

Toruński poręcznik do fizyki
I. Mechanika

Materiały dydaktyczne

Krzysztof Rochowicz

Zadania przykładowe

© Dr Krzysztof Rochowicz

Zakład Dydaktyki Fizyki UMK

Toruń, czerwiec 2012



1. Samochód jadący z prędkością 60 km/godz. przebywa pewną drogę w czasie 2 godzin. Z jaką średnią prędkością musiałby się poruszać, aby tę samą trasę pokonać w ciągu 1,5 godziny?
2. Zawieszona na linie ciało o masie 20 kg podnosimy ze stałą prędkością 5 m/s. Jaką wartość ma siła napinająca linę?
3. Na jakiej wysokości energia kinetyczna ciała spadającego z wysokości 10 m jest równa jego energii potencjalnej?
4. Ciało o masie 5 kg porusza się po poziomym torze z prędkością 2 m/s. Jaką prędkość (przeciwnie zwróconą) należałoby nadać drugiemu ciału o masie 1 kg, aby w wyniku niesprężystego zderzenia zatrzymać to ciało? (Skorzystaj z zasady zachowania pędu.)
5. Samochód jadący z prędkością 72 km/godz. w czasie 10 sekund wyprzedza pociąg jadący w tym samym kierunku z prędkością o połowę mniejszą. Ile wynosi długość pociągu?
6. Średnia prędkość ciała poruszającego się ruchem jednostajnie przyspieszonym (bez prędkości początkowej) przez 5 sekund wyniosła 5 m/s. Ile wynosiło przyspieszenie w tym ruchu?
7. Stała siła o wartości 10 N równoległa do poziomego podłoża przesuwając *bez tarcia* ciało o masie 1 kg. Ile wyniesie wykonana w czasie 10 s praca?
8. (Trudne) Na wózku umieszczony jest klocek. Współczynnik tarcia między klockiem a wózkiem $f = 0,1$. Jakie maksymalne przyspieszenie możemy nadać wózkowi, aby klocek pozostał względem wózka nieruchomy?
9. Jaką drogę przebędzie do chwili zatrzymania (bez użycia hamulców, współczynnik tarcia kół o podłoże wynosi 0,25) samochód jadący z prędkością 90 km/godz.?
10. Jaką pracę należy wykonać, aby ciało o masie 5 kg podnieść na wysokość 2 m z przyspieszeniem 2 m/s^2 ?
11. Współczynnik tarcia między kołami samochodu a nawierzchnią wynosi 0,4. Z jaką maksymalną prędkością samochód ten może wjechać w zakręt o promieniu 25 m, aby utrzymać się na szosie?
12. Dwa pociągi wyruszają jednocześnie z dwóch miast naprzeciwko siebie na trasę długości 150 km. Pierwszy z nich jedzie ze średnią prędkością dwukrotnie większą niż drugi. Jaką drogę przebędzie do momentu spotkania pierwszy pociąg?
13. Samochód jadący z prędkością 10 m/s po wyłączeniu silnika zatrzymał się przejechawszy drogę 100 m. Ile wynosiło opóźnienie w tym ruchu?
14. Pod działaniem siły o wartości 10 N ciało uzyskało prędkość 20 m/s w czasie 2 s. Ile wynosiła masa ciała?

15. Łódź porusza się z prądem rzeki z prędkością 20 km/godz. względem brzegu, zaś płynąc pod prąd - z prędkością 8 km/godz. Ile wynoszą prędkość łodzi na stojącej wodzie i prędkość prądu w rzece?
16. Z jakiej wysokości musiałoby spaść ciało, aby osiągnąć prędkość 36 km/godz.? Przyjmij $g = 10 \text{ m/s}^2$.
17. Ciało o masie 1 kg przebyło drogę 50 m w czasie 5 s od chwili rozpoczęcia ruchu. Jaka była wartość siły działającej na ciało?
18. Ile wynosi siła ciągu silnika samochodu poruszającego się ze stałą prędkością 90 km/godz. o mocy 25 kW?
19. Kulka rzucona pionowo w dół z wysokości 20 m po doskonale sprężystym odbiciu wzniosła się na wysokość 40 m. Ile wynosiła prędkość, z jaką rzucono kulkę?
20. Jaką prędkość końcową osiągnie ciało puszczone swobodnie z wysokości 20 m ?

Rozwiązania zadań

1. Znając prędkość samochodu $v = 60$ km/godz. oraz czas ruchu $t = 2$ godz. możemy obliczyć przebytą drogę:

$$s = v \cdot t = 120 \text{ km}$$

Aby tę samą drogę pokonać w czasie $t = 1,5$ godz. samochód musiałby poruszać się ze średnią prędkością

$$v = s/t = 80 \text{ km/godz.}$$

2. Jeżeli zawieszono na linie ciało podnosimy ze stałą prędkością, to nie nadajemy mu tym samym żadnego dodatkowego przyspieszenia - lina napinana jest tylko pod wpływem ciężaru ciała. Zatem

$$F = m \cdot g = 200 \text{ N.}$$

3. Możemy na to pytanie odpowiedzieć w oparciu o zasadę zachowania energii. W myśl tej zasady, całkowita energia mechaniczna ciała (np. spadającego swobodnie z wysokości h) pozostaje niezmienną. Początkowo na energię mechaniczną składa się tylko energia potencjalna (gdyż $v_0 = 0$), wobec tego

$$E_{\text{całk}} = mgh$$

W miarę spadania energia potencjalna E_p maleje, a rośnie energia kinetyczna E_k , tak że

$$E_{\text{całk}} = E_p + E_k = mgh$$

Jeżeli interesuje nas sytuacja, w której $E_k = E_p$ to oznacza, że będziemy mieli

$$E_{\text{całk}} = 2E_p = mgh$$

czyli nastąpi to wówczas, gdy energia potencjalna spadającego ciała zmaleje do wartości $mgh/2$. Ponieważ nie zmienia się ani m , ani g , będzie to możliwe, gdy wysokość ciała zmaleje do połowy początkowej wartości, tj. 5 m.

4. Aby w wyniku niesprężystego zderzenia dwa ciała się zatrzymały (pęd końcowy całego układu wyniesie zero - a w zderzeniach spełniona jest zasada zachowania pędu), ich początkowe pędy powinny być równe co do wartości i przeciwnie zwrócone. Ponieważ pęd ($p = m \cdot v$) jednego z nich wynosi 10 kg·m/s, ciału o masie 1 kg musielibyśmy nadać prędkość 10 m/s.

5. Samochód wyprzedzając pociąg mija go z prędkością (względna) $v = 36$ km/godz., tj. 10 m/s. Jadąc z taką prędkością w czasie $t = 10$ s przemieści się względem pociągu o $s = v \cdot t = 100$ m. Tyle właśnie wynosi długość pociągu.

6. Ciało poruszając się ze średnią prędkością $v = 5$ m/s w czasie $t = 5$ s pokonało drogę $s = v \cdot t = 25$ m. Korzystając ze wzoru na drogę w ruchu jednostajnie przyspieszonym (bez prędkości początkowej)

$$s = at^2/2$$

obliczamy przyspieszenie a , otrzymując 2 m/s^2 .

7. Pracę W obliczymy jako iloczyn siły $F = 10 \text{ N}$ i przesunięcia s , jakiego siła dokona w czasie $t = 10 \text{ s}$. Działając na ciało o masie $m = 1 \text{ kg}$ siła F nadaje mu przyspieszenie $a = F/m = 10 \text{ m/s}^2$. Pokonaną ruchem jednostajnie przyspieszonym drogę obliczymy ze wzoru

$$s = at^2/2 = 500 \text{ m}$$

Stąd praca $W = F \cdot s = 5000 \text{ J}$.

8. Aby klocek na wózku pozostał nieruchomy, siła nadająca wózkowi przyspieszenie ma nie powinna przewyższyć siły tarcia mgf . Warunek równowagi tych sił zapiszemy jako:

$$ma = mgf$$

skąd maksymalna wartość $a = gf = 1 \text{ m/s}^2$.

9. Samochód o masie m poruszać się będzie ruchem jednostajnie opóźnionym (z opóźnieniem a) pod wpływem siły tarcia T , równej iloczynowi współczynnika tarcia f i siły nacisku (równej ciężarowi mg):

$$ma = T = fmg$$

Stąd $a = fg$. Biorąc teraz wzór na drogę w ruchu jednostajnie opóźnionym (i podstawiając za czas $t = v/g$ na podstawie definicji przyspieszenia) będziemy mieli

$$s = v^2/2a = v^2/2fg = 125 \text{ m},$$

gdź prędkość $v = 90 \text{ km/godz.} = 25 \text{ m/s}$.

10. Jeżeli zawieszono na linie ciało chcemy podnosić z przyspieszeniem a , musimy przyłożyć do góry siłę F , która nie tylko zrównoważy ciężar ciała mg , ale będzie nadawać mu to dodatkowe przyspieszenie:

$$F = mg + ma = 60 \text{ N}.$$

Na drodze $h = 2 \text{ m}$ wykonamy więc pracę

$$W = F \cdot h = 120 \text{ J}.$$

11. Aby siła tarcia $T = fmg$ (f - współczynnik tarcia) była w stanie uchronić samochód przed poślizgiem, jej wartość powinna przekraczać wielkość siły bezwładności odśrodkowej $F = mv^2/r$, skąd

$$v < \sqrt{fgr} = 10 \text{ m/s}$$

12. Drogi przebyte przez pociągi ($s_1 = v_1 \cdot t$ oraz $s_2 = v_2 \cdot t$) pozostają w stosunku

$$s_1 / s_2 = v_1 / v_2 = 2$$

W momencie spotkania $s_1 + s_2 = 150$ km, skąd $s_1 = 100$ km.

13. Samochód poruszać się będzie ruchem jednostajnie opóźnionym ($v_0 = 10$ m/s) na drodze $s = 100$ m. Ponieważ

$$s = v_0 \cdot t - at^2/2$$

zaś po czasie t prędkość ciała $v_k = 0$, korzystając z definicji przyspieszenia wzór na drogę przekształcamy (podstawiając $t = v_0 / a$) do postaci

$$s = v_0^2 / 2a$$

skąd $a = 0,5$ m/s².

14. Ciało doznało przyspieszenia $a = \Delta v / \Delta t = 20 / 2 = 10$ m/s² pod działaniem siły $F = 10$ N. Z drugiej zasady dynamiki Newtona obliczamy masę ciała $m = F / a = 1$ kg.

15. Oznaczmy v_1 - prędkość łodzi na stojącej wodzie, v_2 - prędkość prądu w rzece. Znając prędkość łodzi z prądem $v_1 + v_2 = 20$ km/godz. oraz prędkość łodzi płynącej pod prąd $v_1 - v_2 = 8$ km/godz. możemy - rozwiązując układ tych dwóch równań - obliczyć $v_1 = 14$ km/godz., $v_2 = 6$ km/godz.

16. Chcemy, by spadające swobodnie ciało uzyskało prędkość $v = 10$ m/s. Korzystając ze wzoru na drogę h w ruchu jednostajnie przyspieszonym ($v_0 = 0$) oraz z definicji przyspieszenia obliczamy

$$h = v^2 / 2g = 5$$
 m

17. Ciało poruszało się w czasie $t = 5$ s ruchem jednostajnie przyspieszonym, przebywając drogę $s = 50$ m. Ze wzoru

$$s = at^2/2$$

obliczymy przyspieszenie $a = 4$ m/s². Zatem na ciało o masie $m = 1$ kg działała siła $F = ma = 4$ N.

18. Siła ciągu F na drodze l wiąże się z wykonaniem pracy W ($W = P \cdot t$, gdzie P - moc, t - czas)

$$F = W / l = P \cdot t / l$$

Ponieważ w ruchu jednostajnym l / t to prędkość v ($v = 25$ m/s), mamy ostatecznie

$$F = P / v = 1000$$
 N.

19. Zasób początkowej energii potencjalnej ($E_p = mgh$, $h = 20$ m) i kinetycznej kulki ($E_k = mv^2/2$)

zostanie wykorzystany (w myśl zasady zachowania energii) na nadanie jej maksymalnej energii kinetycznej (w momencie zderzenia), a następnie ponownie energii potencjalnej ($E_p' = mgh'$, $h' = 40$ m):

$$mgh + mv^2/2 = mgh'$$

skąd otrzymujemy nadaną prędkość początkową $v = 20$ m/s.

20. Ciało spadające swobodnie porusza się ruchem jednostajnie przyspieszonym ($v_0 = 0$) z przyspieszeniem g , przebywając przy tym drogę s (równą wysokości h):

$$h = gt^2/2$$

Obliczymy stąd czas, a uzyskana prędkość końcowa

$$v_k = g \cdot t = \sqrt{2gh} = 20 \text{ m/s.}$$