresy zależności prędkości od czasu w ruchu jednostajnym i jednostajnie przyspieszonym kryją w sobie niespodzianki, które będą bardzo ważne w zaawansowanych rozważaniach nad funkcjami i ich wykresami, nie tylko w fizyce i w matematyce, ale i w ekonomii, biologii, statystyce. Poświęćmy więc im trochę uwagi.

Przypomnijmy najprostszą zależność drogi od prędkości, tę dla ruchu ze stałą prędkością v

$$s = v \cdot t_1$$

gdzie: t_1 jest czasem ruchu. Wykres drogi od czasu jest linią prostą, przechodzącą przez początek układu współrzędnych, jak na rysunku 3.7. Narysujmy, dla porównania, wykres prędkości od czasu. Ponieważ ruch jest jednostajny, czyli o stałej prędkości, wykres też jest linią prostą, ale równoległą do osi OX.



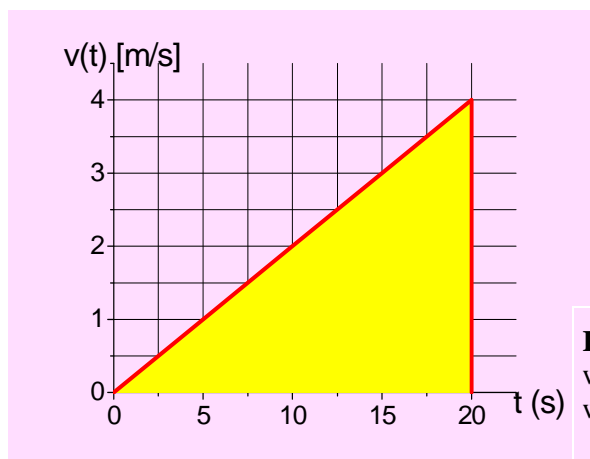
Rys. 3.19 Wykres zależności prędkości od czasu w ruchu *jednostajnym*. Pole pod wykresem jest równe przebytej drodze od początku ruchu do określonego momentu (np. $t = 4$ s).

Z drugiej strony, iloczyn vt_1 jest polem prostokąta (zaznaczonego na żółto) na rysunku 3.17.

Rozważmy z kolei przypadek ruchu jednostajnie przyspieszonego. W ruchu tym prędkość rośnie z czasem, zgodnie ze wzorem

$$v = a \cdot t_1$$

(o ile prędkość początkowa wynosi zero). Na wykresie przedstawia się to następująco:



Rys. 3.20. Wykres zależności prędkości od czasu w ruchu *jednostajnie przyspieszonym*. Pole pod wykresem jest równe przebytej drodze w czasie t_1 .

Co przedstawia pole pod wykresem $v(t)$? Jest to trójkąt, o podstawie t_1 . Wysokość tego trójkąta jest równa prędkości końcowej ruchu, po czasie t_1 , czyli

$$v_k = a \cdot t_1$$

Pole trójkąta wynosi więc

$$P = \frac{1}{2} v_k \cdot t_1 = \frac{1}{2} (a \cdot t_1) \cdot t_1 = \frac{1}{2} a t_1^2 \quad (3.11)$$

Porównajmy ten wynik ze wzorem (3.9). Wyrażenia po prawych stronach obu wzorów są identyczne! Pole pod wykresem funkcji $v(t)$ jest równoważne drodze przebytej w czasie t .

Uzyskany na rysunku 3.20 wynik jest bardzo ważny. Jeżeli jakaś wielkość (na przykład prędkość v) jest związana z inną (na przykład z drogą s) zależnością jak we wzorze (3.5)

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

to pole pod wykresem funkcji $v(t)$ jest równe wartości funkcji $s(t)$ w momencie t ¹⁸.

¹⁸ Funkcja $v(t)$ jest nazywana *pochodną* funkcji $s(t)$ a funkcja $s(t)$ jest nazywana *całką* funkcji $v(t)$. Ale to już bardzo zaawansowany dział matematyki zwany rachunkiem różniczkowym (i całkowym)!

Rozdział IV Dynamika, czyli nauka o przyczynach ruchu

Wiecie już, że wszystko we Wszechświecie znajduje się w ciągłym ruchu. W pewnych okolicznościach tego ruchu możemy nie odczuwać, w szczególności, gdy jest on jednostajny, jak np. w samolocie odrzutowym lecącym nad Atlantykiem. Również Ziemia, jako planeta porusza się we Wszechświecie i to z zawrotnymi prędkościami. Prędkość ruchu orbitalnego Ziemi dookoła Słońca to 30 km/s. Po pół roku kierunek prędkości się zmienia, ale my tego nie zauważamy, gdyż przyspieszenie z tym związane jest znacznie mniejsze niż przyspieszenie np. w ruchu na karuzeli¹⁹. Na powierzchni Ziemi możemy więc przyjąć, że jesteśmy w spoczynku, jeśli nie zmieniamy swego położenia względem otaczających nas pobliskich ciał.

W poprzednim rozdziale dowiedzieliście się, jak opisujemy ruch ciał. Tym razem będziemy się zastanawiać, jakie są jego przyczyny. Aby obiekt pozostający w spoczynku wprawić w ruch, trzeba użyć siły. Czujesz to podnosząc plecak, wsiadając na rower i rozpędzając się na nim. Podobnie zatrzymanie poruszającego się ciała wymaga użycia siły. Będziemy starali się wskazywać i opisywać różne rodzaje sił, z którymi mamy do czynienia na co dzień. Ten dział fizyki nazywa się **dynamiką**.

4.1 Pojęcie i własności sił

Siły towarzyszą nam bezustannie, choć zwykle nie myślimy o tym siedząc czy też stojąc. Obserwując ciała spoczywające tylko w niektórych przypadkach skłonni jesteśmy dopatrywać się działania sił. Najłatwiej możemy się ich domyślać, patrząc na wiszące szafki, obrazy czy lampy. Wiemy, że gdyby nie utrzymywały ich haki czy gwoździe, przedmioty te spadałyby na ziemię. Siły działają bez przerwy i na wszystko, ale ich obecność dostrzegamy łatwiej, gdy wywołują zmiany w naszym otoczeniu. To one wprawiają w ruch samochody, zatrzymują toczącą się piłkę, sprawiają, że przesuwając wzrok, czytasz te słowa i oddychasz.



Fot.4.1. Oddziaływanie sił: a) wiszące szafki, b) wiszące magnesy

Siła może powstawać w kontakcie z przedmiotem poddanym jej działaniu, np. człowiek niesie torbę, pcha wózek, lokomotywa ciągnie wagony. Może też działać na odległość – pomiędzy magnesami, ale też spadającym ciałem i Ziemią oraz Księżycem a Ziemią. Tak więc, aby mówić o sile, musimy mieć przynajmniej dwa ciała i musi istnieć pomiędzy nimi **oddziaływanie**. Ponieważ mogą być różne rodzaje oddziaływań (patrz rozdział 3.3), możemy mówić o różnych rodzajach sił: grawitacyjnych, magnetycznych, elektrycznych. Możemy też mówić o siłach tarcia, wyporu, sprężystości i ciężkości – w zależności od sytuacji, w której występują.

¹⁹ Przyspieszenie w ruchu dookoła Słońca (odległość Ziemia- Słońce wynosi 149 mln km) to zaledwie $6 \times 10^{-3} \text{ m/s}^2$ a w ruchu na dużej karuzeli może wynosić 3 m/s^2 .



Fot. 4.2. Przykłady sił: a) siła elektryczna - bombki choinkowe, b), c) siła wyporu –statek.

Przykład 4.1

Jedną z najczęściej wymienianych i rozważanych w fizyce sił jest *siła ciężkości*. Każde ciało w pobliżu powierzchni ziemi podlega jej działaniu. Podobno spadające z drzewa jabłko skłoniło Isaaca Newtona do zastanowienia się nad tym, dlaczego tak się dzieje. Ziemia przyciąga wszystko, co się na niej i w jej pobliżu znajduje.

Spadanie ciał bardzo często kojarzymy z działaniem tej jednej siły, skierowanej pionowo w dół (rys. 4.1a). W rzeczywistości spadanie zwykle odbywa się w powietrzu, które stawia opór (rys. 4.1b).



Rys. 4.1. Spadanie swobodne (a) i z uwzględnieniem oporu powietrza (b). Strzałki oznaczają działające na ciało siły.

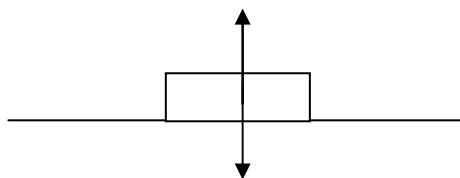
Siła oporu zależy m.in. od wielkości powierzchni spadającego ciała, o czym może nas przekonać proste doświadczenie.

Doświadczenie 4.1

Porównajmy spadanie swobodne niewielkiego przedmiotu, np. monety i kartki papieru, puszczając je równocześnie z tej samej wysokości. Moneta spadnie szybciej, ale tylko w przypadku, gdy kartka jest rozłożona. Po jej zgnieceniu w kulkę zaobserwujemy, że spadek następuje równocześnie. Właśnie powtórzyliście kolejne doświadczenie Galileusza! Jeżeli pominiemy opór powietrza, wszystkie ciała spadają z tym samym przyspieszeniem, niezależnie od ich masy. Nieprawdą jest, że ciała cięższe spadają szybciej!

Przykład 4.2

Zastanówmy się teraz, jakie siły działają na leżący na stole przedmiot. Czy siła ciężkości, która powoduje spadanie monety albo kartki papieru przestaje działać, gdy kładziemy te przedmioty na stole? Oczywiście że nie, Ziemia przyciąga je w dalszym ciągu, przecież gdy tylko znajdą się poza krawędzią stołu, natychmiast spadają. Sprawdź, co się dzieje i co czujesz, gdy naciskasz dłonią na stół. Czujesz „opór”, prawda? Inaczej mówiąc czujesz siłę, którą stół działa na twoją dłoń. Pojawia się ona dopiero wtedy, gdy zaczniesz naciskać – jest wynikiem działania siły nacisku. Przeciwstawia się naciskowi, *równoważąc* jego działanie. Siła taka działa też na wszystkie ciała na powierzchni Ziemi – określamy ją ogólnie jako *siłę reakcji podłoża*. (por. rys. 4.2)



Rys. 4.2. Siły działające na leżący na stole przedmiot. Siła ciężkości, działająca pionowo w dół, jest równoważona przez siłę reakcji podłoża, np. stołu.

Jednostką siły jest niuton, oznaczany literą N. Do jej określenia przejdziemy w rozdziale 4.5.

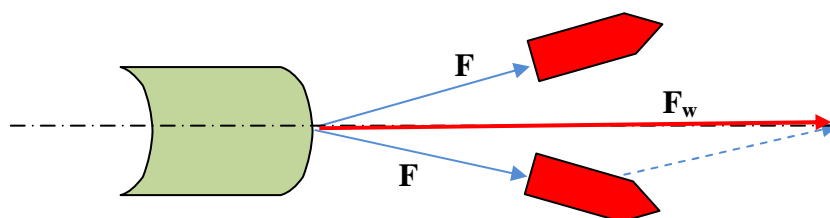
4.2 Siła jako wektor

Powróćmy na chwilę do przykładu z przeciąganiem liny. Załóżmy, że ciągną ją z dwóch stron dwaj chłopcy. Co się stanie, gdy każdy z nich ciągnąć będzie w swoją stronę z taką samą siłą? Lina pozostanie na miejscu, gdyż te dwie siły się zrównoważą. Wygodnie jest narysować te siły jako strzałki.



Fot. 4.3 Kule mandenburskie.

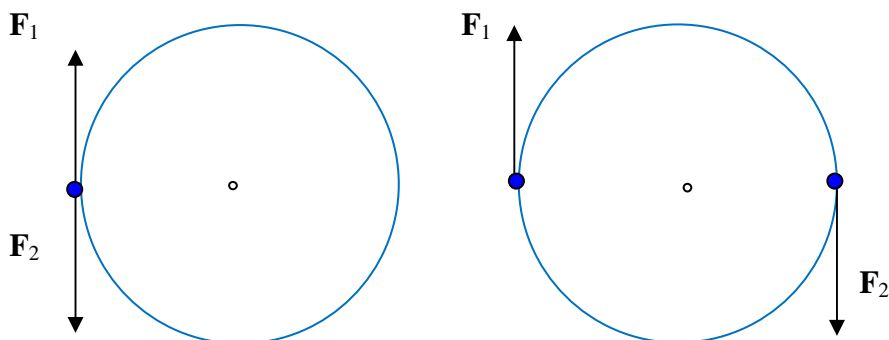
Rozważmy inny przypadek – dwóch holowników, które ciągną ciężki tankowiec (zob. rys. 4.3). Każdy z holowników ciągnie w nieco innym kierunku, ale tankowiec płynie prosto przed siebie. Dlaczego? Mówimy, że dwie siły się składają i dają siłę sumaryczną, zwaną też po polsku *wypadkową*.



Rys. 4.3. Dwa holowniki ciągną tankowiec. Każdy z holowników działa siłą o wartości F (niebieskie strzałki) ale nieco pod innym kątem od osi tankowca. Z tego powodu wypadkowa siła F_w działająca na tankowiec, zaznaczona kolorem czerwonym, ma wartość nieco mniejszą od $2F$.

Zauważamy więc, że w przypadku składania sił istotne są nie tylko wartości tych sił, ale też i ich kierunki.

Rozważmy jeszcze inny przykład – karuzeli w dwoma krzeselkami, zob. rys. 4.4. Dwaj chłopcy przepierają się, w którym kierunku karuzela ma się kręcić. Pchają identycznymi co do wartości siłami ale w przeciwnych kierunkach. Oczywiście, jeśli napierają na to samo krzeselko, to karuzela nie ruszy. Ale jeśli ich siły będą nadal przeciwne, ale przyłożone do dwóch różnych krzeselek po dwóch stronach karuzeli, to zacznie się ona kręcić, i to coraz szybciej.



Rys. 4.4. Dwie identyczne (co do wartości) siły działają na karuzelę. W pierwszym przypadku siły są przyłożone w tym samym punkcie – karuzela spoczywa. W drugim przypadku dwie siły mają różne punkty przyłożenia – karuzela zacznie się kręcić.

Jak więc widzisz, przy rozważaniu siły należy uwzględnić cztery jej cechy:

- 1) *wartość*,
- 2) *kierunek*,
- 3) *zwrot*
- 4) *oraz punkt przyłożenia*.

Tak opisaną wielkość nazywamy *wektorem*.

W dzisiejszym języku włoskim słowo *vettore* oznacza też firmę zajmującą się dostarczaniem przesyłek (czyli tzw. firmę kurierską). Otóż przemieszczenie też jest wektorem – ma kierunek (pionowo, poziomo), zwrot (w górę, w dół), wartość (o 1 metr), i punkt przyłożenia („przenieś tę paczkę, o metr w górę”).²⁰

Siły możemy więc traktować jako wektory. Mają przecież wszystkie charakterystyczne dla wektora własności: miejsce zaczepienia, czyli określony *punkt przyłożenia*, *kierunek* i *zwrot* oraz swoją *wartość*, oznaczoną symbolicznie przez długość strzałki.

²⁰ Pojęcie wektora jest niezwykle użyteczne. Zastanówmy się, jak opisać ruch łódki w poprzek rzeki. Łódka ma własny napęd, w kierunku w poprzek rzeki, ale prąd rzeki zanoszą ją wzdłuż rzeki. Dwa wektory prędkości się sumują, i dają prędkość *wypadkową*. Zdjęcie przedstawia Wisłę w Toruniu. Ale w Bydgoszczy sytuacja dla podobnej łódki jest podobna. Opis wektorów w Toruniu można więc zastosować do opisu dryfu łódki w Bydgoszczy. I to jest właśnie zasadnicze uogólnienie, na jakie pozwala pojęcie wektora: abstrakcja od określonego obiektu (i miejsca w przestrzeni), a uogólnienie na kierunek w dowolnym punkcie przestrzeni. W opisie matematycznym wektora, istotne są jego współrzędne określające kierunek, wartość i zwrot, a punkt zaczepienia jest niejako dodany.



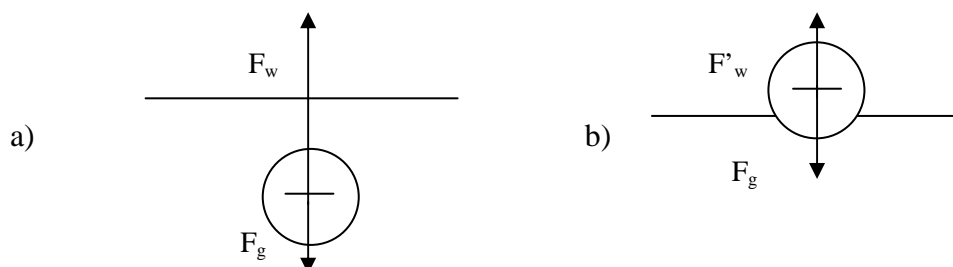
Fot. 4.4 Dwie identyczne siły ciągną półkule magdeburskie w przeciwnych kierunkach. Na punkt środkowy działa wypadkowa siła równa zero – pozostaje on w spoczynku.

Wektory o tych samych wartościach, działające w przeciwne strony i zaczepione w tym samym punkcie równoważą się wzajemnie. Mówimy też, że *wypadkowy wektor* (czyli *wektorowa suma* składowych) przyjmuje wartość zero. Tak jest na fot. 4.1., taką też sytuację mieliśmy w poprzednim rozdziale na rys. 4.2 dla leżącego na stole przedmiotu. W obu przypadkach ciała pozostawały w spoczynku.

Z siłami równoważącymi się mamy też często do czynienia w ruchu. Po otwarciu spadochronu skoczek opada ruchem jednostajnym, gdyż siła oporu powietrza równoważy siłę ciężkości. Samolot utrzymuje się w powietrzu, gdyż siła nośna równoważy siłę ciężkości. Piłka czy nawet statek pływają po wodzie, gdyż siła ciężkości jest zrównoważona przez siłę wyporu.

Inaczej jest, gdy piłka jest zanurzona w wodzie – puszczone swobodnie będzie wypływać na powierzchnię, w rosnącą prędkością, gdyż siła wyporu po jej zanurzeniu jest większa od ciężaru (rys. 4.5a).

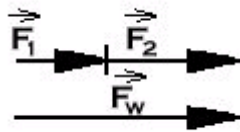
Natomiast dla ciała pływającego na powierzchni wody znów będziemy mieli do czynienia z równoważącymi się siłami ciężkości i wyporu (rys. 4.5b).



Rys. 4.5 Siły działające na piłkę zanurzoną w wodzie (a) i pływającą na powierzchni (b). Siła wyporu F_w działająca na zanurzoną piłkę jest większa od siły ciężkości F_g i piłka wypływa („wyskakuje”) na powierzchnię. Kiedy piłka pływa po powierzchni wody siła wyporu F'_w jest mniejsza niż przy pełnym zanurzeniu: równoważy ona siłę ciężkości.

W sytuacji, gdy dwie siły F_1 i F_2 działają w tę samą stronę (rys. 4.6), obliczając całkowitą siłę (inaczej: siłę wypadkową F_w) będziemy dodawać wartości tych sił:

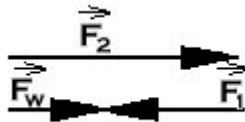
$$F_w = F_1 + F_2$$



Rys. 4.6. Dodawanie sił (wektorów) o tym samym zwrocie.

Jeżeli natomiast siły działają w przeciwne strony (rys. 4.7), musimy odjąć ich wartości:

$$F_w = F_2 - F_1$$



Rys. 4.7 Dodawanie sił (wektorów) o zwrocie przeciwnym.

Przykład 4.3

Na spadające ciało działa pionowo w dół siła o wartości 100 N. Siła oporu powietrza wynosi 10 N. Jaka jest wartość siły wypadkowej działającej na to ciało?

Mamy tu do czynienia z sytuacją przedstawioną na rys. 4.7, siły działają w przeciwne strony, zatem $F_w = 100 \text{ N} - 10 \text{ N} = 90 \text{ N}$.

Nieco trudniejsze jest obliczanie siły wypadkowej w ogólnym przypadku, gdy poszczególne składniki F_1 i F_2 działają pod pewnym kątem (patrz rys. 4.3). W celu określenia siły wypadkowej dodajemy wówczas do siebie dwa wektory składowe. Graficznie wektor wypadkowy reprezentuje przekątna równoległoboku zbudowanego na składowych.

Podstawową cechą oddziaływań jest ich *wzajemność*. Działaniu każdej siły towarzyszy przeciwdziałanie, każdej akcji – reakcja. Przykład z areny sportowej przedstawia fot. 4.5. Dokładniej powiemy o tym w rozdziale 4.6.



Fot. 4.5 Wzajemność sił – działaniu siły towarzyszy jej przeciwdziałanie
http://www.bbc.co.uk/southyorkshire/content/images/2008/09/03/matt_lambley_hammer_throwing_240x360.jpg

4.3 I prawo dynamiki Newtona

Zastanawiając się, co jest przyczyną spadania ciał, Newton starał się podać ogólny opis sytuacji, w których na ciało działa bądź nie działa siła. Oczywiście nie sposób wyobrazić sobie sytuacji, w której na ciało nie będzie działać żadna siła, choćby z tej prostej przyczyny, że np. grawitacja występuje w każdym miejscu i to ze strony różnych ciał – Ziemi, Słońca, Księżyca, innych planet i gwiazd. Fizycy radzą sobie z tym problemem, dokonując przybliżeń i uproszczeń – np. rozważając zachowanie się ciał w pobliżu powierzchni ziemi zaniehbują siły pochodzące od pozostałych ciał. Jest to zupełnie uzasadnione, gdyż żadnych skutków ich działania nie zaobserwujemy.

Znacznie częściej mamy do czynienia z przypadkami, w których na ciało działają siły równoważące się wzajemnie. Raz jeszcze przypomnijmy sobie przedmiot leżący na stole (przykład 4.2) czy też ciało pływające na powierzchni wody (rys. 4.5b). Można by sądzić, że działanie sił równoważących się wzajemnie jest charakterystyczne dla sytuacji spoczynku. Tymczasem równie powszechne jest równoważenie się sił dla ciał będących w ruchu – zwracaliśmy już uwagę na spadającego skoczka spadochronowego czy lecący samolot. Również ciała poruszające się po powierzchni ziemi w wielu przypadkach podlegają działaniu (oczywiście w uproszczeniu stosowanym przez fizyków) dwóch sił: ziemskiego przyciągania oraz sile reakcji podłoża (często określanej jako *siła sprężystości podłoża*), towarzyszącej sile nacisku (fot. 4.6).



Fot. 4.6 Na poruszającą się kulę do kręgli działają siła nacisku i siła reakcji podłoża.

http://www3.allaroundphilly.com/blogs/pottstown/openmike/uploaded_images/Obama_2008_Spoh-718996.JPG

Mówiąc ogólnie – w sytuacjach, w których na ciało działają siły równoważące się wzajemnie, **nie następuje zmiana stanu ruchu ciała**. Tak więc ciało pozostaje w spoczynku, jeśli wcześniej już w tym spoczynku było, lub też zachowuje swój poprzedni ruch – porusza się bez zmiany prędkości, a więc jednostajnie i po linii prostej.

Podsumowując, dochodzimy do sformułowania **I zasady dynamiki Newtona**:

Jeżeli na ciało działają równoważące się siły, to ciało pozostaje w *spoczynku* lub porusza się *ruchem jednostajnym prostoliniowym*.

Podkreślmy, że jest to bardzo ważne stwierdzenie. W potocznym rozumieniu, wydaje się, że jeśli na ciało poruszające się nie działają żadne siły, to „ono się zatrzyma”. Nic bardziej błędnego! Jeśli ciało zatrzymuje się, to właśnie działają na nie siły, na przykład siła tarcia.

Sformułujmy jeszcze zwięźle I prawo Newtona

Jeżeli na ciało nie działają żadne siły, to jego prędkość pozostaje *stała*.

W tym rozumieniu, prędkość stała oznacza stałą co do wartości (czyli również zerową) i stałą co do kierunku (czyli ruch prostoliniowy). „Żadne siły” oznaczają natomiast siłę (pojedynczą lub wypadkową) równą *zeru*.

Warto zwrócić uwagę, że rozważamy tu ruch ciała w pewnym *układzie odniesienia*, którym najczęściej jest powierzchnia podłoża i otaczająca je najbliższa przestrzeń (ogólnie: powierzchnia ziemi, wody itp.).

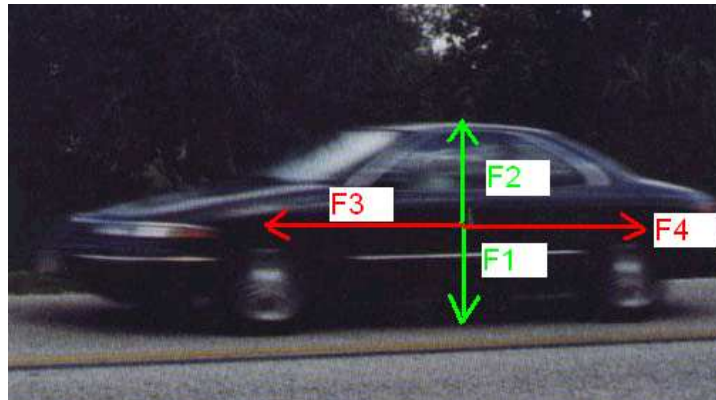
Prawdziwe jest też zdanie odwrotnie sformułowane: jeżeli ciało pozostaje w spoczynku lub porusza się ruchem jednostajnym prostoliniowym, to siły działające na to ciało muszą się równoważyć (siła wypadkowa jest równa zero). To stwierdzenie bywa bardzo pomocne w rozwiązywaniu wielu zadań i problemów.

Przykład 4.4

Jadący po linii prostej samochód jadący ze stałą prędkością napędzany jest siłą ciągu silnika o wartości 1000 N. Jaka jest łączna wartość sił oporu i tarcia, które działają w tej sytuacji?

Rozwiązanie:

Na jadący samochód działają aż cztery siły (fot. 4.7).



Fot. 4.7 Siły działające na samochód poruszający się ze stałą prędkością: F_1 – siła ciężkości, F_2 – siła reakcji podłoża, F_3 – siła ciągu silnika, F_4 – siły oporów ruchu.

Dwie z nich to znana już nam z poprzednich przykładów para siły ciężkości F_1 oraz siły sprężystości podłoża F_2 . W tym przykładzie nie podano ich wartości, ale nie jest to nam potrzebne do rozwiązania, gdyż te dwie siły równoważą się i nie mają wpływu na stan ruchu ciała. Natomiast druga para, utworzona z jednej strony przez siłę ciągu silnika F_3 , a z drugiej – przez siły oporu powietrza i tarcia F_4 , też musi się wzajemnie zrównoważyć, aby spełniona była I zasada dynamiki. Zatem znając wartość siły $F_3 = 1000$ N, możemy stwierdzić, że wartość siły oporu powietrza i tarcia będzie taka sama i podać jej wartość jako $F_4 = 1000$ N. Pomimo działania czterech sił mamy więc sytuację, w której wypadkowa siła równa jest równa zero!

4.5 II prawo dynamiki Newtona

W poprzednim podrozdziale podaliśmy kilka przykładów równoważących się sił. To właśnie wtedy stan ruchu ciała nie ulega zmianie. Możemy się więc domyślać, że w sytuacji przeciwnej, w której jedna z sił zaczyna przeważać, będziemy ten stan zmieniać. Na ogół tak właśnie kojarzymy działanie siły z jej skutkami. Będą nas interesować skutki dynamiczne, a więc związane z ruchem. Aby poruszyć ciało, musimy użyć siły. Równie koniecznym warunkiem zatrzymania ciała poruszającego się jest przyłożenie siły²¹.

Pod wpływem siły będzie się zmieniać prędkość ciała; siła może ciało rozpędzać (jeśli podziała zgodnie z kierunkiem ruchu) lub też je zatrzymywać (działając przeciwnie do kierunku ruchu). W obu przypadkach fizycy określają *przyspieszenie* a – patrz rozdział 3.3:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

jako miarę zmiany prędkości. Im szybciej ciało się rozpędza (lub zatrzymuje), tym większe jest jego przyspieszenie. Przypomnijmy sobie, co jest przyczyną zmiany stanu ruchu. Jeśli nie będziemy zmieniać siły, to ruch odbywać się będzie ze stałym przyspieszeniem – będzie jednostajnie zmienny.

Możemy już podać ogólne prawo – zwane też **II zasadą dynamiki Newtona**:

Jeśli na ciało działa stała, nie zrównoważona siła, to ciało poruszać się będzie ruchem jednostajnie zmiennym z przyspieszeniem wprost proporcjonalnym do działającej siły, a odwrotnie proporcjonalnym do masy ciała.

$$a = \frac{F}{m} \quad (4.1)$$

Pamiętajmy, że sytuacja, w której na ciało działa tylko jedna siła, należy do wyjątków. Rozważając siłę działającą na ciało, będziemy najczęściej mieli na myśli *siłę wypadkową* – czyli „efektywną” siłę po zsumowaniu wszystkich składowych

Druga część podanego prawa oznacza, że jeśli taką samą siłą podziałamy na dwa ciała o różnych masach, to większe przyspieszenie (czyli silniejszy efekt) uzyskamy dla mniejszej masy. Trudniej zmienić stan ruchu ciała o większej masie – mówimy, że ma ono większą *bezwładność*.

Przykład 4.5

Siła o wartości 10 N działa na dwa ciała, o masach 2 kg i 5 kg. Jakie przyspieszenia uzyskają obie masy?

Rozwiązanie:

Stosując wzór 4.1 obliczamy wartości przyspieszeń – wynoszą one odpowiednio: 5 m/s² i 2 m/s².

²¹ wszelkie pochodzące z codziennego doświadczenia obserwacje, w których ciała poruszające się w końcu się zatrzymują, opierają się na działaniu sił oporu i tarcia; jeśli te ostatnie nie występują, ciało raz wprowadzone w ruch może się poruszać bez końca – tak jak to dzieje się z krążącym wokół Ziemi Księżycem, albo z planetami w ich ruchu wokół Słońca

Druga zasada dynamiki pozwoli nam określić ogólny sposób obliczania siły:

$$F = m \cdot a$$

W oparciu o ten związek podajemy definicję niutona:

$$1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \cdot 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2},$$

co odczytujemy – 1 niuton jest to siła, która ciału o masie 1 kg nadaje przyspieszenie 1 m/s².

Patrząc na podany przed chwilą przykład widzimy, że siła 10 N może ciału o masie 2 kg nadać przyspieszenie 5 m/s², z kolei ciału o masie 5 kg – przyspieszenie 2 m/s². Gdyby zaś masa wynosiła 1 kg, jej przyspieszenie osiągnęłoby wartość 10 m/s². Ta ostatnia wielkość to nic innego, jak przybliżona wartość przyspieszenia, z jakim ciała spadają na powierzchnię ziemi, czyli wartość przyspieszenia ziemskiego g . Możemy podać wzór:

$$F = m \cdot g,$$

który pozwala obliczyć *siłę ciężkości*, czyli po prostu **ciężar** ciała²². Łatwo zauważyć, że wartość ciężaru w niutonach dla dowolnego ciała to jego masa pomnożona przez g , np. ciało o masie 1 kg waży 10 N, o masie 10 kg – 100 N, zaś o masie 100 kg – 1000 N albo 1 kN (kiloniuton).

Ćwiczenie 4.1

Określ przybliżoną wartość swojego ciężaru w niutonach.

Przykład 4.6

Bolid Roberta Kubicy o masie 600 kg przyspiesza do 100 km/h w ciągu 2,9 s. Oblicz siłę ciągu wytworzoną przez silnik bolidu (siły oporu i tarcia pomijamy).

Rozwiązanie:

Na początek, ze wzoru $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$, możemy obliczyć przybliżoną wartość przyspieszenia (pamiętajmy o przeliczeniu prędkości na m/s!): $a = 9,58 \text{ m/s}^2$ – zwróćmy uwagę, że jest ono tylko nieznacznie mniejsze od ziemskiego! Przemnażając przez masę, na siłę ciągu otrzymamy wartość 5748 N.

Uwaga dla lubiących porządek, czyli poukładaną wiedzę ☺

Patrząc na ogólny wzór na siłę

$$F = m \cdot a$$

warto zauważyć, że mamy tu do czynienia z dwiema wielkościami wektorowymi – siłą i przyspieszeniem. Siła powstaje przez pomnożenie przyspieszenia przez określoną liczbę (masa m jest wielkością *skalarną*, tzn. nie posiada charakterystycznych dla wektorów cech kierunku, zwrotu i punktu przyłożenia). Oznacza to w szczególności, że te dwie wielkości będą **zawsze** nierozzerwalnie ze sobą związane. Jeżeli potrafimy wskazać działającą na ciało siłę wypadkową, to na pewno taki sam kierunek i zwrot będzie miało przyspieszenie ciała! Pamiętajmy tylko, że kierunek ruchu ciała *może być* różny od zwrotu przyspieszenia.

²² będziemy tu przyjmować przybliżoną do 10 m/s² wartość przyspieszenia ziemskiego; w rzeczywistości przy powierzchni Ziemi zmienia się ona od około 9,78 m/s² na równiku do około 9,83 m/s² na biegunach

Sformułujmy ponownie II prawo Newtona

Siła działająca na ciało \vec{F} i jego przyspieszenie \vec{a} są wprost proporcjonalne $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$
Współczynnikiem proporcjonalności jest masa ciała m .

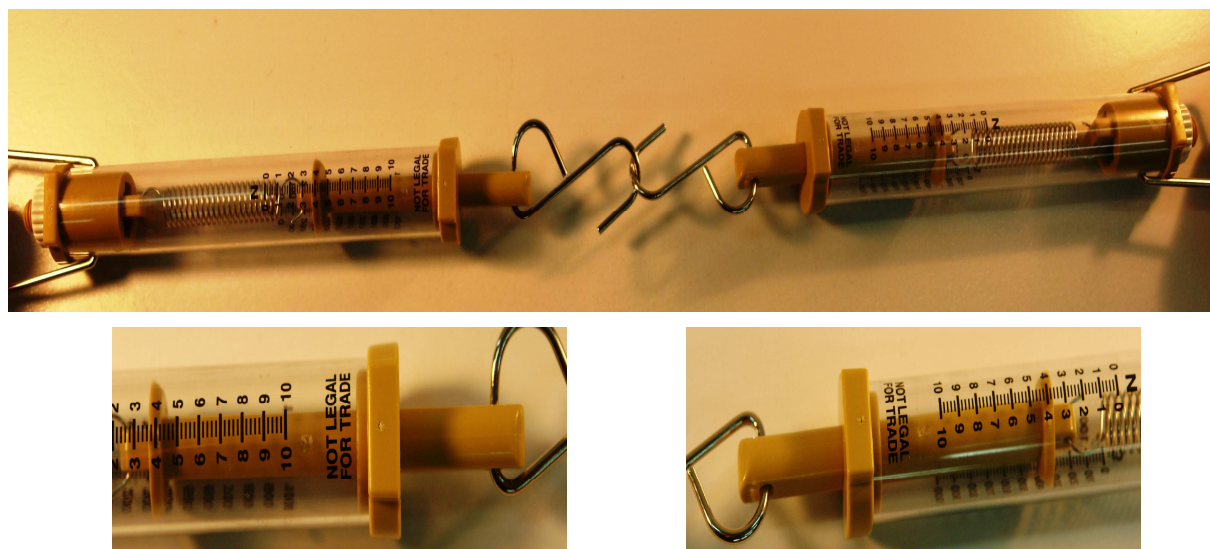
Okazuje się, że masa, którą mierzymy w II prawie Newtona, jest taka sama, jaką mierzymy badając ciężar ciała przyciąganego przez Ziemię, nawet jeśli pozostaje ono w spoczynku. Dlaczego jedna masa (tzw. inercyjna) jest równa drugiej (tzw. grawitacyjnej) tego na dzień dzisiejszy jeszcze nie wiemy. Jeśli to wyjaśnisz, czeka Cię Nagroda Nobla!

4.6 III prawo dynamiki Newtona

Wspominaliśmy już w rozdziale 4.3, że podstawową cechą oddziaływań jest ich wzajemność. Miarą oddziaływań jest siła, przekonajmy się więc, jakie siły towarzyszą oddziaływaniom.

Przykład 4.7

Obserwujemy wskazania połączonych ze sobą siłomierzy podczas ich rozciągania. Niezależnie od tego, czy doświadczenie wykonuje jedna osoba, czy też dwie, w każdej sytuacji wskazania obu siłomierzy są jednakowe. Siły mają przeciwne zwroty, ale *nie równoważą się* wzajemnie – działają na różne ciała i mają różne punkty przyłożenia!



Fot. 4.8 Dwa złączone ze sobą siłomierze równoważą się wzajemnie – oba pokazują tę samą wartość

Ta własność sił dotyczy wszystkich ciał i wszystkich rodzajów oddziaływań – podajemy ją jako **III zasadę dynamiki Newtona**:

Jeżeli ciało A działa na ciało B siłą F_{AB} , to ciało B działa również na ciało A siłą o tej samej wartości, ale przeciwnym zwrocie.

Symbolicznie III zasadę dynamiki Newtona możemy zapisać jak

$$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$$

Inaczej mówiąc, każdemu działaniu towarzyszy przeciwdziałanie, każdej akcji – reakcja. Przysłowie, które dobrze pasuje do III zasady dynamiki, to: „Jak Kuba Bogu, tak Bóg Kubie”.

Zasady dynamiki Newtona, które poznaliście, to podstawowe reguły fizyczne, które możemy zastosować w wielu sytuacjach. Pamiętajmy zawsze o ich uniwersalnym przesłaniu, pomimo zakładanych w każdym tych praw ograniczeń.

1° Pierwszą zasadę możemy stosować tylko dla ciał spoczywających lub poruszających się ze stałą prędkością – lub inaczej, w sytuacji gdy działające na ciało siły wzajemnie się równoważą.

2° Druga zasada pozwala nam przewidzieć zachowanie się ciała w sytuacji, gdy zadziała na stała i niezrównoważona siła. Wiemy już, że pod jej wpływem ciało poruszać się będzie ruchem jednostajnie przyspieszonym.

Te dwie zasady w prosty i elegancki sposób wiążą poznawane przez was w tym rozdziale pojęcia dynamiki z poznanymi już wcześniej pojęciami opisującymi ruch.

3° Trzecia zasada ma nieco inny charakter, ale jej konsekwencje są chyba jeszcze dalej idące, a nie zawsze się o nich pamięta w czasie nauki fizyki. Szkoda, bo pomaga ona w bardzo prosty sposób rozwiązywać wiele problemów dotyczących oddziaływań – np. grawitacyjnych czy magnetycznych.

Przykład 4.8

Zastanów się, czy potrafisz określić, jaka jest wartość siły, z jaką jesteś przyciągany przez Ziemię.

Rozwiązanie:

Jeśli pomyślałeś o ciężarze, albo inaczej sile ciężkości, to oczywiście masz rację. Jeżeli wykonałeś ćwiczenie 4.1, to możesz tę wartość (w niutonach) podać. Powiedzmy że będzie to np. wartość 600 N (dla tych których masa ciała to 60 kg).

Czy przy okazji przyszło ci już do głowy, że mógłbyś w oparciu o III zasadę dynamiki określić, z jaką siłą przyciągasz Ziemię? Przecież, jeśli Ziemia przyciąga Cię siłą 600 N, to i Ty przyciągasz Ziemię siłą o tej samej wartości, lecz przeciwnym zwrocie! Trudno uwierzyć?

Przypisanie określonego skutku danej sile nie zawsze jest takie oczywiste. Wydaje się, że pojedynczy siłacz nie poruszy wielkiego holownika. W rzeczywistości jest inaczej: pojedynczy „strong-man” tak jak najsilniejszy dziś (2009 r.) Polak, Pudzian z Pucka, jest w stanie ruszyć taki holownik, tylko że przyspieszenie, które mu nada jest niezwykle małe. Co więcej, nawet ty byłbyś (byłabyś) w stanie ruszyć taki holownik. Archimedes z Syrakuz powiedział: „dajcie mi punkt podparcia a poruszę Ziemię” - i miał rację! Archimedes miał na myśli dźwignię, ale w wielu zastosowaniach stosujemy inne podobne urządzenia – ręczne podnośniki hydrauliczne, kliny, śruby, liny i bloczki.

Przykład 4.9

Strong-man jest w stanie podnieść ciężar 400 kg. Obliczyć, jakie przyspieszenie nada strong-man holownikowi o masie 8 tysięcy „ton” (czyli 8 000 000 kg)?

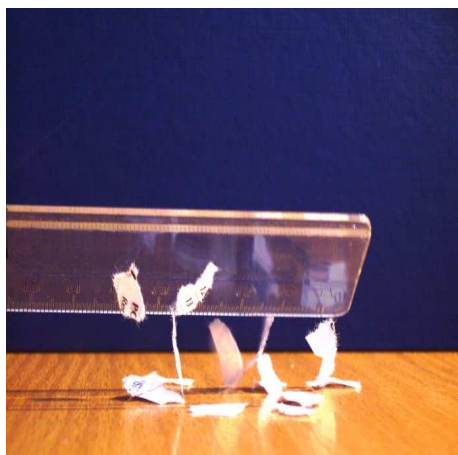
Rozwiązanie

Podniesienie masy 400 kg wymaga siły $F = mg = 400 \text{ [kg]} \cdot 10 \text{ [m/s}^2\text{]} = 4000 \text{ [N]}$

Siła 4000 N nada masie $M = 8\,000\,000 \text{ kg}$ przyspieszenie

Aby holownik zaczął poruszać się z widoczną „gołym okiem” prędkością, np. 5 cm/s, musi upłynąć 1000 sekund, czyli około 16 minut. W tym czasie światło przebędzie dwukrotnie odległość od Słońca do Ziemi!

Podobnie jest w przykładzie z Ziemią i gimnazjalistą. Siła 600 N działając na ciało o masie 60 kg nadaje mu przyspieszenie... (sprawdź zresztą sam, skorzystaj ze wzoru podanego wraz z drugą zasadą dynamiki). Pomyśl teraz, jak ma się wielkość tej siły do wartości masy



Fot. 4.10 Przyciąganie kawałków papieru przez naelektryzowaną linijkę.

Oddziaływania magnetyczne to przyciąganie lub odpychanie ciał o właściwościach magnetycznych lub dających się łatwo namagnesować (fot. 4.11).



Fot. 4.11 Oddziaływanie magnetyczne.
http://www.oskarpomoceedukacyjne.pl/galerie/s/super-magnesy-neodymowe_1912_k.jpg

Oddziaływania elektryczne i magnetyczne są ze sobą ściśle związane: jeśli *ładunki* elektryczne spoczywają, oddziałują jedynie siłami *elektrycznymi*, jeśli się poruszają – oddziałują również siłami *magnetycznymi*. Oba rodzaje oddziaływań określamy wspólnie jako oddziaływania elektromagnetyczne. Obok grawitacyjnych, występują one nawet w bardzo dużej (nieskończonej) odległości – są to oddziaływania *dalekozasięgowe*.

W wieku XX odkryto ponadto **oddziaływania jądrowe**, występujące tylko w bardzo niewielkiej odległości (*krótkozasięgowe*), w obrębie jądra atomu. To siły działające pomiędzy cząstkami elementarnymi, tworzącymi *jądra atomowe*.

Oddziaływania rozpoznajemy po ich skutkach. Tradycyjnie przyjęło się dzielić te skutki na dwie grupy: jedna dotyczy zmian prędkości ciała (skutki *dynamiczne*), druga – zmian kształtu (skutki *statyczne*). Do skutków statycznych zaliczymy wprawienie ciała w ruch bądź jego zatrzymanie, a także zmianę kierunku ruchu. Z kolei zgniecenie czy rozciągnięcie to skutki statyczne. W rzeczywistości i jedno, i drugie występują równocześnie. Ich rozmiar zależy oczywiście od wartości działającej siły – mówimy, że *siła jest miarą oddziaływań*.

Skutki statyczne to inaczej odkształcenia. Niektóre z nich mogą być **nietrwałe** – kiedy to po usunięciu siły ciało wraca do swojego pierwotnego kształtu - mówimy, że jest to ciało *sprężyste* (np. guma, gąbka). Inne ulegają odkształceniom **trwałym**; należą do nich w szczególności ciała *plastyczne* (np. plastelina, glina) oraz *kruche* (np. lód, szkło).

ROZDZIAŁ V

Prawa zachowania w mechanice

Próbowałeś kiedyś zatrzymać łódkę zbliżającą się do brzegu, albo kolegę jadącego na rowerze? Nie jest to takie łatwe – natychmiastowe: tak jakby jadący rower „przeciwstawiał się” takiemu zatrzymaniu – posiadał wielkość, którą „stara się” zachować. Wielkość tę nazywamy pędem. Pojęcie pędu (*impetus*) zostało wprowadzone już w XIII wieku przez francuskiego uczonego Jeana Buridiana, który zauważył, że poruszające się ciała starają się zachować swój pęd. W ten sposób Buridian (a za nim Kopernik) wyjaśniał nieustanny, *wieczny* ruch planet.

Po Koperniku, a jeszcze przed Newtonem, francuski filozof (i fizyk) Rene Descartes (Kartezjusz, 1596 – 1650) sformułował trzy prawa mechaniki. Dwa pierwsze z nich były identyczne jak prawa Newtona. Trzecie natomiast mówiło, że z zderzenia dwóch ciał, jedno z nich zyskuje tyle pędu, ile drugie straciło. Co to jest ten pęd i dlaczego się tak „przekazuje”?



Fot. 5.1. Rene Descartes (Kartezjusz); <http://pl.wikipedia.org/wiki/Kartezjusz>

5.1 Pojęcie pędu

Słowo „pęd” w potocznym języku ma wiele znaczeń. Najczęściej kojarzony jest z obiektem, który się porusza. Im szybciej się ciało porusza, tym większy jest jego „pęd”; również im większa masa ciała, tym większy pęd. W fizyce pojęcie pędu związane jest ściśle równocześnie z prędkością i masą. Definicja pędu jest następująca:

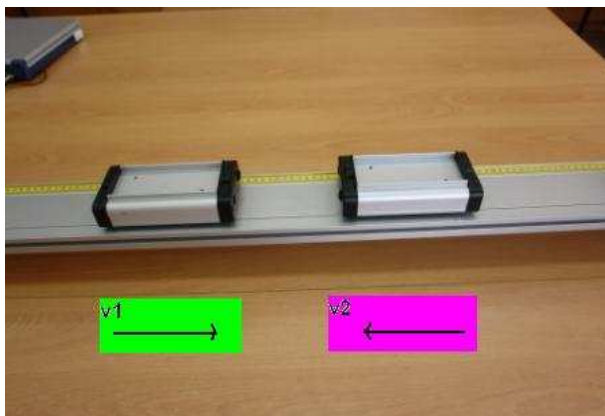
$$\text{pęd} = \text{masa} \cdot \text{prędkość}$$

Zastanówmy się, czy w naszym codziennym życiu spotykamy się z pędem (w rozumieniu języka fizyki)? Oczywiście, że tak! A oto przykład.

Przykład 5.1

Jeśli masz dwa samochodziki zabawki, możesz przekonać się o istnieniu pędu. Postaw je naprzeciwko siebie i jeden z nich wpraw w ruch. Co się stało z samochodem znajdującym się na początku w spoczynku?

Podobne doświadczenie, z wózkami na szynie przedstawiamy na filmie w wersji internetowej podręcznika. Zauważ, jak w wyniku zderzenia wózek, który pierwotnie spoczywał, zaczął się poruszać. Natomiast wózek, który najpierw się poruszał, zatrzymał się.



Fot. 5.2. Zderzenie wózków.

Mówimy, że jeden z wózków *przekazał* pęd drugiemu. Nie zawsze cały pęd jest przekazywany w jednym zderzeniu. Ogólnie, pędy dwóch wózków po zderzeniu zależą od ich masy oraz ich prędkości. Ale o tym nieco dalej.

Przykład 5.2

Samochód osobowy o masie 950 kg i załadowany towarem TIR o łącznej masie 18000 kg jadą z taką samą prędkością np. 72 km/h (czyli 20 m/s). Które z aut ma większy pęd?

Rozwiązanie:

Obliczmy pędy obu samochodów:

$$\text{pęd osobówki } p = 950\text{kg} \cdot 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 19000\text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\text{a pęd Tira } p = 18000\text{kg} \cdot 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 360000\text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Porównując wartości pędów, widzisz, że wartość pędu TIRa jest zdecydowanie większa. Można powiedzieć, że samochód o większej masie, ma też większy pęd (pamiętaj, że jadą z taką samą prędkością).

Przykład 5.3

Dwa identyczne samochody o masie 950 kg jadą z różnymi prędkościami. Pierwszy porusza się z prędkością 72 km/h (czyli 20 m/s), a drugi 90 km/h (czyli 25 m/s). Który z nich ma większy pęd?

Rozwiązanie:

Ponownie obliczmy wartości pędów obu samochodów.

$$\text{Wartość pędu samochodu poruszającego się wolniej: } p = 950\text{kg} \cdot 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 19000\text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\text{Wartość pędu samochodu poruszającego się szybciej: } p = 950\text{kg} \cdot 25 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 23750\text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Po analizie wyników obliczeń, można stwierdzić, że pęd o większej wartości ma samochód, który porusza się z większą prędkością, czyli samochód drugi.

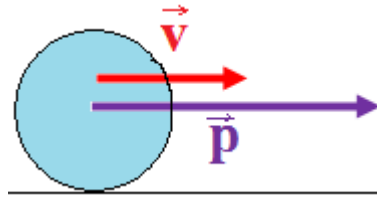
Przykład 5.4

Czy możliwa jest taka sytuacja, w której pęd samochodu osobowego o masie 2 ton będzie taki sam jak pęd ciężarówki o masie 12 ton? Odpowiedź uzasadnij.

Rozwiązanie:

Sytuacja taka jest możliwa. Z pewnością wiesz, że samochód osobowy łatwiej osiąga znacznie większą prędkość niż samochód ciężarowy. Gdy porównamy masy obu samochodów, to zauważamy, że masa ciężarówki jest sześć razy większa niż osobówki. Gdyby zatem samochód osobowy miałby prędkość sześć razy większą niż ciężarówka, to pędy obu aut miałyby taką samą wartość.

Pęd podobnie jak siła czy prędkość jest wielkością wektorową. Wiesz już, że obliczenie wartości pędu wymaga znajomości wartości pędu. Skoro pęd zależy od prędkości, więc tak jak ona musi mieć wszystkie cechy wektora. Do opisu wektora pędu, tak jak wektora prędkości, służą następujące wielkości: *punkt przyłożenia, kierunek, zwrot oraz wartość*.



Rys. 5.1 Układ wektorów pędu i prędkości dla toczącej się piłki po płaskiej powierzchni od lewej do prawej.

Dla toczącej się piłki widać, że oba wektory - prędkości i pędu mają: punkt przyłożenia, kierunek (na rysunku obok jest to kierunek poziomy), zwrot (w prawo) oraz wartości (o której informuje długość strzałki na rysunku). Kierunek i zwrot wektora pędu są takie same jak kierunek i zwrot wektora prędkości.

Definicję pędu zapisaną słowami można zapisać w sposób symboliczny.

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$$

Powyższy wzór został zapisany w postaci wektorowej. Ponieważ w zadaniach obliczać będziemy zawsze wartość pędu i nie będzie dla nas ważny jego kierunek, można uprościć wzór do postaci:

$$p = m \cdot v \quad (5.1)$$

Pęd mierzymy w jednostkach $\text{kg} \cdot \text{m/s}$. Nie nadajemy jednak tej jednostce żadnej specjalnej nazwy.

Zadanie 5.1

W czasie meczu siatkarz może uderzyć piłkę tak, że osiąga ona prędkość 90 km/h (czyli 25 m/s). Wiadomo, że masa piłki jest równa 260 g. Jaką wartość ma pęd piłki?

Rozwiązanie:

Pamiętajmy, że jednostką masy w układzie międzynarodowym jest kilogram. Trzeba więc najpierw zamienić 260 g na 0,26 kg. Następnie mnożymy masę piłki przez jej prędkość:

$$p = 0,26\text{kg} \cdot 25 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 6,5\text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

5.2 Zasada zachowania pędu

Jak już pokazywaliśmy na przykładzie zderzających się wózków, jeden z nich może przekazać cały swój pęd drugiemu: ten który poruszał się staje a ten który stał zaczyna się poruszać. Najczęściej jednak zderzenia są bardziej skomplikowane: gdy mucha uderzy w słonia to się od niego „odbije” a słoń jak się zderzy z muchą, to nawet tego nie zauważy.

Co się więc dzieje z pędem w obu przypadkach? Okazuje się, że nie ginie – przed zderzeniem i po zderzeniu jest taki sam, ale musimy rozważać oba elementy (muchę i słonia) razem.

Przykład 5.5

Wewnątrz karabinu znajduje się pocisk. Co się dzieje po naciśnięciu spustu? Pocisk wylatuje z lufy karabinu, a karabin zostaje odrzucony w tył. Zastanówmy się najpierw jaki był pęd początkowy karabinu, a jaki pocisku?

Rozwiązanie:

Zarówno karabin jak i pocisk spoczywały, więc ich prędkości były równe zero, w związku z tym pęd całkowity również był równy zero. (Przypominamy, że pęd jest wektorem jak prędkość).

Co można powiedzieć o pędzie karabinu i pędzie pocisku po naciśnięciu spustu? Karabin został odrzucony do tyłu, czyli jego pęd ma przeciwny zwrot do pędu pocisku. Już wiesz, że pęd jest wektorem. Aby znaleźć wypadkowy pęd w sytuacji, gdy zwroty są przeciwne, trzeba odjąć od siebie pęd karabinu i pęd pocisku.

Oszacujemy wartości pędu pocisku i karabinu. Pocisk ma znacznie mniejszą masę niż karabin, ale znacznie większą prędkość. Stąd wynika, że wartości pędu pocisku i karabinu są sobie równe. Ponadto na oba te ciała działają takie same siły wewnętrzne. Z trzeciej zasady dynamiki wiesz, że siła działająca na pocisk jest równa co do wartości sile działającej na karabin, ale ma przeciwny zwrot. Siła wypadkowa jest równa zero. Tak samo jak w przypadku siły wypadkowej, wypadkowy pęd jest równy zero.

Przykład 5.6

Prędkość początkowa pocisku po wystrzeleniu z wiatrówki (model B-3 TG, kaliber 4,5 mm) wynosi 260 m/s, a jego masa jest równa około 0,5 grama czyli 0,0005 kg. Masa wiatrówki jest równa 3,2 kg. Ile wynosi prędkość odrzutu wiatrówki?

$$\text{Obliczmy pęd pocisku: } p = 0,0005\text{kg} \cdot 260 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 0,13\text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Na podstawie poprzedniego przykładu można założyć, że wartości pędów pocisku i wiatrówki są równe, więc można obliczyć prędkość odrzutu:

$$v = \frac{0,13\text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}}{3,2\text{kg}} = 0,04 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Podsumujmy powyższe rozważania. Pęd początkowy czyli przed wystrzałem był równy zero. Pęd końcowy po wystrzale także był równy zero. Stąd płynie wniosek, że pęd przed wystrzałem i pęd po wystrzale są sobie równe. W układzie karabin – pocisk nie nastąpiła żadna zmiana pędu całkowitego.

Powyższy przykład jest jednym z wielu, który potwierdza fakt, że w układzie dwóch ciał całkowity pęd nie ulega zmianie, mimo iż pędy obu ciał się zmieniają. Jest to zasada znana w fizyce pod nazwą zasady zachowania pędu.

Zasada zachowania pędu: W układzie dwóch ciał izolowanych całkowity pęd nie ulega zmianie.

5.3 Pojęcie energii

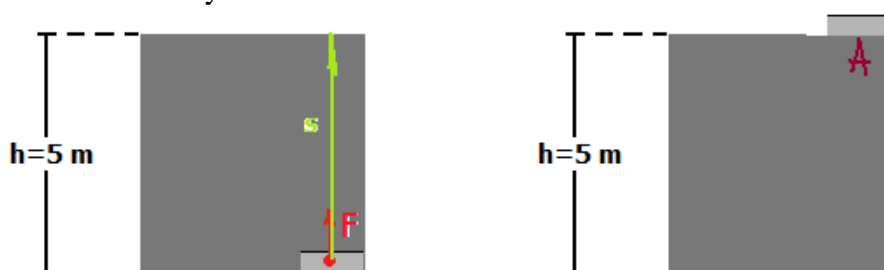
Termin energia pochodzi od greckiego słowa „energeia” używanego już przez Arystotelesa i w różnych tłumaczeniach oznacza działanie, przyczynę ruchu, moc. Słowo energia ma więc wiele znaczeń. Można powiedzieć o koleździe czy koleźance, że ma w sobie dużo „energii”. A jak należy rozumieć słowo energia w języku fizyki? Odpowiedź można znaleźć np. w „Słowniku wyrazów obcych PWN”: „... wielkość fizyczna określająca zdolność ciała lub układu ciał do wykonywania pracy przy przejściu z jednego stanu do drugiego”²⁴. Aby dobrze zrozumieć powyższą definicję, trzeba wiedzieć, co nazywamy pracą w fizyce i w dalszej części dowiesz się o tym.

Na co dzień spotykasz się z wieloma rodzajami energii np.: elektryczną, chemiczną, mechaniczną, termiczną, rzadziej z jądrową czy atomową. Poza tym od wielu lat ludzie zastanawiają się nad tym, skąd pozyskiwać energię. Na pewno słyszałeś pojęcie „odnawialne źródła energii”, a może nawet spotykasz je idąc do szkoły np. baterie słoneczne czy wiatraki. Do życia jest nam niezbędna energia słoneczna. Jak sam widzisz temat dotyczący energii jest bardzo obszerny, dlatego wybrane zostały najważniejsze fakty z nią związane, o których będziesz się uczył, a które zostały opisane poniżej.

5.4 Praca

W języku potocznym praca oznacza wykonywanie pewnych czynności, za które Twoi rodzice otrzymują wynagrodzenie w postaci pieniędzy. W fizyce natomiast pojęcie pracy jest związane z działaniem sił, ale pod pewnymi warunkami.

W rozumieniu fizyki praca jest wykonywana, gdy na ciało działa zewnętrzna siła oraz gdy siła ta spowoduje przesunięcie tego ciała na jakąś odległość. Kolejnym warunkiem wykonania pracy jest to, że działająca siła i przesunięcie nie są do siebie prostopadłe. Poniższe przykłady pomogą Ci w zrozumieniu tych warunków.



Rys.5.2 Ilustracja do przykładu 4.6.

Przykład 5.7

Dźwig budowlany podnosi stalowe elementy konstrukcji bloku z powierzchni ziemi na wysokość 5 m w pewne miejsce A.

W tym przypadku została wykonana praca. Dźwig działał na stalowe elementy siłą pionowo do góry. Elementy zostały przesunięte również w pionie. Kierunek działającej siły i kierunek przesunięcia były równoległe.

Przykład 5.8

Niesiesz ze sklepu torbę z zakupami do domu.

²⁴ „Słownik wyrazów obcych PWN”, red. J. Tokarski, PWN Warszawa 1990, s. 192.



Rys.5.3 Ilustracja przykładu 5.8.

Na torbę z zakupami działasz siłą pionowo w górę (nie chcesz przecież, żeby torba Ci wypadła z ręki), a przesunięcie torby następuje w poziomie. W rozumieniu fizyki nie wykonujesz pracy, ponieważ kierunek działającej siły i kierunek przesunięcia są do siebie prostopadłe.

Aby obliczyć pracę, jaka została wykonana trzeba znać wartość siły, która działała na ciało oraz wartość przesunięcia. Siła i przesunięcie są wielkościami wektorowymi, ale praca jest skalarem (liczbą).

Definicja pracy:

$$\text{praca} = \text{wartość siły} \cdot \text{wartość przesunięcia}$$

W fizyce pracę oznacza się literą „W”, ponieważ po angielsku praca to *work*.

Stosując symbole można zapisać wzór na pracę:

$$W = \vec{F} \cdot \vec{s} \tag{5.2}$$

Dowiedziałeś się, że praca jest skalarem, dlatego powyższy wzór można zapisać w prostszej postaci, ale tylko jeśli działająca siła jest równoległa do przesunięcia ciała

$$W = F \cdot s$$

Jeżeli natomiast działająca siła jest prostopadła do przesunięcia, tak jak ma to miejsce na przykład w przypadku planet krążących dookoła Słońca, praca siły jest *zerowa*. Jest to bardzo ważny wynik, wyjaśniający dlaczego planety krążą dookoła Słońca ze *stałą* prędkością.

Tak jak wszystkie wielkości fizyczne praca ma swoją jednostkę. Jest nią dżul, oznaczany literą J. Nazwa jednostki pochodzi od nazwiska angielskiego uczonego Joule’a. Patrząc na powyższy wzór można sprawdzić, czemu jest równy jeden dżul. Siłę mierzymy w niutonach, a przesunięcie w metrach. Stąd $1J = 1N \cdot 1m$.

Przykład 5.9

Działając na krzesło siłą o wartości 30 N przesunąłeś je na odległość 0,5 m. Jaką pracę wykonałeś?

Rozwiązanie:

Aby obliczyć wykonaną pracę wystarczy pomnożyć wartość siły przez odległość, czyli

$$W = 30N \cdot 0,5m = 15J$$

Przykład 5.10

Stoisz na korytarzu a na plecach trzymasz ciężki tornister (o łącznej masie książek 10 kg). Jaką pracę wykonujesz?

Rozwiązanie:

Oczywiście, wykonana praca jest żadna, czyli zerowa! Jeśli przenosisz tornister w górę lub w dół, to wykonujesz pracę. Jeśli z nim stoisz, to nie wykonujesz żadnej pracy (wielkość przesunięcia s jest zerowa). Praca jest zerowa nawet jeśli biegniesz z pełnym tornistrem po poziomym chodniku, jak w przykładzie 5.7 – siła utrzymująca tornister na plecach jest prostopadła do przesunięcia s i zgodnie z nieco bardziej zaawansowaną formą wzoru (5.2) praca wynosi zero.

5.5 Energia mechaniczna i jej rodzaje

Energia mechaniczna związana jest ze zmianą położenia ciała względem innych ciał. Rozróżniamy dwa rodzaje energii mechanicznej: energię kinetyczną i energię potencjalną. Pierwsza z nich jest związana z ruchem, druga z *potencjalną* możliwością wykonania pracy przez ciało (na przykład woda w wodospadzie może napędzać turbinę elektrowni).

Jeśli ciało porusza się, to posiada **energię kinetyczną**. Innymi słowy energia kinetyczna związana jest ze stanem ruchu ciała. Jeśli ciało spoczywa, wówczas jego energia kinetyczna jest równa zero. Jeśli prędkość ciała wzrasta, to równocześnie rośnie energia kinetyczna.

Przykład 5.11

Energię kinetyczną posiadają takie ciała jak np.: jadący samochód, lecący samolot, jadący rowerzysta, skaczący z samolotu spadochroniarz, spadające krople deszczu itd.

Energia kinetyczna zależy od masy ciała oraz od jego prędkości. Aby obliczyć energię kinetyczną trzeba skorzystać ze wzoru:

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \quad (5.3)$$

Symbolicznie energię oznaczamy literą **E**, mały indeks „*kin*” oznacza kinetyczną. Wiesz z poprzednich rozdziałów, że „*m*” oznacza masę, a „*v*” prędkość. Przyjrzyjmy się powyższemu wzorowi, aby ustalić, jaka jest jednostka energii. Zgodnie z układem SI masę mierzymy w kilogramach – kg, zaś prędkość w m/s. Otrzymujemy więc zależność:

$$1\text{kg} \cdot \left(1 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 = 1\text{kg} \cdot 1 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \cdot 1\text{m} = 1\text{N} \cdot 1\text{m}$$

Z poprzedniego paragrafu wiesz, że $1\text{N} \cdot 1\text{m} = 1\text{J}$. Dochodzimy więc do wniosku, że jednostką energii, tak samo jak pracy, jest dżul.

Przykład 5.12

Piłkę o masie 260 g uderzył siatkarz tak, że uzyskała prędkość 20 m/s. Jaka energia kinetyczną miała piłka?

Rozwiązanie:

Rozwiązanie jest proste. Masę piłki 260 g w jednostkach międzynarodowych to 0,26 kg. Następnie wystarczy wstawić do wzoru na energię kinetyczną:

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} \cdot 0,26\text{kg} \cdot \left(20 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 = 0,13\text{kg} \cdot 400 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} = 52\text{J}$$

Drugi rodzaj energii mechanicznej, to energia potencjalna. Można ją podzielić na energię potencjalną sprężystości i energię potencjalną grawitacji.

Energia potencjalna sprężystości dotyczy ciał, które wykonały pracę lub nad którymi wykonano pracę, a jej efektem jest zmiana kształtu tego ciała.

Przykład 5.13

Ciała posiadające energię potencjalną sprężystości: sprężynka w długopisie (gdy włączasz lub wyłączasz długopis), gumka recepturka (gdy ją rozciągasz).

Energia potencjalna grawitacji związana jest z ciałami, które zmieniają swoje położenie względem powierzchni Ziemi i wykonują ruch pod wpływem siły grawitacji. Najprościej mówiąc ciała spadające lub też podnoszone czy podrzucane do góry posiadają energię potencjalną grawitacji.

Przykład 5.14

Ciałami mającymi energię potencjalną grawitacji są: wyrzucona do góry piłka, skoczek z tyczką w momencie przelotu na poprzeczką, balon nad ziemią itp.

Energia potencjalna grawitacji zależy od wysokości, na jaką wzniesione jest ciało oraz od jego masy. Okazuje się też, że zależy od wielkości przyspieszenia ziemskiego g . Jest to o tyle oczywiste, że ciężar ciała, czyli siła z jaką Ziemia je przyciąga, zależy też od g .

Energię potencjalną grawitacji można obliczyć ze wzoru zapisanego symbolicznie:

$$E_{\text{pot}} = m \cdot g \cdot h \quad (5.4)$$

Literą **E** oznaczamy energię, a indeks **pot** oznacza potencjalną; **m** to masa, **g** to przyspieszenie ziemskie, **h** to wysokość. Jednostką energii potencjalnej jest tak samo, jak jednostką energii kinetycznej, dżul oznaczany **J**.

Przykład 5.15

Zawodniczka o masie 60 kg wykonywała skok wzwyż i przeskoczyła nad poprzeczką na wysokości 1,5 m. Pamiętaj, że wartość przyspieszenia ziemskiego wynosi około 10 m/s², oblicz energię potencjalną, jaka miała zawodniczka nad poprzeczką.

Rozwiązanie:

Aby obliczyć energię potencjalną zawodniczki trzeba wstawić dane do wzoru na energię potencjalną, czyli:

$$E_{\text{pot}} = 60\text{kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1,5\text{m} = 900\text{J}$$

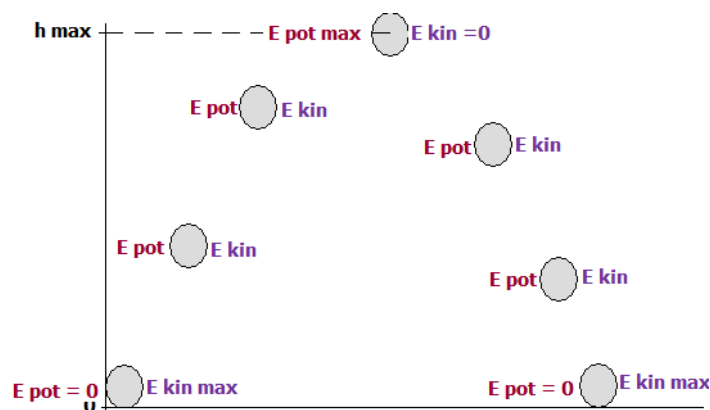
5.6 Zasada zachowania energii mechanicznej

Z poprzednich tematów wiesz, że istnieją dwa rodzaje energii mechanicznej, umiesz je też nazywać i rozróżniać. Potrafisz też obliczyć wartość energii kinetycznej i potencjalnej.

Energia mechaniczna układu dwóch ciał jest sumą energii kinetycznej i potencjalnej obu ciał.

Przykład 5.16

Rozważmy sytuację, w której piłka została wyrzucona w górę. Pomijamy opory powietrza.



Rys.5.4 Ruch piłki.

Rozwiązanie:

W chwili wyrzucenia piłce nadana została pewna prędkość, tym samym uzyskała ona energię kinetyczną. Na początku tzn. w chwili wyrzutu prędkość jest największa, równocześnie energia kinetyczna ma maksymalną wartość. Ponieważ piłka znajduje się na „poziomie zerowym”, to jej energia potencjalna jest równa zero. Piłka podczas wznoszenia traci swoją prędkość, więc maleje jej energia kinetyczna. Natomiast rośnie energia potencjalna, gdyż piłka znajduje się na coraz większej wysokości względem „poziomu zerowego”. Gdy piłka osiąga maksymalną wysokość wówczas, energia potencjalna ma największą wartość, a energia kinetyczna jest wtedy równa zero.

Piłką zaczynając spadać w dół zwiększa swoją prędkość, więc energia kinetyczna rośnie. Spadając piłka zbliża się do „poziomu zerowego”, jej wysokość nad powierzchnią maleje, więc energia potencjalna maleje. Piłka uderza o ziemię z taką samą prędkością, a więc taką samą energią kinetyczną, jaką miała na początku.

Podczas ruchu energia kinetyczna i potencjalna ulegały zmianie. Zwróć uwagę, że energia potencjalna piłki na początku ruchu i na końcu była równa zero oraz że wartość energii kinetycznej pozostała taka sama. Po analizie dochodzimy do wniosku, że suma energii kinetycznej i potencjalnej na początku czyli *początkowa energia mechaniczna* oraz suma energii kinetycznej i potencjalnej na końcu czyli *energia mechaniczna końcowa* są sobie równe. Stąd można wyciągnąć wniosek, że całkowita energia mechaniczna nie uległa zmianie, mimo że jej składowe czyli energia kinetyczna i potencjalna ulegały zmianie.

Powyższy przykład jest jednym z wielu obrazujących kolejną ważną zasadę zachowania w fizyce, a mianowicie zasadę zachowania energii mechanicznej.

Zasada zachowania energii mechanicznej: W układzie ciał izolowanych energia mechaniczna nie ulega zmianie.

Uwagi dla nauczyciela

Przedstawiamy Państwu „Toruński podręcznik do fizyki”.

Dyskusja o podstawie programowej, jej arbitralna forma „uczeń wie, uczeń rozumie” bez wskazania środków i metod osiągnięcia celów, a wreszcie, „swoboda programowa”, unikalna na skalę światową, skłoniła nas do przypomnienia paru zasad i ścieżek dydaktycznych. Tak powstał podręcznik.

Czy oddaje on „podstawę programową”? Nie wiemy, oddaje natomiast *fizykę*, jako że tę trudniej zmienić niż „podstawę”.

Podręcznik ma na celu intuicyjne wprowadzenie zasad fizyki, przy minimalnej ilości „obudowy” ilustracyjnej.

Podróż po fizyce zaczynamy od pojęć materii, stanów skupienia, sił oddziaływania. Unikamy przy tym kategoryzacji, w rodzaju „wiązania kowalencyjne, wodorowe itd.” jako pewnego uproszczenia, nie oddającego całego bogactwa zjawisk fizycznych i chemicznych. Ta część podręcznika, wnikająca w zagadnienia fizyki współczesnej jest opcjonalna dla gimnazjum. Uważamy jednak, że dorosły obywatel powinien raczej wiedzieć, jakie urządzenia współczesnej medycyny zawdzięczamy fizyce niż pamiętać, że przyspieszenie jest pochodną z prędkości po czasie.

Sporą część podręcznika poświęcamy wprowadzeniu pojęcia i zasad „obsługi” układu współrzędnych, stąd też dyskusja trajektorii, jako naturalnego wykresu w układzie XY.

Szczegółowo wyjaśniamy pojęcie prędkości chwilowej (wzór 3.5), pamiętając, że jej poprawna definicja to pochodna drogi po czasie, a przebyta droga jest całką oznaczoną z prędkości w danym przedziale czasu, ale z uwzględnieniem stałych całkowania (dyskusja w załączniku 3.9).

Podręcznik zawiera więc kilka fragmentów nauczanych w poprzednich latach na etapie liceum. Wydaje się jednak konieczne umieszczenie ich w podręczniku dla gimnazjum, jako że jest to pierwsza, a zarazem ostatnia szansa na zrozumienie zasad ruchu po okręgu lub zasad zachowania dla większości przyszłych, dorosłych obywateli.

Po-ręcznik oprócz tego, że ogólnodostępny, ma formę otwartą, zapraszamy wszystkich do dyskusji na forum internetowym.

<http://forum.dydaktyka.fizyka.umk.pl>