

## 2.12. Dziewczynka ciągnie sanki

Dziewczynka ciągnie sanki o masie 20 kg po płaskim zaśnieżonym chodniku. Prędkość sanek jest stała. Współczynnik tarcia dynamicznego między płozami a chodnikiem wynosi 0,1; kąt pomiędzy sznurkiem a chodnikiem wynosi  $30^\circ$ . Wyznacz:

- 1) przyspieszenie sanek,
- 2) wartość siły, którą dziewczynka działa na sanki,
- 3) wartość siły nacisku, którą sanki działają na chodnik,
- 4) wartość siły tarcia działającej na sanki.



*Zapis danych*

$m = 20 \text{ kg}$  – masa sanek,

$f_d = 0,1$  – współczynnik tarcia dynamicznego między płozami a chodnikiem,

$\varphi = 30^\circ$  – kąt pomiędzy sznurkiem a chodnikiem,

$a = ? \text{ (m s}^{-2}\text{)}$  – przyspieszenie sanek,

$T = ? \text{ (N)}$  – wartość siły, którą dziewczynka działa na sanki,

$N = ? \text{ (N)}$  – wartość siły nacisku sanek na chodnik,

$F_T = ? \text{ (N)}$  – wartość siły tarcia działającej na sanki.

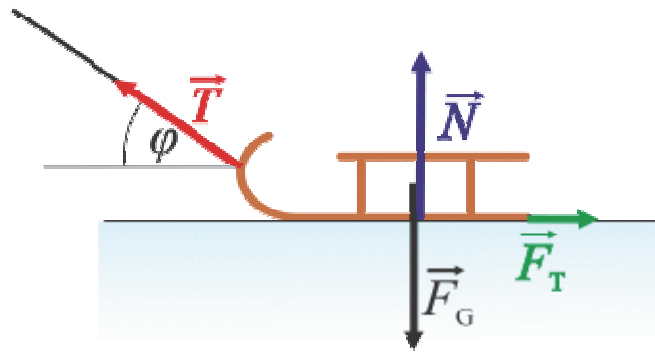
*Podpowieź 1*

*Zastanów się, co oznacza warunek stałej prędkości – jakie to ma konsekwencje, jeśli chodzi o przyspieszenie ( $a$  więc i siłę wypadkową). Naskicuj ilustrację, zaznaczając na niej wszystkie siły działające na sanki. Wykorzystaj 2. zasadę dynamiki Newtona ( $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$ ) i napisz równanie ruchu dla sanek.*

**ROZWIĄZANIE**

**Przyspieszenie sanek:**

Ponieważ prędkość sanek jest stała, ich przyspieszenie wynosi zero ( $\vec{a} = 0$ ).



<http://physicstasks.eu>

### Siły działające na sanki:

$\vec{F}_G$  – siła ciężkości,

$\vec{N}$  – siła reakcji, którą chodnik działa na sanki,

$\vec{T}$  – poszukiwana siła ciągu, z jaką dziewczynka ciągnie sanki,

$\vec{F}_T$  – siła tarcia pomiędzy sankami a chodnikiem.

### Równanie ruchu dla sanek:

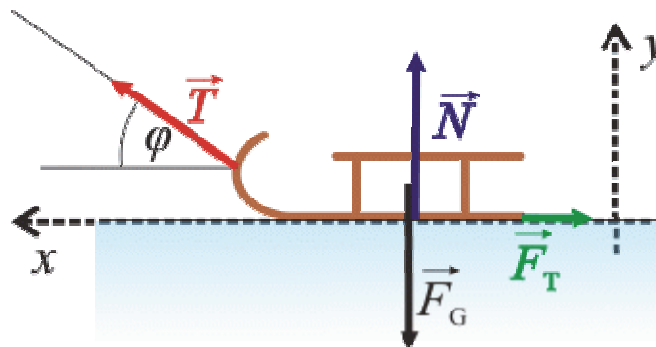
$$\vec{F}_G + \vec{N} + \vec{T} + \vec{F}_T = m\vec{a} = 0. \quad (1)$$

### Podpowiedź 2

Równanie ruchu powinniśmy zapisać skalarnie. Wprowadźmy układ współrzędnych, znajdziemy składowe sił w kierunkach osi układu i zapiszmy dla tych składowych równania ruchu.

### ROZWIĄZANIE

Oś  $x$  przyjmujemy zgodnie z kierunkiem ruchu, a oś  $y$  prostopadle do podłoża.



<http://fyzikalniulohy.cz>

Dla składowych wzdłuż osi  $x$ :

$$T \cos \varphi - F_T = 0. \quad (2)$$

Dla składowych wzdłuż osi  $y$ :

$$N + T \sin \varphi - F_G = 0. \quad (3)$$

**Uwaga:** Wybór osi i ich zwrotów jest w dużej mierze dowolny.

### Podpowiedź 3

Zastanów się, od czego zależy wartość siły ciągu i jak możemy ją wyznaczyć. Jeżeli ruch jest jednostajny, siła ta musi równoważyć siłę tarcia (pamiętaj tylko, że siła ciągu działa pod pewnym kątem do poziomu!).

## ROZWIĄZANIE

Siłę tarcia wyznaczymy na podstawie siły nacisku sanek na chodnik, która zgodnie z 3. zasadą dynamiki Newtona jest równa sile reakcji chodnika na sanki.

Siłę tarcia  $F_T$  możemy więc zapisać jako:

$$F_T = N f_d. \quad (4)$$

Siłę  $N$  reakcji chodnika na sanki, otrzymamy z równania (3):

$$N = mg - T \sin \varphi. \quad (5)$$

Z równań (4) i (5) uzyskamy:

$$F_T = f_d(mg - T \sin \varphi). \quad (6)$$

Wielkość (6) podstawiamy do równania (2):

$$\begin{aligned} T \cos \varphi - f_d(mg - T \sin \varphi) &= 0, \\ T \cos \varphi - f_d mg + f_d T \sin \varphi &= 0, \\ T(\cos \varphi + f_d \sin \varphi) - f_d mg &= 0. \end{aligned} \quad (7)$$

Z równania (7) pozostaje już tylko wyrazić siłę ciągu:

$$T = \frac{mg f_d}{\cos \varphi + f_d \sin \varphi}. \quad (8)$$

*Podpowiedź 4*

*Siła, którą sanki naciskają na chodnik, jest zgodnie z 3. zasadą dynamiki Newtona równa sile, którą chodnik działa na sanki. Wartość siły  $N$ , którą chodnik działa na sanki, została już określona w równaniu (5):*

$$N = mg - T \sin \varphi.$$

*Trzeba jeszcze podstawić wyrażenie na siłę ciągu.*

## ROZWIĄZANIE

Siła  $N$ , którą chodnik działa na sanki, jest określona równaniem (5):

$$N = mg - T \sin \varphi.$$

Podstawimy za  $T$  wyrażenie (8), otrzymując:

$$\begin{aligned} N &= mg - \frac{mg f_d}{\cos \varphi + f_d \sin \varphi} \sin \varphi = mg \left( 1 - \frac{f_d \sin \varphi}{\cos \varphi + f_d \sin \varphi} \right) = mg \left( \frac{\cos \varphi}{\cos \varphi + f_d \sin \varphi} \right) = \\ &= mg \left( \frac{1}{1 + f_d \tan \varphi} \right). \end{aligned} \quad (9)$$

*Podpowiedź 5: Wartość siły tarcia  $F_T$  została już określona wzorem (4):*

$$F_T = N f_d.$$

*Wystarczy podstawić wyrażenie na siłę nacisku.*

## ROZWIĄZANIE

Siłę tarcia  $F_T$  określamy wzorem (4):  $F_T = N f_d$ .

Podstawmy do równania (4) za  $N$  wyrażenie z równania (9), otrzymamy:

$$F_T = mg \left( \frac{1}{1 + f_d \tan \varphi} \right) f_d. \quad (10)$$

*Uwaga:* Siła tarcia  $F_T$  nie jest określona jako  $mg f_d$ , gdyż ciągnięcie za sznurek (pod kątem  $30^\circ$ ) zmniejsza siłę nacisku na chodnik,  $N$  jest więc mniejsze niż  $mg$ .

ROZWIĄZANIE LICZBOWE CZĘŚCI 1 – przyspieszenie sanek.

Ponieważ prędkość sanek jest stała, zgodnie z pierwszą zasadą dynamiki przyspieszenie sanek jest równe zero ( $a = 0$ ).

Odpowiedź: Przyspieszenie sanek  $a$  wynosi zero.

ROZWIĄZANIE LICZBOWE CZĘŚCI 2 – wartość siły, z którą dziewczynka ciągnie sanki.

Do równania (8) podstawiamy dane:

$$T = \frac{20 \cdot 9,81 \cdot 0,1}{\cos 30^\circ + 0,1 \cdot \sin 30^\circ} = \frac{19,62}{\frac{\sqrt{3}}{2} + 0,1 \cdot 0,5} \text{ N},$$
$$T = 21,4 \text{ N}.$$

Odpowiedź

Wartość siły  $T$ , z jaką dziewczynka ciągnie sanki, wynosi 21,4 N.

ROZWIĄZANIE LICZBOWE CZĘŚCI 3 – wartość siły reakcji.

Podstawmy dane do równania (9):

$$N = 20 \cdot 9,81 \left( \frac{1}{1 + 0,1 \tan 30^\circ} \right) = 196,2 \left( \frac{1}{1 + 0,1 \frac{\sqrt{3}}{3}} \right) = 185,5 \text{ N}.$$

Odpowiedź

Wartość siły reakcji  $N$ , którą chodnik działa na sanki, wynosi 185,5 N.

ROZWIĄZANIE LICZBOWE CZĘŚCI 4 – wartość siły tarcia.

Do równania (10) podstawmy dane:

$$F_T = 20 \cdot 9,81 \left( \frac{1}{1 + 0,1 \tan 30^\circ} \right) 0,1 = 19,62 \left( \frac{1}{1 + 0,1 \frac{\sqrt{3}}{3}} \right) = 18,6 \text{ N}.$$

Odpowiedź

Wartość siły tarcia  $F_T$  działającej na sanki wynosi 18,6 N.

PEŁNA ODPOWIEDŹ

- 1) Przyspieszenie sanek  $a$  wynosi zero.
- 2) Wartość siły, z którą dziewczynka ciągnie sznurek, wynosi

$$T = \frac{mgf_d}{\cos \varphi + f_d \sin \varphi} = 21,4 \text{ N}.$$

- 3) Wartość siły nacisku sanek na chodnik wynosi

$$N = mg \left( \frac{1}{1 + f_d \tan \varphi} \right) = 185,5 \text{ N}.$$

- 4) Wartość siły tarcia działającej na sanki wynosi

$$F_T = mg \left( \frac{1}{1 + f_d \tan \varphi} \right) f_d = 18,6 \text{ N}.$$