

## 2.2. Średnia prędkość samochodu II

Kierowca stara się pokonać swoim samochodem wzgórze. Wjazd na wzgórze to dla kierowcy odcinek drogi długości  $s = 4,5$  km. Ale samochód jest niestety stary, dlatego wjechać na wzgórze może tylko z prędkością  $v_1 = 45 \text{ km/h}$ .

Jak szybko musi zjechać ze wzgórza, aby utrzymała się jego prędkość średnia:

$$\text{a) } v_{\text{sr}} = 60 \frac{\text{km}}{\text{h}}, \quad \text{b) } v_{\text{sr}} = 90 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

*Podpowiedź 1: Wypisanie danych, stosunek średniej prędkości.*

*Wyrazimy średnią prędkość przez całkowitą odległość oraz całkowity czas podróży.*

ROZWIĄZANIE

$v_p$  – średnia prędkość samochodu,

$s$  – droga mierzona w jedną stronę,

$t_1$  – czas, w którym samochód wjeżdża na wzgórze,

$t_2$  – czas, w którym samochód zjeżdża ze wzgórza.

Średnia prędkość samochodu to całkowita droga podzielona przez całkowity czas. Zatem:

$$v_{\text{sr}} = \frac{2s}{t_1 + t_2}.$$

*Podpowiedź 2: Czas podróży.*

*Wyrazimy czas podróży za pomocą drogi i prędkości.*

ROZWIĄZANIE

Czas zajmujący wjechanie pod górę  $t_1$  wyrażamy jako:

$$t_1 = \frac{s}{v_1}.$$

Czas jazdy w dół  $t_2$  to:

$$t_2 = \frac{s}{v_2}.$$

*Podpowiedź 3: Średnia prędkość samochodu.*

Średnia prędkość samochodu wynosi:

$$v_{\text{sr}} = \frac{2s}{t_1 + t_2} = \frac{2s}{\frac{s}{v_1} + \frac{s}{v_2}} = \frac{2s}{s\left(\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2}\right)} = \frac{2}{\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2}}.$$

*Wyznamy teraz prędkość  $v_2$ .*

ROZWIĄZANIE Korzystamy ze wzoru:

$$v_{\text{sr}} = \frac{2}{\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2}}.$$

Mnożymy obie strony równania przez  $\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2}$ :

$$v_{\text{śr}} \left( \frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} \right) = \frac{2 \left( \frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} \right)}{\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2}} = 2.$$

Mnożymy obie strony równania przez  $\frac{1}{v_{\text{śr}}}$ :

$$v_{\text{śr}} \left( \frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} \right) \left( \frac{1}{v_{\text{śr}}} \right) = 2 \left( \frac{1}{v_{\text{śr}}} \right).$$

Po uproszczeniu otrzymamy:

$$\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} = \frac{2}{v_{\text{śr}}}.$$

Odejmujemy stronami wartość  $\frac{1}{v_1}$ :

$$\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} - \frac{1}{v_1} = \frac{2}{v_{\text{śr}}} - \frac{1}{v_1}.$$

Zatem:

$$\frac{1}{v_2} = \frac{2v_1 - v_{\text{śr}}}{v_1 v_{\text{śr}}}.$$

*Podpowiedź 4: Wartości liczbowe.*

*Wstawiamy wartości liczbowe do otrzymanego wzoru.*

**ROZWIĄZANIE**

$$\text{a) } v_2 = \frac{v_{\text{śr}} v_1}{2v_1 - v_{\text{śr}}} = \frac{60 \cdot 45}{2 \cdot 45 - 60} = 90 \frac{\text{km}}{\text{h}},$$

$$\text{b) } v_2 = \frac{v_{\text{śr}} v_1}{2v_1 - v_{\text{śr}}} = \frac{90 \cdot 45}{2 \cdot 45 - 90}.$$

Wstawiając wartości liczbowe do wzoru, okazuje się, że mianownik jest równy zero. Oznacza to, że kierowca pojazdu nie może osiągnąć średniej prędkości 90 km/h. Jak szybko nie jechałby z górki i tak nie odrobi czasu utraconego na wjazd pod górkę.

Liczmy czas jazdy pod górkę:

$$t_1 = \frac{s}{v_1} = \frac{4500 \cdot 3600}{45 \cdot 1000} = 360 \text{ s.}$$

Teraz liczymy łączny czas jazdy pod górkę oraz z górki:

$$t_1 + t_2 = \frac{2s}{v_{\text{śr}}} = \frac{2 \cdot 4500 \cdot 3600}{90 \cdot 1000} = 360 \text{ s.}$$

Ponieważ oba czasy są takie same, więc kierowca nie ma w ogóle czasu, aby zjechać w dół w drugim przypadku.

Odpowiedź

a)  $v_2 = \frac{v_{\text{śr}} v_1}{2v_1 - v_{\text{śr}}} = 90 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ , b) Kierowca nie może utrzymać takiej prędkości średniej. Zjazd musiałby być natychmiastowy.