

1.2. Średnia prędkość samochodu I

Prędkość samochodu na stromej równi pod górę jest równa $v_1 = 30$ km/h, a przy zjeździe z niej prędkość ta jest równa $v_2 = 90$ km/h. Jaka jest średnia prędkość tego samochodu?

Podpowiedź 1: Czas potrzebny do wjazdu i zjazdu z równi. Samochód pokonał taką samą drogę w pierwszym i drugim przypadku, gdy wjeżdżał i zjeżdżał z równi. Zatem $s_1 = s_2 = s$.

ROZWIĄZANIE

Czas t_1 potrzebny do jazdy pod górę będzie liczony ze wzoru:

$$t_1 = \frac{s}{v_1}.$$

Czas t_2 potrzebny do zjazdu z równi liczony będzie ze wzoru:

$$t_2 = \frac{s}{v_2}.$$

Podpowiedź 2: Średnia prędkość samochodu. Należy pamiętać, że średnia prędkość samochodu to nie średnia arytmetyczna prędkości v_1 oraz v_2 .

ROZWIĄZANIE

Średnia prędkość to całkowita droga przebyta przez samochód podzielona przez całkowity czas trwania ruchu.

$$v_{\text{sr}} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{2s}{t_1 + t_2} = \frac{2s}{\frac{s}{v_1} + \frac{s}{v_2}} = \frac{2}{\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2}} = \frac{2v_1v_2}{v_1 + v_2}.$$

Podstawiając dane liczbowe, mamy:

$$v_p = \frac{(2 \cdot 30 \cdot 90)\text{km}}{(30 + 90)\text{h}} = 45 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

Średnia prędkość samochodu jest równa tylko 45 km/h. Jest więc bliższa mniejszej z dwóch prędkości, z jaką porusza się samochód.

W naszym przypadku (kiedy droga w górę i w dół jest taka sama) można pokazać, że:

$$\frac{v_{\text{sr}} - v_1}{v_2 - v_{\text{sr}}} = \frac{v_1}{v_2}.$$

Podstawiając wartości liczbowe:

$$\frac{45 \text{ km/h} - 30 \text{ km/h}}{90 \text{ km/h} - 45 \text{ km/h}} = \frac{15 \text{ km/h}}{45 \text{ km/h}} = \frac{1}{3}.$$

Uwaga: Zadanie sugeruje natychmiastową odpowiedź, że średnia prędkość wynosi 60 km/h (średnia arytmetyczna z obu wartości). Oczywiście jest to mylna odpowiedź. Prowadzenie samochodu z prędkością 30 km/h pod górę wymaga trzy razy więcej czasu niż sprowadzenie go na dół z prędkością 90 km/h!

Zauważmy też, że zachodzi związek $\frac{1}{v_{\text{sr}}} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} \right)$.

Odpowiedź

Średnia prędkość samochodu wynosi 45 km/h.