

$$m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

Obliczyć:  $\lambda$

Rozwiązanie:

Obliczmy pęd elektronu, korzystając z energii.

Energia kinetyczna wyraża się wzorem: 
$$E = \frac{1}{2} mv^2$$

Jeżeli pomnożymy obie strony tego równania przez  $2m$  to uzyskamy:

$$2mE = m^2 v^2 = p^2$$

Pęd elektronu wynosi więc  $p = \sqrt{2mE}$

Korzystając z jednostek SI otrzymujemy  $p = 2,96 \cdot 10^{-25} \text{ [ kg} \cdot \frac{m}{s} \text{ ]}$

Długość fali de Broglie'a wynosi  $\lambda = h/mv = 2,24 \cdot 10^{-9} \text{ [m]}$

Jak widać, długość fali jest tego samego rzędu co „rozmiary” atomu argonu. Efekt Ramsauera możemy więc uznać, w przybliżeniu, za skutek interferencji elektronu, samego ze sobą, wewnątrz atomu argonu. I do tego zagadnienia jeszcze wrócimy.

## 2.8. Równanie Schrödingera i zasada Heisenberga

W 1926 roku fizyka znalazła się w dość dziwnej sytuacji – okazało się, że elektron jest falą, ale nieznanym było równanie opisujące taką falę. Dokładnie na odwrót niż to było z falami Maxwella – gdzie najpierw pojawiło się równanie a dopiero później wywnioskowano o istnieniu fal.

Odmienność równania opisującego ruch elektronu od równania opisującego falę elektromagnetyczną polega na tym, że prędkość rozchodzenia się fal elektromagnetycznych w próżni nie zależy od ich długości<sup>38</sup>, natomiast elektrony mogą się rozchodzić z dowolnymi prędkościami.

Równanie takie zaproponował w 1926 roku Erwin Schrödinger. Podajemy je poniżej, ale nie będziemy zagłębiać się w szczegółowy opis tego równania.

$$\hat{H} \Psi(r,t) = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(r,t) \quad (2.51)$$

Interpretacja równania Schrödingera jest podobna jak innych równań opisujących fale. W równaniu fali akustycznej, kwadrat amplitudy fali opisuje natężenie dźwięku (moc fali); w równaniu fali elektromagnetycznej kwadrat amplitudy fali (np. pola elektrycznego) opisuje moc padającego światła. W równaniu Schrödingera kwadrat amplitudy fali określa prawdopodobieństwo znalezienia elektronu w określonym miejscu i w określonym czasie.

Zwracamy uwagę, że powyższa interpretacja jest dokładnie taka jak stwierdziliśmy<sup>39</sup>. Błędem byłoby stwierdzenie „Równanie Schrödingera opisuje elektron” lub „Równanie Schrödingera opisuje ruch elektronu” – są to tzw. „skrót myślowy”.

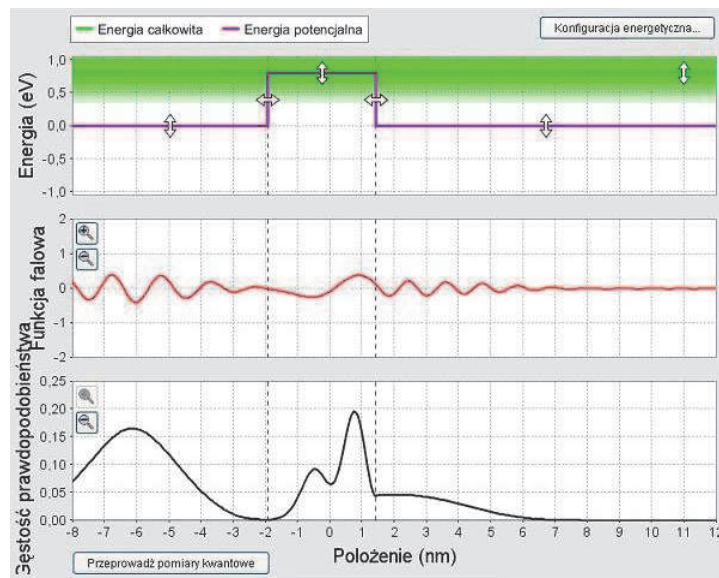
---

<sup>38</sup> Przypominamy, że w innych ośrodkach niż próżnia, np. w wodzie, prędkość rozchodzenia się fali elektromagnetycznej zależy od długości fali, czyli koloru światła. Bez tej zależności nie byłoby tęczy.

<sup>39</sup> Zaznaczmy jednak, że zagadnieniom interpretacji mechaniki kwantowej poświęcanych jest tysiące artykułów naukowych każdego roku.

Równanie Schrödingera mówi rzecz następującą: jeżeli przeprowadzimy pomiar położenia elektronu, to równanie Schrödingera opisuje, jakie jest prawdopodobieństwo, że pomiar wykaże obecność elektronu w określonym punkcie przestrzeni w danym momencie czasu.

Aby zilustrować „działanie” równania Schrödingera, na rysunku 2.29 pokazujemy przemieszczanie się w przestrzeni tzw. paczki falowej. Paczka ta w momencie startu jest dość dobrze określona w przestrzeni; w miarę upływu czasu, niezależnie czy paczka ta wędruje czy stoi, rozmywa się w przestrzeni. Podkreślimy, że to nie elektron jako cząstka rozmywa się w przestrzeni, ale nasza wiedza o jego położeniu staje się coraz mniej pewna.



**Ryc. 2.29.** Fala pada na dość szeroką barierę potencjału. Amplitudę fali opisuje czarna krzywa. Część fali „grzęźnie” w barierze, ale większa część się odbiła. Część uwieczona w barierze powoli wpływa na drugą stronę.<sup>40</sup>

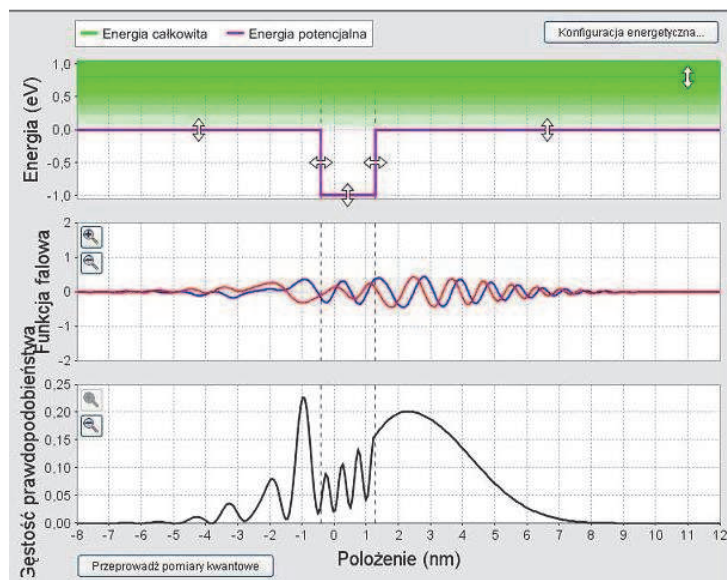
Z faktu, że elektron (lub inna cząstka z mikroświata) jest falą, wynikają ciekawe własności. Oprócz wspomnianych zjawisk falowych jak interferencja i dyfrakcja, zadziwiające jest zachowanie cząstek przy napotkaniu przeszkody w ich ruchu. Może to być bariera, jak na rys. 2.29 lub nawet studnia jak na rys. 2.30. Elektron przechodzi przez barierę, nawet jeśli jego energia nie jest wystarczająca z punktu widzenia klasycznego. Innymi słowy, piłka tenisowa lecąca na wysokości 60 cm nie przejdzie nad siatką tenisową zawieszoną na wysokości 80 cm a elektron analogiczną barierę jest w stanie pokonać. Należy jednak dodać: istnieje pewne prawdopodobieństwo, że elektron tę barierę pokona. Jakie prawdopodobieństwo? Zależy to od wysokości bariery w stosunku do energii elektronu ale też od szerokości bariery<sup>41</sup>.

Jeszcze ciekawsze jest przechodzenie cząstki nad dołkiem, tzw. „studnią potencjału”. Klasycznie, jeżeli energia cząstki jest większa niż górna krawędź dołka, cząstka nie powinna do dołka wpaść – jak piłka tenisowa przelatuje na golfowym dołkiem. W świecie mechaniki kwantowej tak nie jest: cząstka „częściowo”, a właściwiej „z pewnym prawdopodobieństwem” może w dołku ugrząźć, zob. rys. 2.30.

Jeżeli odpowiednio dobierzemy szerokość i głębokość dołka, fala przechodzi na drugą stronę jakby niezaburzona. Na tym właśnie polega efekt Ramsauera: potencjał atomu argonu jest taki, że nie zauważamy, że elektron zderzył się z atomem: gaz jest dla tej energii „przezroczysty”.

<sup>40</sup> <http://phet.colorado.edu/en/simulation/quantum-tunneling>

<sup>41</sup> Proponujemy Czytelnikowi samodzielne próby w jakimkolwiek programie symulującym równanie Schrödingera.



**Ryc. 2.30.** Fala pada na dość szeroką studnię potencjału. Amplitudę fali opisuje krzywa czarna. Część fali "grzęźnie" w studni, ale większa część przechodzi dalej. Część uwięziona w studni interferuje z falą padającą.<sup>42</sup>

### Zasada nieoznaczoności Heisenberga

Widzimy już z interpretacji równania Schrödingera, że wielkości kwantowe możemy przewidzieć jedynie z pewnym prawdopodobieństwem. Rozmywanie się paczki falowej w czasie a nawet sam fakt, że elektron opisujemy właśnie za pomocą „paczki” o określonej szerokości oznacza więcej: wielkości kwantowych nie możemy nawet zmierzyć z dowolną dokładnością.

Pierwsze przybliżenie do tzw. zasady nieoznaczoności Heisenberga daje nam już zależność de Broglie’a:

$$p\lambda = h \tag{2.52}$$

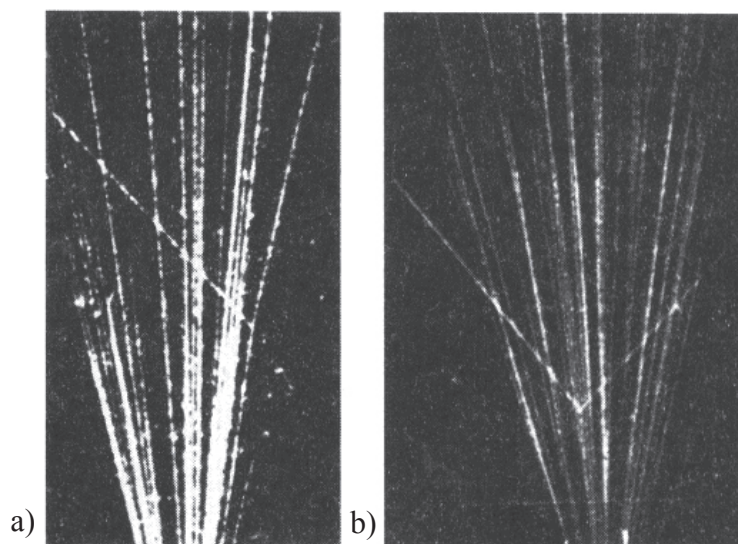
- istnieje jakaś zależność między pędem cząstki a długością fali de Broglie’a, poprzez stałą Plancka  $h$ . Dokładniej, zasada **nieoznaczoności Heisenberga** mówi, że niedokładność  $\Delta x$  określenia położenia cząstki i niedokładność  $\Delta p$  określenia pędu cząstki związane są zależnością

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2} \tag{2.53}$$

Innymi słowy, im dokładniej zmierzmy położenie cząstki, tym mniej dokładnie znamy jej prędkość i na odwrót. Sam Heisenberg, wydaje się, odkrył tę zasadę obserwując ślady elektronów w komorze Wilsona. Jak pisał<sup>43</sup>, albo widzimy ślad elektronu, czyli wiemy że w określonym momencie elektron był w tym miejscu, albo przerwę w śladzie, czyli wiemy, że elektron przebył tę odległość w określonym czasie, czyli znamy prędkość elektronu.

<sup>42</sup> <http://phet.colorado.edu/en/simulation/quantum-tunneling>

<sup>43</sup> „Mówiliśmy przecież zawsze po prostu: tor elektronu w komorze mgłowej można obserwować. Ale może rzeczywiście obserwuje się mniej. Może można spozrzeć tylko dyskretny ciąg niedokładnie określonych położenia elektronu. W rzeczywistości widzi się przecież w komorze tylko pojedyncze kropelki wody, które na pewno muszą mieć znacznie większe rozmiary niż elektron.” Werner Heisenberg, *Część i całość*, Państwowy Instytut Wydawniczy, Warszawa 1987, str. 106



**Rys. 2.31.** Zdjęcie z komory pęcherzykowej; **a)** wypełnionej  $H_2$ ; **b)** wypełnionej  $He_2$ . Ślady cząstek alfa (czyli jąder helu); w zależności od masy jądra uderzanego, trajektorie tworzą różne kąty – wynosi on  $90^\circ$  dla równych mas (jak na fot **b**, gdyż cząstka alfa to jądro helu!) (Źródło: H.Haken i H.C Wolf, Atomy i kwanty, PWN 2002).

Okazuje się, że podobny wzajemny związek istnieje między niedokładnością  $\Delta E$  określenia energii i niedokładnością  $\Delta t$  określenia czasu.

$$\Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2} \quad (2.54)$$

## 2.9. Zakaz Pauliego i układ okresowy pierwiastków

Mniej więcej od połowy XIX wieku było wiadomo, że niektóre pierwiastki chemiczne wykazują analogiczne własności. Tak jest np. z metalami alkalicznymi jak, sód i potas, które są tak aktywne chemicznie, że samoczynnie zapalają się w powietrzu. Wiadomo też było, że pierwiastki chemiczne wchodzą we wzajemne reakcje w ściśle określonych proporcjach – określone pierwiastki wykazują ściśle określoną „wartościowość”. I tak, w trzecim wierszu układu okresowego kolejne atomy, sód Na, magnez Mg, glin Al, krzem Si, wykazują wartościowości I, II, III, IV, kolejno.

Następny w tym wierszu jest fosfor, występujący w kilku postaciach (fosfor biały, czerwony, czarny) wykazuje również kilka wartościowości. Leżący nad nim azot ma tych wartościowości naprawdę dużo. W amoniaku,  $NH_3$  azot „przejmuje” trzy elektrony z atomów wodoru; w podtlenku azotu  $N_2O$  (tzw. gaz rozweselający, według obecnej nomenklatury tlenek diazotu) i w tlenku azotu (II),  $NO$  azot „oddaje” 2 elektrony. W innym jeszcze związku dwa atomy azotu łączą się z trzema atomami (tritolen diazotu  $N_2O_3$ ). Ditolen azotu ( $NO_2$ ) to silnie trujący, brunatny gaz, w którym azot „oddaje” 4 elektrony; w nietrwałym pięciotlenku diazotu ( $N_2O_5$ ) azot formalnie oddaje 5 elektronów.

Bardzo trudno byłoby wyjaśnić własności chemiczne atomów z modelu atomowego Bohra, nie do końca sprawdza się również równanie Schrödingera. Decydującym pojęciem dla wyjaśnienia własności chemicznych atomów jest pojęcie *spinu*, czyli krętu własnego elektronów. Coś w rodzaju analogii z Ziemią krążącą dookoła Słońca, ale przy tym wirującej wokół własnej osi.

Wiemy już z postulatów Bohra, że moment pędu elektronu (równanie 2.26) wokół jądra jest skwantowany i przyjmuje całkowite wartości stałej Plancka podzielonej przez  $2\pi$  (czyli  $\hbar$ ). Spin elektronu przyjmuje wartości równe połowie tej wartości, zarówno dodatnie jak