NICOLAI COPERNICI REVOLVTIONVM LIBER PRIMVS.

Quòd mundus ſit ſphæricus. Cap. I.

PRINCIPIO aduertendum nobis eſt, globoſum eſſe mundum, ſiue quòd ipſa forma perfectiſſima ſit omnium, nulla indigens compagine, tota integra: ſiue quòd ipſa capaciſsima ſit figurarum, quæ comprehenſurũ omnia, & conſeruaturũ maxime decet: ſiue etiam quòd abſolutiſsimæ quæcꝫ mundi partes, Solem dico, Lunam & ſtellas, tali forma conſpiciantur: ſiue quòd hac uniuerſa appetãt terminari. quod in aquæ guttis cæteriſcꝫ liquidis corporibus apparet, dum per ſe terminari cupiunt. Quo minus talem formam cœleſtibus corporibus attributam quiſquam dubitauerit.

Quòd terra quocꝫ ſphærica ſit. Cap. II.

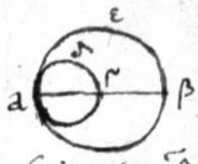
TErram quocꝫ globoſam eſſe, quoniam ab omni parte centro ſuo innititur. Tametſi abſolutus orbis non ſtatim uideatur, in tanta montiũ excelſitate, deſcenſucꝫ uallium, quæ tamen uniuerſam terræ rotunditatem minime uariant. Quod ita manifeſtũ eſt. Nam ad Septentrionem undequacꝫ commeantibus, uertex ille diurnæ reuolutionis paulatim attollitur, altero tantundem ex aduerſo ſubeunte, pluresꝗ ſtellæ circum Septentriones uidentur nõ occidere, & in Auſtro quædam amplius non oriri. Ita Canopum non cernit Italia, Ægypto patentem. Et Italia poſtremam fluuij ſtellam uidet, quam regio noſtra plagæ rigentioris ignorat. E contrario in Auſtrum tranſeuntibus attolluntur illa, reſidentibus ijs, quæ nobis excelſa ſunt. Interea & ipſę polorum inclinationes ad emenſa terrarum ſpacia eandem ubicꝫ rationem habent, quod in nulla alia quàm ſphærica figura contingit. Vnde manifeſtũ eſt, terram quoq; uerticibus includi, & propter hoc globoſam eſſe. Adde etiã, quòd defectus Solis & Lunæ ueſpertinos Orientis incolæ non ſentiũt, neq; matutinos ad occaſum habitantes: Medios autem, illi quidẽ tardius, hi uero citius uidẽt. Eidem quoq; formæ aquas inniti à nauigãtibus deprehẽditur: quoniã quæ è naui terra nõ cernitur, ex ſummitate mali plerũq; ſpectatur. At uiciſsim ſi quid in ſummitate mali fulgens adhibeatur, à terra promoto nauigio, paulatim deſcendere uidetur in littore manentibus, donec poſtremo quaſi occiduum occultetur. Conſtat etiam aquas ſua natura fluentes, inferiora ſemper petere, eadem quæ terra, nec à littore ad ulteriora niti, quàm conuexitas ipſius patiatur. Quamobrem tanto excelſiorem terram eſſe conuenit, quæcunq; ex Oceano aſſurgit.

Quomodo terra cũ aqua unum globũ perficiat. Cap. III.

HVic ergo circumfuſus Oceanus maria paſsim ꝓfundens, decliuiores eius deſcenſus implet. Itaq; minus eſſe aquarum quàm terræ oportebat, ne totã abſorberet aqua tellurem, ambabus in idem centrum contendentibus grauitate ſua, ſed ut aliquas terræ partes animantium ſaluti relinqueret, atq; tot hincinde patentes inſulas. Nam & ipſa continens, terrarumq; orbis, quid aliud eſt q̃ inſula maior cæteris? Nec audiendi ſunt Peripateticorum quidã, qui uniuerſam aquam decies tota terra maiorem prodiderũt, Quòd ſcilicet in tranſmutatione elementorũ ex aliqua parte terræ, decem aquarum in reſolutione fiant, coniecturam accipientes, aiuntq; terram quadantenus ſic prominere, quod nõ undequaq; ſecundum grauitatem æquilibret cauernoſa exiſtens, atq; aliud eſſe centrum grauitatis, aliud magnitudinis. Sed falluntur Geometrices artis ignorantia, neſcientes quòd neq; ſepties aqua poteſt eſſe maior, ut aliqua pars terræ ſiccaretur, niſi tota centrum grauitatis euacuaret, daretq; locum aquis, tanquam ſe grauioribus. Quoniam ſphæræ ad ſe inuicem in tripla ratione ſunt ſuorum dimetientium. Si igitur ſeptem partibus aquarum terra eſ-

vide Melanchth. 326. phys.

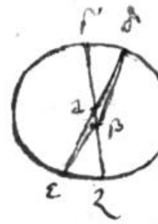
set octaua, diameter eius nõ posset esse maior, quàm quæ ex centro ad circumferentiam aquarum: tantũ abest, ut etiã decies maior sit aqua. Quòd etiam nihil intersit inter centrum grauitatis terræ, & centrum magnitudinis eius: hinc accipi potest, quòd conuexitas terræ ab oceano expaciata, non continuo semper intumescit abscessu, alioq; arceret quàm maxime aquas marinas, nec aliquo modo sineret interna maria, tamq; uastos sinus irrumpere. Rursum à littore oceani non cessaret aucta semper profunditas abyssi, qua propter nec insula, nec scopulus, nec terrenum quidpiam occurreret nauigantibus longius progressis. Iam uero constat inter Ægyptium mare Arabicumq; sinum uix quindecim superesse stadia in medio ferè orbis terrarum. Et uicissim Ptolemæus in sua Cosmographia ad medium usq; circulum terram habitabilem extendit, relicta insuper incognita terra, ubi recẽtiores Cathagyam & amplissimas regiones, usq; ad LX. longitudinis gradus adiecerunt: ut iam maiori longitudine terra habitetur, quàm sit reliquum oceani. Magis id erit clarum, si addantur insulæ ætate nostra sub Hispaniarum Lusitaniæq; Principibus repertæ, & præsertim America ab inuentore denominata nauium præfecto, quam ob incompertam eius adhuc magnitudinem, alterũ orbem terrarum putant, præter multas alias insulas antea incognitas, quo minus etiã miremur Antipodes siue Antichthones esse. Ipsam enim Americam Geometrica ratio ex illius situ Indiæ Gangeticæ è diametro oppositam credi cogit. Ex his demum omnibus puto manifestum, terrã simul & aquã uni centro grauitatis inniti, nec esse aliud magnitudinis terræ, quæ cũ sit grauior, dehiscẽtes eius partes aqua expleri, & idcirco modicam esse cõparatione terrę aquam, etsi superficietenus plus forsitan aquæ appareat. Talem quippe figurã habere terram cum circumfluentibus aquis necesse est, qualem umbra ipsius ostendit: absoluti enim circuli circumferentijs Lunã deficiẽtem efficit. Non igitur plana est terra, ut Empedocles & Anaximenes opinati sunt: neq; Tympanoides, ut Leucippus: neq; Scaphoides, ut Heraclitus: nec alio modo caua, ut Democritus. Neq; rursus Cylindroides ut Anaximãder: neq; ex inferna parte infinita radicitus crassitudine submissa, ut Xenophanes, sed rotũditate absoluta, ut Philosophi sentiũt.



Quòd motus corporum cœlestium sit æqualis ac circularis, perpetuus, uel ex circularibus compositus. Cap. IIII.

POst hæc memorabimus corporum cœlestium motum esse circularem. Mobilitas enim Sphæræ, est in circulum uolui, ipso actu formam suam exprimētis, in simplicissimo corpore, ubi non est reperire principium, nec finem, nec unum ab altero secernere, dum per eadem in seipsam mouetur. Sunt autem plures penes orbium multitudinem motus. Apertissima omnium est cotidiana reuolutio, quam Græci νυχθήμερον uocant, hoc est, diurni nocturniq; temporis spacium. Hac totus mūdus labi putatur ab ortu in occasum, terra excepta. Hæc mensura communis omnium motuum intelligitur, cum etiam tempus ipsum numero potissimum dierum metimur. Deinde alias reuolutiones tanquàm contranitentes, hoc est, ab occasu in ortum uidemus, Solis inquam, Lunæ, & quinq; errantium. Ita Sol nobis annum dispensat, Luna menses, uulgatissima tempora: Sic alij quinq; planetæ suum quisq; circuitum facit. Sunt tamen in multiplici differentia: Primum, quòd non in eisdem polis, quibus primus ille motus obuoluuntur, per obliquitatem signiferi currentes. Deinde, quòd in suo ipso circuitu, nō uidentur æqualiter ferri, nam Sol & Luna, modo tardi, modo uelociores cursu deprehenduntur. Cæteras autem quinq; errantes stellas, quandoq; etiam repedare, & hinc inde stationes facere cernimus. Et cū Sol suo semper & directo itinere proficiscatur, illi uarijs modis errāt, modo in Austrum, modo in Septentrionem euagantes, unde planetæ dicti sunt. Adde etiam quòd aliquando propinquiores terrę fiunt, & Perigæi uocātur, aliàs remotiores, & dicūtur Apogæi. Fateri nihilo minus oportet circulares esse motus, uel ex pluribus circulis cōpositos, eo quòd inæqualitates huiusmodi certa lege, statisq; obseruant restitutionibus, quod fieri non posset, si circulares non essent. Solus enim circulus est, qui potest peracta reducere, quemadmodum, uerbi gratia: Sol motu circulorum composito dierum & noctium inæqualitatem, & quatuor anni tempora nobis re-

bis re-bis reducit, in quo plures motus intelliguntur. Quoniam fieri nequit, ut cœleste corpus simplex uno orbe inæqualiter moueatur. Id enim euenire oporteret, uel propter uirtutis mouētis inconstantiam, siue ascititia sit, siue intima natura, uel propter reuoluti corporis disparitatem. Cum uero ab utroque abhorreat intellectus, sitque indignum tale quiddam in illis existimari, quæ in optima sunt ordinatione constituta: consentaneum est æquales illorum motus apparere nobis inæquales, uel propter diuersos illorum polos circulorum, siue etiam quòd terra non sit in medio circulorum, in quibus illa uoluuntur, & nobis à terra spectantibus horum transitus syderum accidat ob inæquales distantias propinquiora seipsis remotioribus maiora uideri, (ut in opticis est demonstratum) sic in circumferentijs orbis æqualibus ob diuersam uisus distantiam apparebunt motus inæquales temporibus æqualibus. Quam ob causam ante omnia puto necessarium, ut diligenter animaduertamus, quæ sit ad cœlum terræ habitudo, ne dum excellissima scrutari uolumus, quæ nobis proxima sunt, ignoremus, ac eodem errore quæ telluris sunt attribuamus cœlestibus.



Sit centrum terræ in β. & centrum mundi in α: & [illegible]

An terræ competat motus circularis, & de loco eius. Cap. V.

IAm quia demonstratum est, terram quoque globi formam habere, uidendum arbitror, an etiam formam eius sequatur motus, & quem locum uniuersitatis obtineat, sine quibus non est inuenire certam apparentium in cœlo rationem. Quanquam in medio mundi terram quiescere inter autores plerunque cōuenit, ut inopinabile putent, atque adeo etiā ridiculū contrariū sentire. Si tamen attentius rem consideremus, uidebitur hęc quæstio nondum absoluta, & idcirco minime contemnenda. Omnis enim quæ uidetur secundum locum mutatio, aut est propter spectatæ rei motum, aut uidentis, aut certe disparem utriusque mutationem. Nam inter mota æqualiter ad eadem, non percipitur motus, inter rem uisam dico, & uidentem. Terra aūt est unde cœlestis ille circuitus aspicitur, & uisui reproducitur nostro. Si igitur motus aliquis terræ

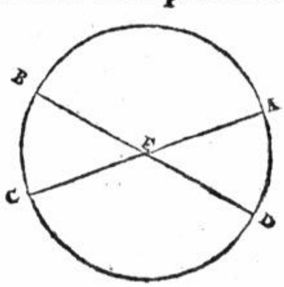
deputetur, ipſe in uniuerſis quæ extrinſecus ſunt, idem appare-
bit, ſed ad partem oppoſitam, tanquam prætereuntibus, qualis
eſt reuolutio cotidiana in primis. Hæc enim totum mundum
uidetur rapere, præterquàm terram, quæq; circa ipſam ſunt. At
qui ſi cœlum nihil de hoc motu habere concelleris, terram uero
ab occaſu in ortum uolui, quantum ad apparentem in Sole, Lu-
na, & Stellis ortum & occaſum, ſi ſerio animaduertas, inuenies
hæc ſic ſe habere. Cumq; cœlum ſit quod continet & cælat om
nia, communis uniuerſorum locus, non ſtatim apparet, cur non
magis contento quàm continenti, locato quàm locanti motus at
tribuatur. Erant ſanè huius ſententiæ Heraclides & Ecphantus
Pythagorici, ac Nicetas Syracuſanus apud Ciceronem, in me-
dio mundi terram uoluentes. Exiſtimabant enim ſtellas obie-
ctu terræ occidere, eaſq; ceſsione illius oriri. Quo aſſumpto ſe-
quitur & alia, nec minor de loco terræ dubitatio, quamuis iam
ab omnibus ferè receptum creditumq; ſit, medium mũdi eſſe ter
ram. Quoniam ſi quis neget medium ſiue centrum mundi terrã
obtinere, nec tamen fateatur tantam eſſe diſtantiam, quæ ad nõ
errantiũ ſtellarum ſphæram comparabilis fuerit, ſed inſignem
ac euidentem ad Solis aliorumq; ſyderum orbes, putetq; propte
rea motum illorum apparere diuerſum, tanquam ad aliud ſint
regulata centrum, quam ſit centrum terræ, non ineptam forſitan
poterit diuerſi motus apparentis rationem afferre. Quod enim
errantia ſidera propinquiora terræ, & eadem remotiora cernun
tur, neceſſario arguit centrum terræ, non eſſe illorum circulorũ
centrum. Quo minus etiam conſtat, terra ne illis, an illa terræ an
nuant & abnuant. Nec adeo mirum fuerit, ſi quis præter illam
cotidianam reuolutionem, alium quendam terræ motum opina
retur, nempe terram uolui, atq; etiam pluribus motibus uagan-
tem, & unam eſſe ex aſtris Philolaus Pythagoricus ſenſiſſe fer-
tur, Mathematicus non uulgaris, utpote cuius uiſendi gratia
Plato non diſtulit Italiam petere, quemadmodum qui uitam
Platonis ſcripſere, tradunt. Multi uero exiſtimauerũt Geome
trica ratione demonſtrari poſſe, terram eſſe in medio mundi, &
ad immenſitatem cœli inſtar puncti, centri uicem obtinere, ac
eam ob cauſam immobilem eſſe, quòd moto uniuerſo centrum

maneat

maneat immotum, & quæ proxima ſunt centro tardiſsime fe=
rantur.

De immenſitate cœli ad magnitudinem terræ. Cap. VI.

QVòd autem tanta terræ moles, nullam habeat æſti=
mationem ad cæli magnitudinem ex eo poteſt in=
telligi. Quoniam finitores circuli (ſic enim ὁρίζον=
τας apud Græcos interpretantur) totam cæli Sphæ
ram bifariam ſecant, quod fieri non poteſt, ſi inſignis eſſet ter=
ræ magnitudo ad cælum comparata, uel à centro mundi diſtan
tia. Circulus enim bifariam ſecans ſphæram, per centrū eſt ſphæ
ræ, & maximus circumſcribilium circulus. Eſto nanq; horizon
circulus ABCD, terra uero à qua uiſus no
ſter ſit E, & ipſum centrum horizōtis in
quo definiuntur apparentia, à non appa
rentibus. Aſpiciatur autē per Dioptram
ſiue Horoſcopium, uel Chorobatem in
E collocatum, principium Cancri orien=
tis in C puncto, & eo momento apparet



Capricorni principium occidere in A. Cum igitur ABC fuerint
in linea recta per Dioptram, conſtat ipſam eſſe dimetientem ſi=
gniferi, eo quòd ſex Signa ſemicirculum terminant, & E centrū
idem eſt quod horizontis. Rurſus commutata reuolutione, qua
principium Capricorni oriatur in B, uidebitur tunc quoq; Can
cri occaſus in D, eritq; BED linea recta & ipſa dimetiens ſigniferi.
Iam uero apparuit etiam ABC dimetientem eſſe eiuſdem circuli,
patet ergo in ſectione cōmuni illud E eſſe centrum. Sic igitur ho
rizon circulus ſigniferum qui maximus eſt ſphæræ circulus bi=
fariam ſemper diſpeſcit. Atqui in ſphæra ſi circulus per mediū
aliquē maximorū ſecat, ipſe quoq; ſecās maximus eſt, maximo
rum ergo unus eſt horizon, & cētrum eius idem quod ſigniferi
prout apparet, cū tamē neceſſe ſit aliam eſſe lineā quæ à ſuperfi=
cie terræ, & quæ à centro, ſed propter immenſitatē reſpectu ter
ræ fiunt quodammodo ſimiles parallelis, quæ præ nimia diſtan
tia termini apparent eſſe linea una, quando mutuum quod con=
tinet

tinet ſpacium ad earum longitudinem efficitur incomparabile ſenſu, eo modo quo demonſtratur in Opticis. Hoc nimirum argumento ſatis apparet, immenſum eſſe cælum comparatione terræ, ac infinitæ magnitudinis ſpeciem præ ſe ferre, ſed ſenſus æſtimatione terram eſſe reſpectu cæli, ut punctum ad corpus, & finitum ad infinitum magnitudine, nec aliud demõſtraſſe uidetur. Neq; enim ſequitur, in medio mundi terram quieſcere oportere. Quin magis etiam miremur, ſi tanta mundi uaſtitas ſub XXIIII. horarum ſpacio reuoluatur potius, quàm minimũ eius quod eſt terra. Nam quod aiunt centrũ immobile, & proxima centro minus moueri, non arguit terram in medio mundi quieſcere; nec aliter quâm ſi dicas, cælum uolui, at polos quieſcere, & quæ proxima ſunt polis minime moueri. Quemadmodũ Cynoſura multo tardius moueri cernitur, quàm Aquila uel Canicula, quia circulũ deſcribit minorem proxima polo, cũ ea omnia unius ſint ſphæræ, cuius mobilitas ad axem ſuum deſinens, omnium ſuarum partium motum ſibi inuicem non admittit æqualem, quas tamen paritate temporis non æqualitate ſpacij reuolutio totius reducat. Ad hoc ergo nititur ratio argumenti, quaſi terra pars fuerit cæleſtis ſphæræ, eiuſdemq; ſpeciéi & motus, ut proxima centro parum moueatur. Mouebitur ergo & ipſa corpus exiſtens, non centrum ſub eodem tempore ad ſimiles cæleſtis circuli circumferentias licet minores. Quod quàm falſum ſit luce clarius eſt, oporteret enim uno in loco ſemp eſſe meridiem, alio ſemper mediam noctem, ut nec ortus nec occaſus cotidiani poſſent accidere, cum unus & inſeparabilis fuerit motus totius & partis. Eorum uero quæ differẽtia rerum abſoluit, longe diuerſa ratio eſt, ut quæ breuiori clauduntur ambitu, reuoluantur citius, ijs quæ maiorem circulum ambiunt. Sic Saturni ſupremum errantium ſydus trigeſimo anno reuoluitur, & Luna quæ proculdubio terræ proxima eſt, menſtruum complet circuitum, & ipſa deniq; terra diurni nocturniq; temporis ſpacio circuire putabitur. Reſurget ergo eadẽ de cotidiana reuolutione dubitatio. Sed & locus eius adhuc quæritur minus etiã ex ſupradictis certus. Nihil enim aliud habet illa demonſtratio, q indefinitam cæli ad terrã magnitudinẽ. At quouſq; ſe extendat hæc immenſitas minime conſtat.

Cur

Cur antiqui arbitrati sint terram in medio mundi quiescere tanquam centrum. Cap. VII.

QVamobrem aliis quibusdam rationibus prisci Philosophi conati sunt astruere terram in medio mundi consistere. Potissimam uero causam allegant grauitatis & leuitatis. Quippe grauissimum est terræ elementũ, & ponderosa omnia feruntur ad ipsam, in intimum eius contendentia medium. Nam globosa existente terra, in quã grauia undequaq; rectis ad superficiẽ angulis suapte natura feruntur, nisi in ipsa superficie retinerentur, ad centrum eius corruerent: quandoquidem linea recta, quæ se planiciei finitoris, qua sphæram contingit, rectis accommodat angulis, ad centrum ducit. Ea uero quæ ad medium feruntur, sequi uidetur, ut in medio quiescant. Tanto igitur magis tota terra conquiescet in medio, & quę cadẽtia omnia in se receptat, suo pondere immobilis permanebit. Itidem quoq; comprobare nituntur ratione motus, & ipsius natura. Vnius quippe ac simplicis corporis simplicem esse motum ait Aristoteles: Simplicium uero motuum, alium rectum, alium circularem. Rectorum autem, alium sursum, alium deorsum. Quocirca omnem motum simplicem, aut ad medium esse, qui deorsum: aut à medio, qui sursum: aut circa medium, & ipsum esse circularem. Modo conuenit terræ quidem & aquæ, quæ grauia existimãtur, deorsum ferri, quod est medium petere. Aëri uero & igni, quæ leuitate prædita sunt, sursum & à medio remoueri: Consentaneũ uidetur, his quatuor elementis rectum concedi motũ, cælestibus aũt corporibus circa mediũ in orbem uolui. Hæc Aristoteles. Si igitur, inq̃t Ptolemæus Alexandrinus, terra uolueretur, saltẽ reuolutione cotidiana, oporteret accidere contraria supradictis. Etenim concitatissimũ esse motũ oporteret, ac celeritatẽ eius insuperabilẽ, quæ in XXIIII. horis totũ terræ transmitteret ambitũ. Quæ uero repentina uertigine concitantur, uidẽtur ad collectionẽ prorsus inepta, magisq; unita dispergi, nisi cohærentia aliqua firmitate cõtineantur: & iam dudum, inquit, dissipata terra cælũ ipsum (quod admodũ ridiculum eſt) excidiſſet,& eo magis animantia atq; alia quæcunq; ſoluta onera haud quaquã incõcuſſa manerent. Sed neq; cadentia in directum ſubirẽt ad deſtinatum ſibi locũ,& ad perpendiculũ,tãta interim pernicitate ſubductũ. Nubes quoq; & quæq; alia in aëre pendentia ſemper in occaſum ferri uideremus.

Solutio dictarum rationum,& earum inſufficientia. Cap. VIII.

HIs ſanè & ſimilibus cauſis aiunt terrã in medio mundi quieſcere,& ꝓculdubio ſic ſe habere. Verũ ſi quiſpiam uolui terram opinetur,dicet utiq; motum eſſe naturalem,non uiolẽtum. Quæ uero ſecundum naturam ſunt, contrarios operantur effectus his quæ ſecundũ uiolentiam. Quibus enim uis uel impetus infertur,diſſolui neceſſe eſt,& diu ſubſiſtere nequeunt : quæ uero à natura fiunt,recte ſe habent, & conſeruantur in optima ſua compoſitione. Fruſtra ergo timet Ptolemæus,ne terra diſsipetur, & terreſtria omnia in reuolutione facta per efficaciã naturæ,quæ longe alia eſt quàm artis,uel quæ aſſequi poſsit humano ingenio. Sed cur non illud etiam magis de mundo ſuſpicatur,cuius tanto ublociorem eſſe motum oportet,quanto maius eſt cælum terra? An ideo immenſum factum eſt cælum,quòd ineffabili motus uehementia dirimitur à medio,collapſurum alioqui ſi ſtaret? Certe ſi locum haberet hæc ratio,magnitudo quoq; cæli abibit in infinitum. Nã quanto magis ipſe motus impetu rapietur in ſublime, tanto uelocior erit motus,ob creſcentem ſemper circumferentiam,quam neceſſe ſit in XXIIII. horarum ſpacio pertranſire:ac uiciſsim creſcente motu, creſceret immenſitas cæli. Ita uelocitas magnitudinem,& magnitudo uelocitatem in infinitum ſeſe promouerent. At iuxta illud axioma Phyſicum,quod infinitum eſt,pertranſiri nequit,nec ulla ratiõe moueri: ſtabit neceſſario cælum. Sed dicunt,extra cælum non eſſe corpus,non locum, non uacuum,ac prorſus nihil,& idcirco nõ eſſe,quo poſsit euadere cælũ: tunc ſanè mirum eſt,ſi à nihilo poteſt cohiberi aliquid. At ſi cælum fuerit infinitum,& interiori tantummodo finitum concauitate,magis forſan uerificabitur extra cælum eſſe nihil,cum unũ

quodq;

quodcꝗ fuerit in ipso, quamcunꝗ occupauerit magnitudinem, sed permanebit cælum immobile. Nam potissimum, quo astruere nituntur mũdum esse finitum, est motus. Siue igitur finitus sit mundus, siue infinitus, disputationi physiologorum dimittamus: hoc certum habentes, quòd terra uerticibus conclusa superficie globosa terminatur. Cur ergo hęsitamus adhuc, mobilitatem illi formæ suæ à natura congruentem concedere, magis q̃ꝫ quod totus labatur mũdus, cuius finis ignoratur, sciriꝗ nequit, necꝗ fateamur ipsius cotidianæ reuolutionis in cælo apparentiam esse, & in terra ueritatem? Et hæc perinde se habere, ac si diceret Virgilianus Æneas: Prouehimur portu, terræꝗ urbesꝗ recedunt. Quoniam fluitante sub tranquillitate nauigio, cuncta quæ extrinsecus sunt, ad motus illius imaginem moueri cernuntur à nauigantibus, ac uicissim se quiescere putãt cum omnibus quæ secum sunt. Ita nimirum in motu terræ potest contingere, ut totus circuire mundus existimetur. Quid ergo diceremus de nubibus, cæterisꝗ quomodolibet in aëre pendentibus, uel subsidentibus, ac rursum tendentibus in sublimia? nisi quòd nõ solum terra cum aqueo elemento sibi coniuncto sic moueatur, sed non modica quocꝗ pars aëris, & quæcunꝗ eodem modo terræ cognationem habẽt. Siue quòd propinquus aër terrea aqueaúe materia permixtus, eandem sequatur naturam quam terra, siue quòd acquisiticius sit motus aëris, quem à terra per contiguitatem perpetua reuolutione ac absꝗ resistentia participat. Vicissim non dispari admiratione supremam aëris regionem motũ sequi cælestem aiũt, quòd repentina illa sydera, Cometæ inquã & Pogoniæ uocata à Græcis, indicant, quarum generationi ipsum deputant locum, quæ instar aliorum quocꝗ syderum oriuntur & occidunt. Nos ob magnam à terra distantiam eam aëris partem ab illo terrestri motu destitutam dicere possumus. Proinde trãquillus apparebit aër, qui terræ proximus, & in ipso suspensa, nisi uento, uel alio quouis impetu ultro citroꝗ, ut contingit, agitetur. Quid enim est aliud uentus in aëre, quàm fluctus in mari? Cadentium uero & ascendentium duplicem esse motum fateamur oportet mundi comparatione, & omnino cõpositum ex recto & circulari. Quandoquidem quæ pondere suo deprimuntur, cum ſint maxime terrea, nõ dubium, quin eandẽ ſeruẽt partes naturam, quam ſuum totum. Nec alia ratione contingit in ijs, quæ ignea ui rapiuntur in ſublimia. Nam & terreſtris hic ignis terrena potiſsimũ materia alitur, & flammã non aliud eſſe definiunt quàm fumum ardentem. Eſt autem ignis proprietas, extendere quæ inuaſerit, quod efficit tanta ui, ut nulla ratione, nullis machinis poſsit cohiberi, quin rupto carcere ſuum expleat opus. Motus autem extenſiuus eſt à centro ad circũferentiam, ac perinde ſi quid ex terrenis partibus accenſum fuerit, fertur à medio in ſublime. Igitur quod aiunt, ſimplicis corporis eſſe motũ ſimplicem (de circulari in primis uerificatur) quãdiu corpus ſimplex in loco ſuo naturali, ac unitate ſua permanſerit. In loco ſiquidem nõ alius, quàm circularis eſt motus, qui manet in ſe totus quieſcenti ſimilis. Rectus autẽ ſuperuenit ijs, quæ à loco ſuo naturali peregrinantur, uel extruduntur, uel quomodolibet extra ipſum ſunt. Nihil autem ordinationi totius & formæ mundi tantum repugnat, quantum extra locum ſuum eſſe. Rectus ergo motus non accidit, niſi rebus non recte ſe habentibus, neq; perfectis ſecundum naturam, dum ſeparantur à ſuo toto, & eius deſerunt unitatem. Præterea quæ ſurſum & deorſum aguntur, etiam abſq; circulari, non faciunt motũ ſimplicem uniformem & æqualem. Leuitate enim uel ſui ponderis impetu nequeunt temperari. Et quæcunq; decidunt, à principio lentum facientia motũ, uelocitatem augent cadendo. Vbi uicißim ignem hunc terrenum (neq; enim alium uidemus) raptum in ſublime ſtatim langueſcere cernimus, tanquàm confeſſa cauſa uiolentiæ terreſtris materiæ. Circularis autẽ æqualiter ſemper uoluitur: indeficiẽtem enim cauſam habet: illa uero deſinere feſtinantem, per quem conſecuta locum ſuũ ceſſant eſſe grauia uel leuia, ceſſatq; ille motus. Cum ergo motus circularis ſit uniuerſorũ, partium uero etiam rectus, dicere poſſumus manere cum recto circularem, ſicut cum ægro animal. Nempe & hoc, quod Ariſtoteles in tria genera diſtribuit motum ſimplicem, à medio, ad meum, & circa mediũ, rationis ſolummodo actus putabitur, quemadmodum lineam, punctũ, & ſuperficiem ſecernimus quidem, cum tamen unum ſine alio ſubſiſtere nequeat, & nullum eorum

ſine

ſine corpore. His etiam accedit, quod nobilior, ac diuinior conditio immobilitatis exiſtimatur, quàm mutationis & inſtabilitatis, quæ terræ magis ob hoc quàm mundo conueniat. Addo etiam, quòd ſatis abſurdum uideretur, cõtinenti ſiue locanti motum adſcribi, & non potius contento & locato, quod eſt terra. Cum deniq; manifeſtum ſit errantia ſydera propinquiora fieri terræ ac remotiora, erit tum etiam qui circa medium, quod uolunt eſſe cẽtrum terræ, à medio quoq; ad ipſum, unius corporis motus. Oportet igitur motum, qui circa medium eſt, generalius accipere, ac ſatis eſſe, dum unuſquiſq; motus ſui ipſius medio incumbat. Vides ergo quòd ex his omnibus probabilior ſit mobilitas terræ, quàm eius quies, præſertim in cotidiana reuolutione, tanquàm terræ maxime propria.

An terræ plures poſsint attribui motus, & de centro mundi. Cap. IX.

CVm igitur nihil prohibeat mobilitatem terræ, uidendum nunc arbitror, an etiam plures illi motus cõueniant, ut poſsit una errantium ſyderum exiſtimari. Quòd enim omnium reuolutionum centrum nõ ſit, motus errantium inæqualis apparens, & uariabiles eorum à terra diſtantiæ declarant, quæ in homocentro terræ circulo non poſsunt intelligi. Pluribus ergo exiſtentibus centris, de centro quoq; mundi nõ temere quis dubitabit, an uidelicet fuerit iſtud grauitatis terrenæ, an aliud. Equidem exiſtimo, grauitatem nõ aliud eſſe, quàm appetentiam quandam naturalem partibus inditam à diuina prouidentia opificis uniuerſorum, ut in unitatẽ integritatemq́; ſuam ſeſe conferant in formam globi coëuntes. Quam affectionem credibile eſt etiam Soli, Lunæ, cæteriſq́; errantium fulgoribus ineſſe, ut eius efficacia in ea qua ſe repræſentant rotunditate permaneant, quæ nihilominus multis modis ſuos efficiunt circuitus. Si igitur & terra faciat alios, utpura ſecundum centrũ, neceſſe erit eos eſſe qui ſimiliter extrinſecus in multis apparent, in quibus inuenimus annuum circuitum. Quoniã ſi permutatus fuerit à ſolari in terreſtrem, Soli immobilitate cõ

ceſſa, ortus & occaſus ſignorum ac ſtellarū fixarum, quibus ma-
tutinę ueſpertinæq; fiunt, eodem modo apparebunt: errantium
quoq; ſtationes, retrogradationes atq; progreſſus nō illorum,
ſed telluris eſſe motus uidebitur, quem illa ſuis mutuant appa-
rentijs. Ipſe deniq; Sol medium mūdi putabitur poſsidere, quæ
omnia ratio ordinis, quo illa ſibi inuicem ſuccedunt, & mūdi to
tius harmonia nos docet, ſi modo rem ipſam ambobus (ut aiūt)
oculis inſpiciamus.

De ordine cæleſtium orbium. Cap. x.

ALtiſsimum uiſibilium omnium, cælum fixarū ſtella
rum eſſe, neminem uideo dubitare. Errantium uero
ſeriem penes reuolutionum ſuarum magnitudinem
accipere uoluiſſe priſcos Philoſophos uidemus, aſ-
ſumpta ratione, quòd æquali celeritate delatorum quæ longius
diſtant, tardius ferri uidentur, ut apud Euclidem in Opticis de-
mōſtratur. Ideóq; Lunam breuiſsimo temporis ſpacio circuire
exiſtimant, quòd proxima terra minimo circulo uoluatur. Su-
premum uero Saturnum, qui plurimo tempore maximum am-
bitum circuit. Sub eo Iouem. Poſt hunc Martem. De Venere
uero atq; Mercurio diuerſæ reperiuntur ſententiæ, eo quòd nō
omnifariam elongantur à Sole, ut illi. Quamobrē alij ſupra So-
lem eos collocant, ut Platonis Timæus, alij ſub ipſo, ut Ptolemę
us, & bona pars recentiorum. Alpetragius ſuperiorem Sole Ve
nerem facit, & inferiorē Mercuriū. Igitur qui Platonem ſequun
tur, cum exiſtiment omnes ſtellas, obſcura alioqui corpora, lu-
mine ſolari concepto reſplendere, ſi ſub Sole eſſent, ob non mul
tam ab eo diuulſionem, dimidia, aut certe à rotunditate deficien
tes cernerētur. Nam lumen ſurſum fermè, hoc eſt uerſus Solem
referrent acceptum, ut in noua Luna uel deſinente uidemus. O-
portere autem aiūnt, obiectu eorum, quādoq; Solem impediri,
& pro eorū magnitudine, lumen illius deficere: quod cum nun-
quàm appareat, nullatenus Solem eos ſubire putant. Contra ue
ro, qui ſub Sole Venerem & Mercurium ponunt, ex amplitudi
ne ſpacij, quod inter Solem & Lunam comperiunt, uendicant ra
tionem.

tionem. Maximam enim Lunæ à terra distantiam, partium sexaginta quatuor, & sextantis unius, qualium quæ ex centro terræ est una, inuenerunt decies octies ferè usque ad minimum Solis interuallum contineri, & illarum esse partium MCLX. Inter ipsum ergo & Lunam MXCVI. Proinde ne tanta uastitas remaneret inanis, ex absidum interuallis, quibus crassitudinem illorum orbium ratiocinantur, comperiũt eosdem proxime complere numeros, ut altissimæ Lunæ succedat infimum Mercurij, cuius summum proxima Venus sequatur, quæ demum summa abside sua ad infimum Solis quasi pertingat. Etenim inter absides Mercurij præfatarum partium CLXXVII. s. ferè supputant, deinde reliquum Veneris interuallo partium DCCCCX. proxime compleri spacium. Non ergo fateñr in stellis opacitatem esse aliquam lunari similem, sed uel proprio lumine, uel Solari totis imbutas corporibus fulgere, & idcirco Solem non impediri, quod sit euentu rarissimum, ut aspectui Solis interponantur, latitudine plerunque cedentes. Præterea quod parua sint corpora comparatione Solis, cum Venus etiam Mercurio maior existens uix centesimam Solis partẽ obtegere potest, ut uult Machometus Arecensis, qui decuplo maiorem existimat Solis dimetientem. Et ideo non facile uideri tantillam sub præstantissimo lumine maculã. Quamuis & Auerroes in Ptolemaica paraphrasi, nigricãs quiddam se uidisse meminit, quado Solis & Mercurij copulam numeris inueniebat expositam: & ita decernunt hæc duo sydera sub solari circulo moueri. Sed hæc quoque ratio quàm infirma sit & incerta, ex eo manifestum, quòd cum XXXVIII. sint eius quæ à centro terræ ad superficiem usque ad proximam Lunam, secundum Ptolemæum: sed secundum ueriorem æstimationem plus quàm LII. (ut infra patebit). nihil tamen aliud in tanto spacio nouimus cõtineri quàm aërem, & si placet etiam, quod igneum uocãt elementũ. Insuper quod dimetientẽ circuli Veneris, per quẽ à Sole hinc inde XLV. partibus plus minusúe digrediť, sextuplo maiorem esse oportet, quàm quæ ex centro terræ ad infimam illius absidem, ut suo demonstrabitur loco. Quid ergo dicent, in toto eo spacio contineri, tanto maiori quàm quòd terrã, aërem, æthera, Lunã, atque Mercurium caperet, & præterea quod

ingens

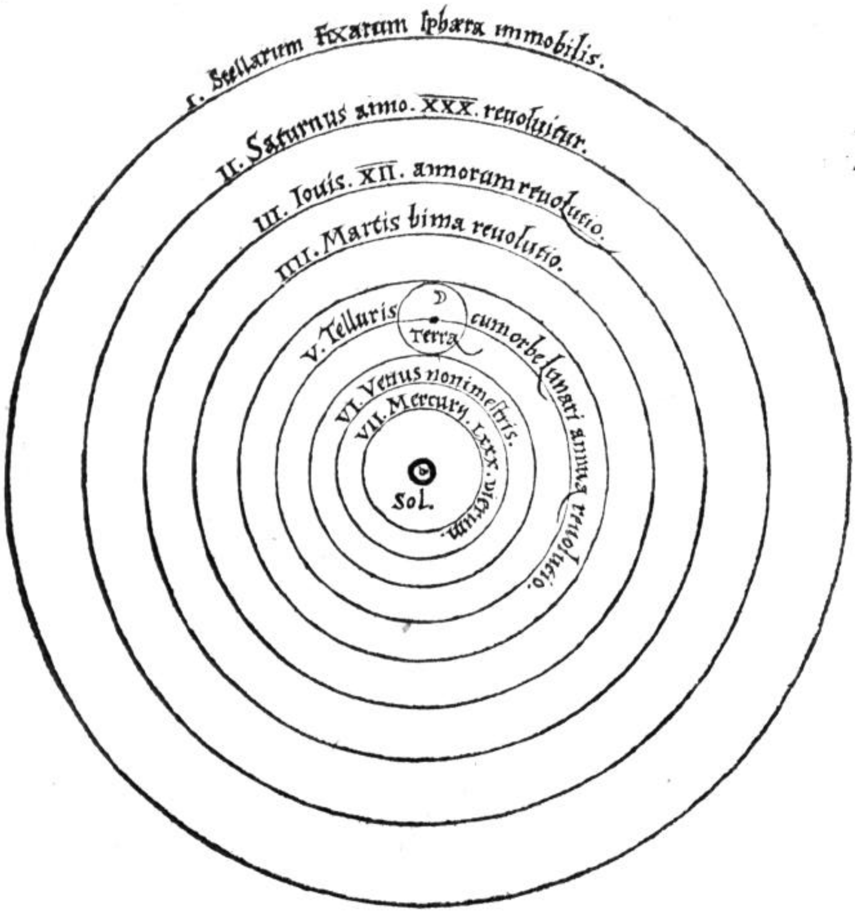
ingens ille Veneris epicyclus occuparet, si circa terrã quietam uolueretur? Illa quoq; Ptolemæi argumentatio, quòd oportuerit medium ferri Solem, inter omnifariam digrediẽtes ab ipso, & nõ digredientes, quàm sit impersuasibilis ex eo patet, quòd Luna omnifariam & ipsa digrediẽs prodit eius falsitatem. Quã uero causam allegabunt ij, qui sub Sole Venerem, deinde Mercurium ponunt, uel alio ordine separant, quod non itidem separatos faciunt circuitus, & à Sole diuersos, ut cæteri errantium, si modo uelocitatis tarditatisq; ratio non fallit ordinem? Oportebit igitur, uel terram non esse centrum, ad quod ordo syderum orbiumq; referatur: aut certe rationem ordinis nõ esse, nec apparere cur magis Saturno quàm Ioui seu alij cuiuis superior debeatur locus. Quapropter minime contemnendum arbitror, quòd Martianus Capella, qui Encyclopædiam scripsit, & quidem alij Latinorum percalluerunt. Existimãt enim, quòd Venus & Mercurius circumcurrãt Solem in medio existentem, & eam ob causam ab illo non ulterius digredi putant, quàm suorum conuexitas orbium patiatur, quoniam terram nõ ambiunt ut cæteri, sed absidas conuersas habent. Quid ergo aliud uolunt significare, quàm circa Solem esse centrum illorũ orbiũ? Ita profectò Mercurialis orbis intra Venereum, quem duplo & amplius maiorem esse conuenit, claudetur, obtinebitq; locum in ipsa amplitudine sibi sufficientem. Hinc sumpta occasione si quis Saturnum quoq;, Iouem & Martem ad illud ipsum centrũ conferat, dummodo magnitudinem illorum orbium tantam intelligat, quæ cum illis etiam immanentem contineat, ambiatq; terram, non errabit. quod Canonica illorum motuum ratio declarat. Cõstat enim propinquiores esse terræ semper circa uespertinum exortum, hoc est, quando Soli opponuntur, mediante inter illos & Solem terra: remotissimos autem à terra in occasu uespertino, quando circa Solem occultantur, dum uidelicet inter eos atq; terram Solem habemus. Quæ satis indicant, centrum illorũ ad Solem magis pertinere, & idẽ esse ad quod etiã Venus & Mercurius suas obuolutiones conferunt. At uero omnibus his uni medio innixis, necesse est id quod inter conuexum orbem Veneris & concauum Martis relinquitur spacium, orbem quoq;

siue

ſiue ſphæram diſcerni cum illis homocentrum ſecundum utranq; ſuperficiem, quæ terram cum pediſſequa eius Luna, & quicquid ſub lunari globo cõtinetur, recipiat. Nullatenus enim ſeparare poſſumus à terra Lunam citra controuerſiam illi proximam exiſtentem, præſertim cum in eo ſpacio conuenientem ſatis & abundantem illi locum reperiamus. Proinde non pudet nos fateri hoc totum, quod Luna præcingit, ac centrum terræ per orbem illum magnum inter cæteras errantes ſtellas annua reuolutione circa Solem tranſire, & circa ipſum eſſe centrũ mundi: quo etiam Sole immobili permanente, quicquid de motu Solis apparet, hoc potius in mobilitate terræ uerificari: tantam uero eſſe mũdi magnitudinem, ut cum illa terræ à Sole diſtantia, ad quoslibet alios orbes errantium ſyderum magnitudinem habeat, pro ratione illarum amplitudinum ſatis euidentem, ad nõ errantiũ ſtellarum ſphærã collata, non quæ appareat: quod facilius concedendum puto, quàm in infinitam penè orbium multitudinem diſtrahi intellectum: quod coacti ſunt facere, qui terrã in medio mũdi detinuerunt. Sed naturę ſagacitas magis ſequenda eſt, quæ ſicut maxime cauit ſuperfluum quiddam, uel inutile produxiſſe, ita potius unam ſæpe rem multis ditauit effectibus. Quæ omnia cum difficilia ſint, ac penè inopinabilia, nempè contra multorum ſententiam, in proceſſu tamen fauente Deo, ipſo Sole clariora faciemus, Mathematicam ſaltem artem non ignorantibus. Quapropter prima ratiõe ſalua manente, nemo enim conuenientiorem allegabit, quàm ut magnitudinem orbiũ multitudo temporis metiatur. Ordo ſphærarũ ſequitur in hũc modum, à ſummo capiens initium.

Prima & ſuprema omnium, eſt ſtellarum fixarum ſphæra, ſeipſam & omnia continens: ideoq; immobilis. nempe uniuerſi locus, ad quem motus & poſitio cæterorum omnium ſyderum conferatur. Nam quòd aliquo modo illam etiam mutari exiſtimant aliqui: nos aliam, cur ita appareat, in deductiõe motus terreſtris aſsignabimus cauſam. Sequitur errantium primus Saturnus, qui xxx. anno ſuum complet circuitum. Poſt hunc Iupiter duodecennali reuolutione mobilis. Deinde Mars, qui biennio circuit. Quartum in ordine annua reuolutio locum obtinet,

net, in quo terram cum orbe lunari tanquam epicyclo contineri diximus. Quinto loco Venus nono mense reducitur. Sextum deniq; locum Mercurius tenet, octuaginta dierum spacio circũ currens. In medio uero omnium residet Sol. Quis enim in hoc



pulcherimo templo lampadem hanc in alio uel meliori loco poneret, quàm unde totum simul possit illuminare? Siquidem non inepte quidam lucernam mundi, alij mentem, alij rectorem uocant. Trimegistus uisibilem Deum, Sophoclis Electra intuentẽ omnia. Ita profecto tanquam in solio regali Sol residens circum agentem gubernat Astrorum familiam. Tellus quoq; minime fraudatur lunari ministerio, sed ut Aristoteles de animalibus ait, maximã Luna cũ terra cognationẽ habet. Concipit interea à Sole terra, & impregnatur annuo partu. Inuenimus igitur sub

hac

hac ordinatione admirandam mundi ſymmetriam, ac certũ harmoniæ nexum motus & magnitudinis orbium: qualis alio modo reperiri non poteſt. Hic enim licet animaduertere, nõ ſegniter contemplanti, cur maior in Ioue progreſſus & regreſſus appareat, quàm in Saturno, & minor quàm in Marte: ac rurſus maior in Venere quàm in Mercurio. Quodq́ frequentior appareat in Saturno talis reciprocatio, quàm in Ioue: rarior adhuc in Marte, & in Venere, quàm in Mercurio. Præterea quòd Saturnus, Iupiter, & Mars acronycti propinquiores ſint terræ, quàm circa eorũ occultationem & apparitionem. Maxime uero Mars pernox factus magnitudine Iouem æquare uidetur, colore duntaxat rutilo diſcretus: illic autem uix inter ſecundæ magnitudinis ſtellas inuenitur, ſedula obſeruatione ſectantibus cognitus. Quæ omnia ex eadem cauſa procedunt, quæ in telluris eſt motu. Quòd autem nihil eorum apparet in fixis, immenſam illorũ arguit celſitudinem, quæ faciat etiam annui motus orbem ſiue eius imaginem ab oculis euaneſcere. Quoniã omne uiſibile longitudinem diſtantiæ habet aliquam, ultra quam non amplius ſpectatur, ut demonſtratur in Opticis. Quòd enim à ſupremo errantium Saturno ad fixarum ſphæram adhuc plurimum interſit, ſcintillantia illorum lumina demõſtrant. Quo indicio maxime diſcernuntur à planetis, quodq́ inter mota & non mota, maximam oportebat eſſe differentiam. Tanta nimirum eſt diuina hæc Opt. Max. fabrica.

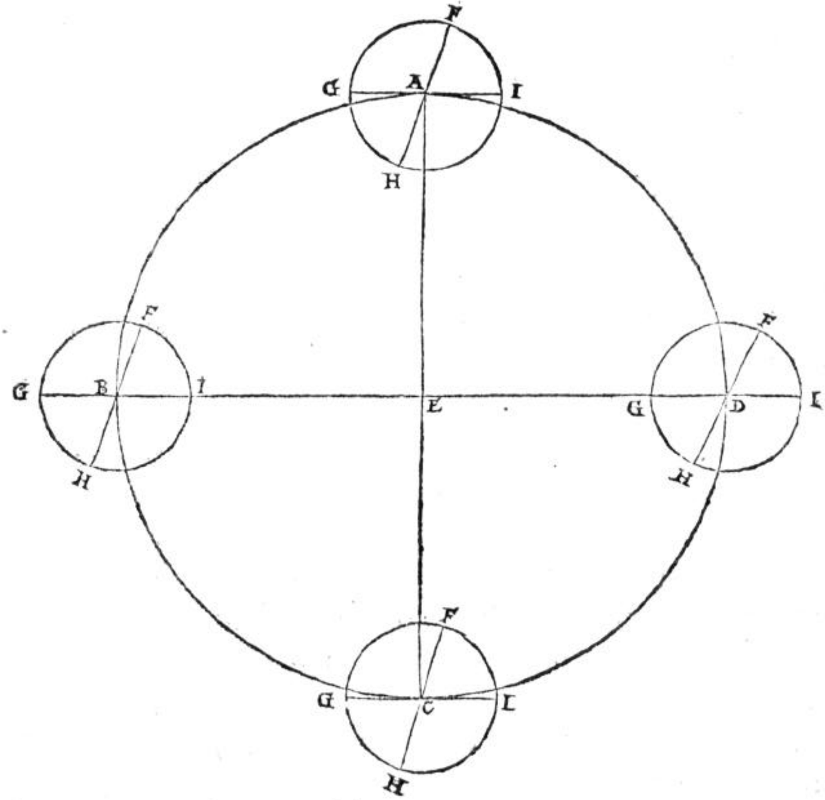
De triplici motu telluris demonſtratio. Cap. XI.

CVm igitur mobilitati terrenę tot tantaq́ errantium ſyderum conſentiant teſtimonia, iam ipſum motum in ſumma exponemus, quatenus apparentia per ipſum tanquã hypoteſim demonſtrentur, quẽ triplicẽ omnino oportet admittere. Primum quem diximus νυχθημέρινον à Græcis uocari, diei noctiſq́ circuitum proprium, circa axem telluris, ab occaſu in ortum uergentem, prout in diuerſum mundus ferri putatur, æquinoctialem circulum deſcribendo, quem nonnulli æquidialem dicunt, imitantes ſignificationem Græcorum,

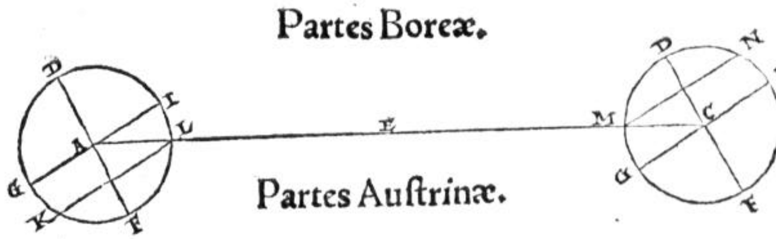
rum, apud quos ἰσημερινὸς uocatur. Secundus est motus centri annuus, qui circulum signorum describit circum Solem ab occasu similiter in ortũ, id est, in consequentia procurrens, inter Venerem & Martem, ut diximus, cum sibi incumbentibus. Quo fit ut ipse Sol simili motu zodiacum pertrãsire uideatur: Quemadmodum uerbi gratia, Capricornum cẽtro terræ permeante, Sol Cancrum uideatur pertransire, ex Aquario Leonem, & sic deinceps, ut diximus. Ad hunc circulum, qui per medium signorũ est, & eius superficiem, oportet intelligi æquinoctialem circulũ, & axem terræ conuertibilem habere inclinationem. Quoniam si fixa manerent, & non nisi centri motum simpliciter sequerentur, nulla appareret dierum & noctium inæqualitas, sed semper uel solsticium, uel bruma, uel æquinoctium, uel æstas, uel hyems, uel utcunq; eadem temporis qualitas maneret sui similis. Sequitur ergo tertius declinationis motus annua quoq; reuolutione, sed in præcedentia, hoc est, contra motum centri reflectẽs. Sicq; ambobus inuicem æqualibus ferè & obuijs mutuo, euenit: ut axis terræ, & in ipso maximus parallelorum æquinoctialis in eandem ferè mundi partem spectent, perinde ac si immobiles permanerent, Sol interim moueri cernitur per obliquitatem signiferi, eo motu quo cẽtrum terræ: nec aliter quàm si ipsum esset centrum mundi, dummodo memineris Solis & terræ distantiã uisus nostros iam excessisse in stellarum fixarum sphæra. Quæ cum talia sint, quæ oculis subijci magis quàm dici desiderãt, describamus circulum ABCD, quem repræsentauerit annuus centri terræ circuitus in superficie signiferi, & sit E circa centrum eius Sol. Quem quidem circulum secabo quadrifariam subtensis diametris AEC, & BED. Punctum A teneat Cancri principium, B Libræ, C Capricorni, D Arietis. Assumamus autem centrum terræ primum in A, super quo designabo terrestrem æquinoctialem FGHI, sed non in eodem plano, nisi quòd GAI dimetiens, sit circulorum sectio communis, æquinoctialis inquam, & signiferi. Ducto quoq; diametro FAH, ad rectos angulos ipsi GAI, sit F maximæ declinationis limes in Austrum, H uero in Boreã. His sanè sic propositis, Solem circa E centrũ uidebunt terrestres sub Capricorno brumalem cõuersionem facientem, quam maxima

decli-

declinatio Borea H ad Solem cõuersa efficit. Quoniam decliuitas æquinoctialis ad A E lineam per reuolutionem diurnam detornat sibi tropicum hyemalem parallelum secundum distantiam, quam sub E A H angulus inclinationis compræhendit. Proficiscatur modo centrum terræ in consequentia, ac tantundem F maximæ declinationis terminus, in præcedētia: donec utrique in B peregerint quadrantes circulorum. Manet interim E A I angu



lus semper æqualis ipsi A E B, propter æqualitatem reuolutionum, & dimetientes semper ad inuicem F A H ad F B H, & G A I ad G B I, æquinoctialisque æquinoctiali parallelus. Quæ propter causam iam sæpe dictam apparent eadem in immensitate cæli. Igitur ex B Libræ principio, E sub Ariete apparebit, concidetque sectio circulorum communis in unam lineam G B I E, ad quam diurna reuolutio nullam admittet declinationem, sed omnis declinatio erit à lateribus. Itaque Sol in æquinoctio uerno uidebitur. Pergat centrum terræ cum assumptis conditionibus, & peracto in C semicirculo, apparebit Sol Cancrum ingredi. At F austrina æquinoctialis circuli declinatio ad Solem conuersa, faciet illum Boreũ uideri æstiuum, tropicum percurrentem pro ratione anguli E C F inclinationis. Rursus auertente se F ad tertiũ circuli quadrantem, sectio communis G I in lineam E D cadet denuo, unde Sol in Libra spectatus, uidebitur Autumni æquinoctiũ confecisse. Ac deinceps eodem processu H F paulatim ad Solem se cõuertens, redire faciet ea quæ in principio unde digredi



cœpimus. Aliter. Sit itidem in subiecto plano A E C dimetiens, & sectio communis circuli erecti ad ipsum planum. In quo circa A & C, hoc est sub Cancro & Capricorno designetur per uices circulus terræ per polos, qui sit D G F I, & axis terræ sit D F: Boreus polus D, Austrinus F, & G I dimetiens circuli æquinoctialis. Quando igitur F ad Solem se conuertit, qui sit circa E, atq; æquinoctialis circuli inclinatio borea secundum angulum, qui sub I A E, tunc motus circa axem describet parallelũ æquinoctiali Austrinum secundum dimetientem K L, & distantiam L I tropicum Capricorni in Sole apparentem. Siue ut rectius dicam: Motus ille circa axem ad uisum A E superficiem insumit conicam, in centro terræ habentem fastigium, basim uero circulum æquinoctiali parallelum, in opposito quoq; signo C omnia pari modo eueniunt, sed conuersa. Patet igitur quomodo occurrentes inuicem bini motus, centri inquam, & inclinationis, cogunt axem terræ in eodem libramento manere, ac positione consimili, & apparere omnia, quasi sint solares motus. Dicebamus autem centri & declinationis annuas reuolutiones propemodum esse æquales, quoniam si ad amussim id esset, oporteret æquinoctialia, solsticialiaq; puncta, ac totam signiferi obliquitatem sub stellarum fixarum sphæra, haud quaquam permutari: sed cum modica sit

differen-

differentia,nõ nisi cũ tempore grandescens patefacta est: à Pto lemæo quidem ad nos usq; partium prope XXI. quibus illa iam anticipant. Quam ob causam crediderunt aliqui, stellarũ quoq; fixarum sphæram moueri, quibus idcirco nona sphæra superi or placuit, quæ dum nõ sufficeret, nunc recentiores decimam su peraddunt, nedum tamen finem assecuti, quem speramus ex mo tu terræ nos consecuturos. Quo tanquam principio & hypothe si utemur in demonstrationibus aliorum.

De magnitudine rectarum in circulo linearum. Cap. XII.

QVoniam demõstrationes, quibus in toto fermè ope re utemur, in rectis lineis & circumferentijs, in planis conuexisq; triangulis uersantur, de quibus etsi mul ta iam pateant in Euclideis elementis, non tamen ha bent, quod hic maxime quæritur, quomodo ex angulis latera, & ex lateribus anguli possint accipi. Quoniam angulus subten sam lineam rectam non metitur: sicut nec ipsa angulum, sed cir cumferentia. Quo circa inuetus est modus, per quem lineæ sub tensæ cuilibet circumferentiæ cognoscantur, quarum adminicu lo ipsam circumferentiam angulo respondentem, ac uiceuersa per circumferentiam rectam lineam, quæ angulum subtendit li cet accipere. Quapropter non alienũ esse uidetur, si de hisce line is tractauerimus. De lateribus quoq; & angulis tam planorum quàm etiam sphæricorum triangulorum, quæ Ptolemæus spar sim ac per exempla tradidit, quatenus hoc loco semel absoluan tur, ac deinde quæ traditiuri sumus fiant apertiora. Circulum autem communi Mathematicorum consensu in CCCLX. partes distribuimus. Dimetientem uero CXX. partibus asciscebant pri sci. At posteriores, ut scrupulorum euitarent inuolutionem in multiplicationibus & diuisionibus numerorum circa ipsas line as, quæ ut plurimum incõmensurabiles sunt longitudine, sæpi us etiam potentia, alij duodecies centena milia, alij uigesies, alij aliter rationalem constituerunt diametrum, ab eo tempore quo indicæ numerorum figuræ sunt usu receptæ. Qui quidem nume rus quemcunq; alium, siue Græcũ, siue Latinum singulari qua

dam

dam promptitudine ſuperat, & omni generi ſupputationum ap tiſsimæ ſeſe accommodat. Nos quoq; eam ob cauſam accepimus diametri 200000 partes tanquam ſufficientes, quæ poſsint errorem excludere patentem. Quæ enim ſe non habent ſicut numerus ad numerũ, in his proximum aſſequi ſatis eſt. Hoc autẽ ſex Theorematis explicabimus, & uno problemate, Ptolemæum ferè ſecuti;

Theorema primum.

DAto circuli diametro, latera quoq; trigoni, tetragoni, hexagoni, pentagoni, & decagoni dari, quæ idem circulus circumſcribit. Quoniã quæ ex centro, dimidia diametri æqualis eſt lateri hexagoni. Trianguli uero latus triplum, quadrati duplum poteſt eo quod ab hexagoni latere fit quadratum, prout apud Euclidem in elemẽtis demonſtrata ſunt. Dantur ergo longitudine hexagoni latus partium 100000. tetragoni partium 141422. trigoni partium 173205. Sit autem latus hexagoni A B, quod per XI. ſecundi, ſiue XXX. ſexti Euclidis, media & extrema ratione ſecetur in C ſigno, & maius ſegmentũ ſit C B, cui æqualis apponatᷣ B D. Erit igitur & tota A B D extrema & media ratione diſſecta, & minus ſegmentum appoſita, decagoni latus inſcripti circulo, cui A B fuerit hexagoni latus. quod ex quinta & nona XIII. Euclidis libri fit manifeſtum. Ipſa uero B D dabitur hoc modo, ſecetur A B bifariam in E: Patet per tertiam eiuſdem libri Euclidis, quòd E B D quintuplum poteſt eius quod ex E B. Sed E B datur longitudine partium 50000. à qua datur potentia quintuplũ, & ipſa E B D longitudine partium 111803. quibus ſi 50000 auferantur ipſius E B, remanet B D partium 61803 latus decagoni quæſitum. Latus quoq; pentagoni, quod poteſt hexagoni latus ſimul & decagoni datur partium 117557. Dato ergo circuli diametro, dãtur latera trigoni, tetragoni, pentagoni, hexagoni, & decagoni eidẽ circulo inſcriptibilium, quod erat demonſtrandum.

Poriſma.

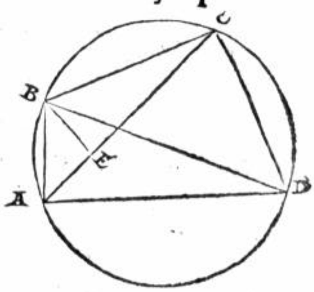
PRoinde manifeſtum eſt, quòd cum alicuius circumferentiæ ſubtenſa fuerit data, illam quoq; dari, quæ reliquam de ſemicir

micir

micirculo ſubtendit. Quoniam in ſemicirculo angulus rectus eſt. In rectangulis autem triangulis, quod à ſubtenſa recto angulo fit quadratum, hoc eſt diametri, æquale eſt quadratis factis à lateribus angulum rectum compræhendentibus. Quoniam igitur decagoni latus, quod XXXVI. partes circumferentiæ ſubtendit, demonſtratum eſt partium 61803. quarum dimetiens eſt 200000. Datur etiam quæ reliquas ſemicirculi CXLIIII. partes ſubtendit illarum partium 190211. Et per latus pentagoni, quod 117557, partibus diametri LXXII. partium ſubtendit differentiam, datur recta linea, quæ reliquas ſemicirculi CVIII. partes ſubtendit partium 161803.

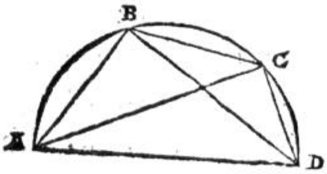
Theorema ſecundum.

SI quadrilaterum circulo inſcriptum fuerit, rectangulum ſub diagonijs compræhenſum, æquale eſt eis, quæ ſub lateribus oppoſitis cõtinentur. Eſto enim quadrilaterum inſcriptum circulo ABCD, aio, quod ſub AC & DB diagonijs continetur, æquale eſt eis quæ ſub AB, CD, & ſub AD, BC. Faciamus enim angulum ABE, æqualē ei qui ſub CBD. Erit ergo totus ABD angulus, toti EBC æqualis, aſſumpto EBD, utriq; communi. Anguli quoq; ſub ACB, & BDA ſibi inuicē ſunt æquales in eodem circuli ſegmento, & idcirco bina triangula ſimilia BCE, BDA, habebunt latera proportionalia, ut BC ad BD, ſic EC ad AD, & quod ſub EC & BD æquale eſt ei, quod ſub BC & AD. Sed & triangula ABE & CBD ſimilia ſunt, eo quòd anguli qui ſub ABE, & CBD facti ſunt æquales, & qui ſub BAC, & BDC eandem circuli circumferentiam ſuſcipientes ſunt æquales. Fit rurſum AB ad BD, ſicut AE ad CD, & quod ſub AB & CD ęquale ei, quod ſub AE & BD. Sed iã declaratũ eſt, quod ſub AD, BC tantũ eſſe, quantũ ſub BD, & EC. Coniunctim igitur quod ſub BD & AC æquale eſt eis, quæ ſub AD, BC, & ſub AB, CD. Quod oſtendiſſe fuerit oportunum.



Theorema tertium.

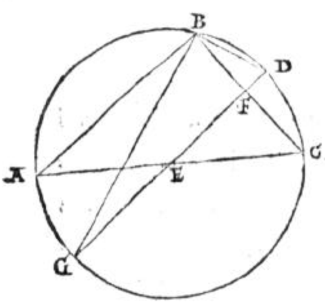
EX his enim, ſi inæqualium circumferentiarum rectæ ſubtenſæ fuerint datæ in ſemicirculo, eius etiam quo maior minorem excedit, ſubtenſa datur. Vt in ſemicirculo ABCD, & dimetiente A D datæ inæqualium circumferētiarum ſubtenſæ ſint A B & A C. Volentibus nobis inquirere ſubtendentem B C, dantur ex ſupradictis reliquarum de ſemicirculo circumferentiarum ſubtenſæ B D & C D, quibus cōtingit in ſemicirculo quadrilaterū A B C D.



Cuius diagonij A C & B D dantur, cum tribus lateribus A B, A D, & C D, in quo ſicut iam demōſtratum eſt, quod ſub A C & B D æquale eſt ei quod ſub A B, C D, & quod ſub A D & B C. Si ergo quod ſub A B & C D auferatur ab eo quod ſub A C, & B D. reliquum erit q̃d ſub A D & B C. Itaq; per A D diuiſorem quantum poſsibile eſt ſubtenſa B C numeratur quæſita. Proinde cum ex ſuperioribus data ſint uerbi gratia pentagoni & hexagoni latera, datur hac ratione ſubtendens gradus XII. quibus illa ſe excedunt, eſtq; partium illarum dimetientis 20905.

Theorema quartum.

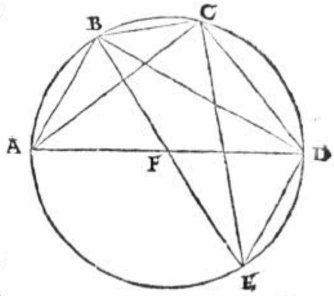
DAta ſubtendente quamlibet circumferentiam, datur etiam ſubtendens dimidiã. Deſcribamus circum A B C, cuius dimetiens ſit A C, ſitq; B C circumferentia data cum ſua ſubtenſa, & ex centro E, linea E F ſecet ad angulos rectos ipſam B C, quæ idcirco per tertiam tertij Euclidis ſecabit ipſam B C bifariam in F, & circumferentiam extenſa in D, ſubtendãtur etiam A B & B D. Quoniam igitur triangula A B C, & E F C rectangula ſunt, & inſuper angulum E C F habentes communem ſimilia, ut ergo C F dimidium eſt ipſi B F C, ſic E F ipſius A B dimidium, ſed A B datur quæ reliquam ſemicirculi circumferentiam ſubtendit, datur ergo & E F atq; reliqua D F à dimidia diametro, quæ cõpleatur & ſit D E G, & coniungatur B G. In triangulo igitur B D G ab angulo B recto deſcendit perpendicularis ad baſim ipſa B F. Quod igitur ſub G D F, æqualis eſt ei quæ ex B D. datur ergo B D longitudine, quæ dimidiam B D C circumferentiam ſubtendit. Cumq; iam data ſit, quæ gradus ſubtendit XII, datur etiã VI. gradibus ſubtẽſa partiũ 10467, & tribus gradibus partiũ 5235, & ſeſqui gradus 2618, & dodrantis partes 1309.



Theo

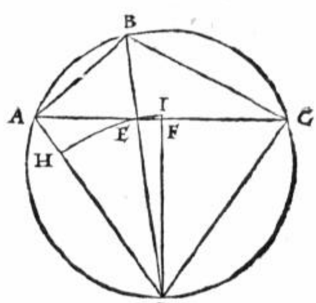
Theorema quintum.

RVrſus cum datæ fuerint duarum circumferentiarum ſubtenſæ, datur etiam quæ totam ex ijs compoſitam circumferentiã ſubtendit. Sint in circulo datæ ſubtenſæ A B & B C, aio totius etiam A B C ſubtenſam dari. Tranſmiſsis enim dimetientibus A F D, & B F E ſubtẽdantur etiam rectæ lineæ B D & C E, quæ ex præcedentibus dantur, propter A B & B C datas, & D E æqualis eſt ipſi A B. Cõnexa C D concludatur quadrangulum B C D E, cuius diagonij B D & C E cum tribus lateribus B C, D E, & B E dantur, reliquũ etiam C D per ſecundũ Theorema dabitur, ac perinde C A ſubtenſa tanquam reliqua ſemicirculi ſubtenſa datur totius circumferentiæ A B C, quæ quærebatur. Porrò cum hactenus repertæ ſint rectæ lineæ, quæ tres, quæ 1. s. quæ dodrantem unius ſubtendit: quibus interuallis poſsit aliquis canona exactiſsima ratione texere. Attamen ſi per gradus aſcendere, & aliũ alij coniungere, uel per ſemiſses, uel alio modo, de ſubtenſis earum partium nõ immerito dubitabit. Quoniam graphicæ rationes quibus demonſtrarentur, nobis deficiunt. Nihil tamen prohibet per alium modum, citra errorem ſenſu notabilem, & aſſumpto numero minime diſſentientem, id aſſequi. Quod & Ptolemæus circa unius gradus & ſemiſsis ſubtenſas, quæſiuit, admonendo nos primum.

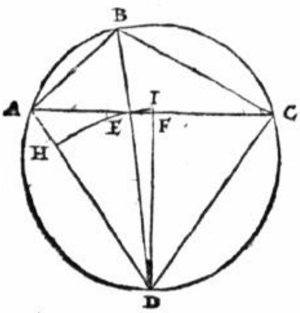


Theorema ſextum.

MAiorem eſſe rationem circumferentiarum, quàm rectarũ ſubtenſarũ maioris ad minorem. Sint in circulo duæ circumferẽtiæ inæquales coniunctæ, A B & B C, maior autem B C. Aio maiorem eſſe rationem B C ad A B, quàm ſubtenſarum B C ad A B, quæ comprehendant angulum B, qui biſariam diſpeſcetur per lineam B D, & coniungantur A C, quæ ſecet B D in E ſigno. Similiter & A D & C D, quæ æquales ſunt, propter æquales circumferentias, quibus ſubtenduntur. Quoniam igitur trianguli A B C linea, quæ per medium ſecat angulum, ſecat etiam A C in

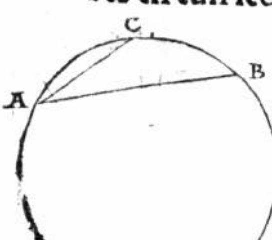


in E, erunt baſis ſegmenta E C ad A E, ſicut B C ad A B, & quoniam maior eſt B C quàm A B, maior etiam E C quàm E A, agatur D F perpendicularis ipſi A C, quæ ſecabit ipſam A C bifariam in F ſigno, quod neceſſarium eſt in E C maiori ſegmento inueniri. Et quoniam omnis trianguli, maior angulus à maiore latere ſubtenditur, in triangulo D E F, latus D E maius eſt ipſi D F, & adhuc A D maius eſt ipſi D E, quapropter D centro, interuallo autem D E, deſcripta circumferentia, A D ſecabit, & D F tranſibit. Secet igitur A D in H, & extendatur in rectã lineam D F I. Quoniam igitur ſector E D I maior eſt triangulo E D F. Triangulũ uero D E A maius D E H ſectori. Triangulũ igitur D E F, ad D E A triangulũ, minorẽ habebit rationẽ quam D E I ſector ad D E H ſectorem. Atqui ſectores circumferẽtijs ſiue angulis qui in centro: triangula uero quæ ſub eodem uertice baſibus ſuis ſunt proportionalia. Idcirco maior ratio angulorum E D F ad A D E, quàm baſiũ E F ad A E. Igitur & coniunctim angulus F D A, maior eſt ad A D E, quàm A F ad A E: Ac eodem modo C D A ad A D E, quàm A C ad A E. Ac diuiſim maior eſt etiam C D E ad E D A, quàm C E ad E A. Sunt autem ipſi anguli C D E ad E D A, ut C B circumferentia ad A B circumferentiam. Baſis autem C E ad A E, ſicut C B ſubtenſa ad A B ſubtenſam. Eſt igitur ratio maior C B circumferentiæ ad A B circumferentiam, quàm B C ſubtenſæ ad A B ſubtenſam, quod erat demonſtrandũ.



Problema.

AT quoniam circumferentia rectæ ſibi ſubtenſæ ſemper maior exiſtit, cum ſit recta breuiſsima earum quæ terminos habent eoſdem. Ipſa tamen inæqualitas, à maioribus ad minores circuli ſectiones ad æqualitatem tendit, ut tandem ad extremum circuli contactum recta & ambicioſa ſimul exeãt. Oportet igitur, ut ante illud abſq; manifeſto diſcrimine inuicem differant. Sit enim uerbi gratia A B circumferẽtia gradus III. & A C gradus I. S. A B ſubtendens demonſtrata eſt partium 5235. quarum dimetiens poſita eſt 200000. & A C earundem partium 2618. Et cum dupla ſit



A B cir

A B circumferentia ad A C, ſubtenſa tamen A B minor eſt quàm dupla ad ſubtẽſam A C, quæ unam tantummodo particulã ipſis 2617 ſuperaddit. Si uero capiamus A B gradum unum & ſemiſſem, ac dodrantem unius gradus, habebimus A B ſubtenſam partium quidem 2618, & A C partium 1309, quæ etſi maior eſſe debet dimidio ipſius A B ſubtenſæ, nihil tamen uidetur differre à dimidio, ſed eandem iam apparere rationem circumferentiarũ rectarumq́ʒ linearum. Cum ergo eouſqʒ nos perueniſſe uidemus: ubi rectæ & ambitioſæ differentia ſenſum prorſus euadit tanquam una linea factarum, non dubitamus ipſius dodrantis unius gradus 1309, æqua ratione ipſi gradui & reliquis partibus ſubtenſas accommodare, ut tribus partibus adiecto quadrante cõſtituamus unum gradum partium 1745, dimidium gradum partium 872½, atqʒ trientis partis 582 proxime. Veruntamen ſatis arbitror, ſi ſemiſſes duntaxat linearum duplam circumferentiam ſubtendentium, aſsignemus in canone, quo compendio, ſub quadrante compræhendemus, quod in ſemicirculum oportebat diffundi. Ac eo præſertim quòd frequentiori uſu ueniunt in demonſtrationem & calculum ſemiſſes ipſæ, quàm linearũ aſſes. Expoſuimus autem canonem auctum per ſextantes graduum, tres ordines habentem. In primo ſunt gradus ſiue partes circumferentiæ & ſextantes. Secundus continet numerum dimidiæ lineæ ſubtendentis duplam circumferentiam. Tertius habet differentiam ipſorum numerorum, quæ ſingulis gradibus interiacet, è quibus licet proportionabiliter addere quod ſingulis congruit ſcrupulis graduum. Eſt ergo tabula hæc.

Canon subtensarum in circulo rectarum linearum.

Circũferentiæ pt.	Circũferentiæ se.	Semisses dupl. circũferen.	Differentiæ	Circũferentiæ pt.	Circũferentiæ se.	Semisses dupl. circũferen.	Differentiæ
0	10	291	291	6	10	10742	289
0	20	582			20	11031	
0	30	873			30	11320	
0	40	1163			40	11609	
0	50	1454			50	11898	
1	0	1745		7	0	12187	
1	10	2036			10	12476	
1	20	2327			20	12764	
1	30	2617			30	13053	288
1	40	2908			40	13341	
1	50	3199			50	13629	
2	0	3490		8	0	13917	
2	10	3781			10	14205	
2	20	4071			20	14493	
2	30	4362			30	14781	
2	40	4653	291		40	15069	
2	50	4943	290		50	15356	287
3	0	5234		9	0	15643	
3	10	5524	290		10	15931	
3	20	5814			20	16218	
3	30	6105			30	16505	
3	40	6395			40	16792	
3	50	6685			50	17078	
4	0	6975		10	0	17365	
4	10	7265			10	17651	286
4	20	7555			20	17937	
4	30	7845			30	18223	
4	40	8135			40	18509	
4	50	8425			50	18795	
5	0	8715		11	0	19081	
5	10	9005			10	19366	285
5	20	9295			20	19652	
5	30	9585			30	19937	
5	40	9874	290		40	20222	
5	50	10164	289		50	20507	
6	0	10453	289	12	0	20791	

Canon subtensarum in circulo rectarum linearum.

Circũ-feren-tiæ.		Semiss. subtend dup. cir.	Dif-feren tiæ.	Circũ-feren-tiæ.		Semisses subtend. dup. cir.	Dif-feren tiæ.
pr.	sec.			pr.	sec.		
	10	21076	284		10	31178	276
	20	12350			20	454	6
	30	21644			30	730	6
	40	21928			40	32006	6
	50	22212			50	282	5
13	0	22495	283	19	0	557	5
	10	22778			10	832	5
	20	23062			20	33106	5
	30	23344			30	381	4
	40	23627			40	655	4
	50	23900	282		50	929	4
14	0	24192		20	0	34202	4
	10	24474			10	415	3
	20	24750			20	748	3
	30	25038	281		30	35021	3
	40	25319			40	293	2
	50	25601			50	562	2
15	0	25882		21	0	832	2
	10	26163			10	36108	1
	20	26443	280		20	379	1
	30	26724			30	650	1
	40	17004			40	920	0
	50	27284			50	37190	0
16	0	27564	279	22	0	460	270
	10	27843			10	739	269
	20	28122			20	999	9
	30	28401			30	38268	9
	40	28680			40	538	8
	50	28959	278		50	805	8
17	0	29237		23	0	39073	8
	10	29515			10	341	7
	20	29793			20	608	7
	30	30071	277		30	875	7
	40	30348			40	40141	6
	50	30625			50	408	6
18	0	30902		24	0	674	266

Canon subtensarum in circulo rectarum linearum.

Circũferentiæ. pr.	sec.	Semiss. subtend dup. cir.	Differentiæ.	Circũferentiæ. pr.	sec.	Semisses subtend. dup. cir.	Differentiæ.
	10	40939	265		10	50252	251
	20	41204	5		20	503	1
	30	469	5		30	754	0
	40	734	4		40	51004	0
	50	998	4		50	254	250
25	0	42262	4	31	0	504	249
	10	125	3		10	753	9
	20	788	3		20	52002	8
	30	43351	3		30	250	8
	40	393	2		40	498	7
	50	555	2		50	745	7
26	0	837	2	32	0	992	6
	10	44098	1		10	53238	6
	20	359	1		20	484	6
	30	620	0		30	730	5
	40	880	0		40	975	5
	50	45140	260		50	54220	4
27	0	399	259	33	0	464	4
	10	658	9		10	708	3
	20	916	8		20	951	3
	30	46175	8		30	55194	2
	40	433	8		40	436	2
	50	690	7		50	678	1
28	0	947	7	34	0	919	1
	10	47204	6		10	56160	0
	20	460	6		20	400	240
	30	716	5		30	641	239
	40	971	5		40	880	9
	50	48226	5		50	57119	8
29	0	481	4	35	0	358	8
	10	735	4		10	596	8
	20	989	3		20	833	3
	30	49242	3		30	58070	0
	40	495	2		40	307	7
	50	748	2		50	543	3
30	0	50000	252	36	0	779	9

Canon subtensarum in circulo rectarum linearum.

Circũferentiæ. pt.	scr.	Semiss. subtend dup. cir.	Differentiæ.
36	10	59014	235
	20	248	4
	30	482	4
	40	716	3
	50	949	3
37	0	60181	2
	10	414	2
	20	645	1
	30	876	1
	40	61177	0
	50	377	230
38	0	566	229
	10	795	9
	20	62024	9
	30	251	8
	40	479	8
	50	706	7
39	0	932	7
	10	63158	6
	20	383	6
	30	608	5
	40	832	5
	50	056	4
40	0	64279	3
	10	201	2
	20	423	2
	30	945	1
	40	65166	0
	50	386	220
41	0	606	219
	10	825	9
	20	66044	8
	30	262	8
	40	480	7
	50	697	7
42	0	913	6

Circũferentiæ. pt.	scr.	Semisses subtend. dup. cir.	Differentiæ.
42	10	67129	215
	20	344	5
	30	559	4
	40	773	4
	50	987	3
43	0	68200	2
	10	412	2
	20	624	1
	30	835	1
	40	69046	0
	50	256	210
44	0	466	209
	10	675	9
	20	883	8
	30	70091	7
	40	298	7
	50	505	6
45	0	711	5
	10	916	5
	20	71121	4
	30	325	4
	40	529	3
	50	732	2
46	0	934	2
	10	72136	1
	20	337	0
	30	537	200
	40	737	199
	50	937	9
47	0	73135	8
	10	333	7
	20	531	7
	30	728	6
	40	924	5
	50	74119	5
48	0	314	4

Canon subtensarum in circulo rectarum linearum.

Circūferentiæ pt.	Circūferentiæ scr.	Semisses dupl. circūferen.	Differentiæ
	10	508	4
	20	702	4
	30	896	4
	40	75088	2
	50	280	1
49	0	471	0
	10	661	190
	20	851	189
	30	76040	9
	40	299	8
	50	417	7
50	0	604	7
	10	791	6
	20	977	6
	30	77162	5
	40	347	4
	50	531	4
51	0	715	3
	10	897	2
	20	78079	2
	30	261	1
	40	442	0
	50	622	180
52	0	801	179
	10	980	8
	20	79158	8
	30	335	7
	40	512	6
	50	688	6
53	0	864	5
	10	80038	4
	20	212	4
	30	386	3
	40	558	2
	50	730	2
54	0	902	1

Circūferentiæ pt.	Circūferentiæ scr.	Semisses dupl. circūferen.	Diferentiæ
	10	81072	170
	20	242	169
	30	411	9
	40	580	8
	50	748	7
55	0	915	7
	10	82082	6
	20	248	5
	30	413	4
	40	577	4
	50	471	3
56	0	904	2
	10	83066	2
	20	228	1
	30	389	160
	40	549	159
	50	708	9
57	0	867	8
	10	84025	7
	20	182	7
	30	339	6
	40	495	5
	50	650	5
58	0	805	4
	10	959	3
	20	85112	2
	30	264	2
	40	415	1
	50	566	0
59	0	717	150
	10	866	149
	20	86015	8
	30	136	7
	40	310	7
	50	457	6
60	0	602	5

Canon subtensarum in circulo rectarum linearum.

Circũferentiæ pt.	sec.	Semiss. subtend dup. cir.	Differentiæ	Circũferentiæ pt.	sec.	Semisses subtend. dup. cir.	Differentiæ
	10	747	4	66	10	472	118
	20	892	4		20	590	7
	30	87036	3		30	706	6
	40	178	2		40	822	5
	50	320	2		50	936	4
61	0	462	1	67	0	92050	3
	10	603	140		10	164	3
	20	743	139		20	276	2
	30	882	9		30	388	1
	40	88020	8		40	499	110
	50	158	7		50	609	109
62	0	295	7	68	0	718	9
	10	431	6		10	827	8
	20	566	5		20	935	7
	30	701	4		30	93042	6
	40	835	4		40	148	5
	50	968	3		50	253	5
63	0	89101	2	69	0	358	4
	10	232	1		10	462	3
	20	363	1		20	565	2
	30	493	130		30	667	2
	40	622	129		40	769	1
	50	751	8		50	870	100
64	0	879	8	70	0	969	99
	10	90006	7		10	94068	8
	20	133	6		20	167	8
	30	258	6		30	264	7
	40	383	5		40	361	6
	50	507	4		50	457	5
65	0	631	3	71	0	452	4
	10	753	2		10	646	3
	20	875	1		20	739	3
	30	996	1		30	832	2
	40	91116	120		40	924	1
	50	235	119		50	95015	0
66	0	354	8	72	0	105	90

Canon ſubtenſarum in circulo rectarum linearum.

Circũferentiæ. pt.	ſe.	Semiſſes dupl. circũferen.	Differentiæ.	Circũferentiæ. pt.	ſe.	Semiſſes dupl. circũferen.	Differentiæ.
	10	95195	89		10	97875	59
	20	284	8		20	934	8
	30	372	7		30	992	8
	40	499	6		40	98050	7
	50	555	5		50	107	6
73	0	600	5	79	0	163	5
	10	715	4		10	218	4
	20	799	3		20	272	4
	30	882	2		30	325	3
	40	964	1		40	378	2
	50	96045	1		50	430	1
74	0	126	80	80	0	481	50
	10	206	79		10	531	49
	20	285	8		20	580	9
	30	363	7		30	629	8
	40	440	7		40	676	7
	50	517	6		50	723	6
75	0	592	5	81	0	769	5
	10	667	4		10	814	4
	20	742	3		20	858	3
	30	815	2		30	902	2
	40	887	2		40	944	2
	50	959	1		50	986	1
76	0	97030	70	82	0	99027	40
	10	009	69		10	047	39
	20	169	8		20	106	8
	30	237	8		30	144	8
	40	304	7		40	182	7
	50	371	6		50	219	6
77	0	437	5	83	0	255	5
	10	502	4		10	290	4
	20	566	3		20	324	3
	30	630	3		30	357	3
	40	692	2		40	389	2
	50	754	1		50	421	1
78	0	815	60	84	0	452	30

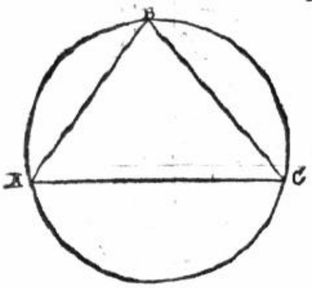
Canon ſubtenſarum in circulo rectarum linearum.

Circũferentiæ. pt.	ſec.	ſemiſſes ſubtend. dup. cir.	Differentiæ.	Circũferentiæ. pt.	ſec.	Semiſſes ſubtend. dupl. circ.	Differẽtiæ.
	10	99482	29		10	878	4
	20	511	8		20	892	3
	30	539	7		30	905	2
	40	567	7		40	917	2
	50	594	6		50	928	11
85	0	620	5	88	0	939	10
	10	644	4		10	949	9
	20	668	3		20	958	8
	30	692	2		30	966	7
	40	714	2		40	973	6
	50	736	21		50	979	6
86	0	756	20	89	0	985	5
	10	776	19		10	989	4
	20	795	18		20	993	3
	30	813	8		30	996	2
	40	830	7		40	998	1
	50	847	6		50	99999	0
87	0	863	5	90	0	100000	0

De lateribus & angulis triangulorum planorum rectilineorum. Cap. XIII.

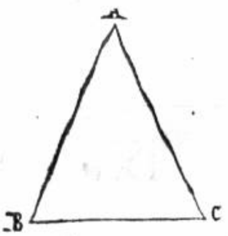
I.

TRianguli datorum angulorum dantur latera. Sit inquam, triangulum ABC, cui per quintum problema quarti Euclidis circumscribatur circulus. Erunt igitur & AB, BC, CA circumferentiæ datæ, eo modo, quo CCCLX. partes sunt duobus rectis æquales. Datis autem circumferentijs dantur etiam latera trianguli inscripti circulo tanquam subtensæ, per expositum Canonem, in partibus, quibus dimetiens assumpta est 200000.



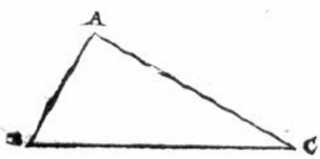
II.

SI uero cum aliquo angulorum duo trianguli latera fuerint data, & reliquum latus cũ reliquis angulis cognoscetur. Aut enim latera data æqualia sunt, aut inæqualia. Sed angulus datus aut rectus est, aut acutus, uel obtusus. Ac rursus latera data datũ angulum uel cõpræhendunt, uel non compræhendunt. Sint ergo primum in triangulo ABC duo latera, AB & AC, data æqualia, quæ angulum A datum compræhendunt. Cæteri igitur, qui ad basim BC cum sint æquales, etiam dantur, uti dimidia residui ipsius A, è duobus rectis. Et si qui circa basim angulus primitus fuerit datus, datur mox ipsi cõpar, atq; ex his duorum rectorum reliquus. Sed datorum angulorum trianguli dantur latera, datur & ipsa BC basis, ex Canone in partibus quibus AB uel AC tanq; ex centro fuerit 100000. partium siue dimetiens 200000. partium.



III.

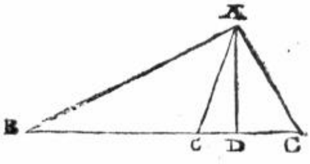
QVòd si angulus, qui sub BAC rectus fuerit datis compræhensus lateribus, idem eueniet. Quoniam liquidissimũ est, quòd quæ ex AB & AC fiunt quadrata, æqualia sunt ei,



ei,quod à basi B C, datur ergo lõgitudine B C, & ipsa latera inuicẽ ratione. Sed segmentum circuli quod orthogonum suscipit triangulum, semicirculus est, cuius B C basis dimetiens fuerit. Quibus igitur B C partibus fuerit 200000. dabũtur A B & A C, tanquã subtendentes reliquos angulos B C. Quos idcirco ratio Canonis patefaciet in partibus, quibus CCCLX. sunt duobus rectis æquales. Idem eueniet, si B C fuerit datum cum altero rectum angulum compræhendentium, quod iam liquide constare arbitror.

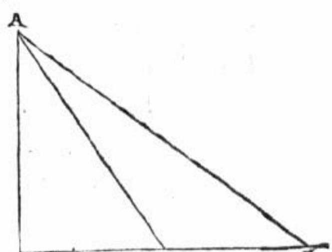
IIII.

SIt iam datus, qui sub A B C angulus acutus, datis etiam cõpræhensus lateribus A B & B C, & ex A signo descendat perpendicularis ad B C productam si oportuerit, prout intra uel extra triangulum cadat, quæ sit A D, per quam discernuntur duo orthogonij A B D & A D C, & quoniam in A B D dantur anguli, nam D rectus & B per hypothesim. Dantur ergo A D & B D tanquam subtendentes angulos A & B in partibus, quibus A B est 200000. dimetiens circuli per canonem. Et eadem ratione, qua A B dabatur longitudine, dantur A D & B D similiter, datur etiam C D, qua B C & B D se inuicem excedunt. Igitur & in triangulo rectangulo A D C datis lateribus A D & C D, datur latus quæsitum A C & angulus A C D per præcedentem demonstrationem.



V.

NEc aliter eueniet, si B angulus fuerit obtusus, quoniam ex A signo in B C extensam rectam lineam perpendicularis acta A D, efficit triangulum A B D datorum angulorum. Nam A B D angulus exterior ipsi A B C datur, & D rectus, dantur ergo B D & A D in partibus, quibus A B fuerit 200000. Et quoniam B A & B C rationem habent inuicem datam, datur ergo & A B earundem partium, quibus B D ac tota C B D. Idcirco & in triangulo rectangulo A D C, cum data sint duo latera A D & C D, datur etiam A C quæsitũ, & angulus B A C cum reliquo A C B, qui quærebatur.



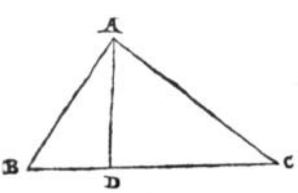
VI.

SIt iam alterutrum datorum laterum subtendens angulum B datum

datum, quod ſit A C cum A B, datur ergo per Canonem A C in partibus, quibus eſt dimetiens circuli circumſcribentis triangulum A B C partium 200000. & pro ratione data ipſius A C, ad A B, datur in ſimilibus partibus A B, atq; per canonẽ, qui ſub A C B angulus cum reliquo B A C angulo, per quem etiam C B ſubtẽſa datur, qua ratione data dantur quomodolibet magnitudine.

VII.

DAtis omnibus trianguli lateribus dãtur anguli. De Iſopleuro notius eſt, quàm ut indicetur, quòd ſinguli eius anguli trientem obtineant duorum rectorum. In Iſoſcelibus quoque perſpicuum eſt. Nam æqualia latera ad tertium ſunt, ſicut dimidia diametri ad ſubtendentem circumferentiam, per quem datur angulus æqualibus compræhenſus lateribus ex Canone, quibus circa centrum CCCLX. ſunt quatuor rectis æquales, deinde cæteri anguli qui ad baſim, etiam dantur è duobus rectis tanquam dimidia. Super eſt ergo nunc & in Scalenis triangulis id demonſtrari, quos ſimiliter in orthogonios partiemur. Sit ergo triangulum ſcalenum datorum laterum A B C, & ad latus, q́d longiſsimum fuerit, utputa B C, deſcendat perpendicularis A D. Admonet autem nos XIII. ſecundi Euclidis, quòd A B latus, quod acutũ ſubtendit angulum, minus ſit poteſtate cæteris duobus lateribus, in eo quod fit ſub B C & C D bis.

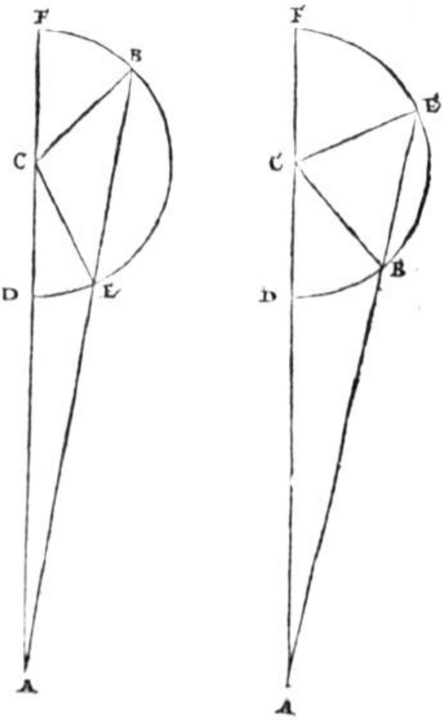


Nam acutum angulum C eſſe oportet, eueniet alioqui & A B longiſsimum eſſe latus contra hypotheſim, quod ex XVII. primi Euclidis & duabus ſequentibus licet animaduertere. Dantur ergo B D & D C, & erunt orthogonia A B D & A D C datorum laterum & angulorum, ut iam ſæpius eſt repetitum, quibus etiam conſtant anguli trianguli A B C quæſiti. Aliter.

Itidem cõmodius forſitan penultima tertij Euclidis nobis exhibebit, ſi per breuius latus, quod ſit B C, facto C centro, interuallo autem B C, deſcripſerimus circulum, qui ambo latera quæ ſuperſunt, uel alterum eorum ſecabit. Secet modo utrumq; A B in E ſigno, & A C in D, porrecta etiam linea A D C in F ſignum ad complendum diametrum D C F. His ita præſtructis manifeſtum eſt ex illo Euclideo præcepto: Quoniam quod ſub F A D æquale eſt

ei,

ei, quod sub B A E, cum sit utrunq; æquale quadrato lineæ, quæ ex A circulum contingit. Sed tota A F data est, cum sint omnia ipsius segmenta data, nempe C F, C D, æqualia ipsi B C, quę sunt ex centro ad circumcurrentem, & A D qua C A ipsam C D excedit. Quapropter & quod sub B A E datum est, & ipsa A E longitudine cũ reliqua B E subtendẽte circumferentiam B E. Connexa E C, habebimus triangulum B C E Isosceles datorũ laterum. Datur ergo angulus E B C, hinc & in triangulo A B C, reliqui anguli C & A per præcedẽtia cognoscẽtur. Nõ secet autẽ circulus ipsam A B, ut in altera figura, ubi A B in conuexam circumferentiam cadit, erit nihilo minus B E data, & in triangulo B C E Isoscele, angulus C B E datus, & exterior, qui sub A B C. ac eodem prorsus argumento demonstratiõis quo prius dãtur anguli reliqui. Et hæc de triangulis rectilineis dicta sufficiant, in quibus magna pars Geodesiæ consistit. Nunc ad Sphærica conuertamur.



De triangulis Sphæricis. Cap. XIIII.

TRiangulum cõuexum hoc loco accipimus eum, qui tribus maximorum circulorũ circumferentijs in superficie Sphærica continetur. Angulorũ uero differentiam & magnitudinẽ penes circumferentiã maximi circuli, qui in puncto sectionis tanquã polo describitur, quamq; circumferentiam circulorum quadrantes angulum compræhendentes interceperunt. Nam qualis est circumferentia sic intercepta ad totã circumcurrentem, talis est angulus sectionis ad quatuor rectos, quos diximus CCCLX, partes æquales continere.

I.

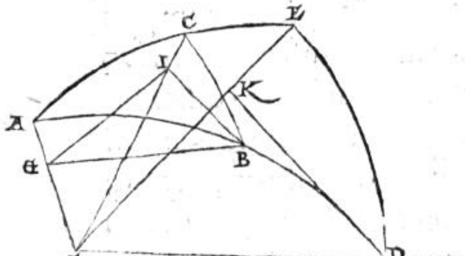
SI fuerint tres circumferentiæ maximorum circulorum ſphæræ, quarum duæ quælibet ſimul iunctæ, tertia fuerint longiores, ex his triangulum componi poſſe ſphæricum perſpicuum eſt. Nam quod hic de circũferentijs proponitur, XXIII. undecimi libri Euclidis demonſtrat de angulis, cum ſit eadem ratio angulorum & circumferẽtiarum, & circuli maximi ſunt qui per centrum ſphærę, patet quòd tres illi circulorum ſectores, quorũ ſunt circumferentiæ, apud centrum ſphæræ angulum conſtituunt ſolidum. Manifeſtum eſt ergo quod proponitur.

II.

QVamlibet circumferentiam trianguli hemicyclio minorẽ eſſe oportet. Hemicyclium enim nullum angulum circa centrum efficit, ſed in lineam rectam procumbit. At reliqui duo anguli, quorum ſunt circumferentiæ, ſolidum in centro concludere nequeunt, proinde neq; triangulum ſphæricum. Et hanc fuiſſe cauſſam arbitror, cur Ptolemæus in huiuſce generis triangulorum explanatione, præſertim circa figuram ſectoris ſphærici proteſtetur, ne aſſumptæ circumferentiæ ſemicirculo maiores exiſtant.

III.

IN triangulis ſphæricis rectum habentibus angulum ſubtendens dupũ lateris, quod recto opponitur angulo, ad ſubtenſam duplo alterius rectum angulum comprætendentium, eſt ſicut dimetiens ſphæræ, ad eam, quæ duplũ anguli ſub reliquo & primo lateribus cõpræhẽſi in maximo ſphærę circulo ſubtẽdit.



Eſto nanq; triangulum ſphæricum ABC, cuius C angulus rectus exiſtat. Dico quòd ſubtenſa dupli AB ad ſubtenſam dupli BC, eſt ſicut dimetiẽs Sphæræ, ad eam quæ in maximo circulo duplum anguli BAC ſubtendit. Facto in A polo, deſcribatur circumferentia maximi circuli DE, & compleantur quadrantes circulorum ABD & ACE. Et ex centro Sphærę F agantur communes circulorum ſectiones FA ipſorum ABD & ACE, ipſorum

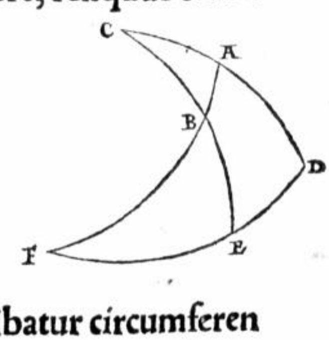
autem

autem A C B & D E sit F E, atque F D ipsorum A B D & D E. Insuper & F C circulorum A C & B C. Deinde ad angulos rectos agantur B G ipsi F A, B I ipsi F C, & D K ipsi F E, & connectatur G I.

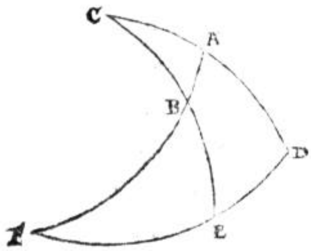
Quoniam igitur si circulus circulum per polos secat, ad angulos rectos ipsum secat, erit angulus qui sub A E D compræhenditur rectus, & A C B per hypothesim, & utrunque planum E D F, & B C F rectum ad ipsum A E F. Quapropter si ex signo ipsi F K E communi segmento ad rectos angulos in subiecto plano recta linea excitaretur, compræhēdet quoque cum K D angulum rectum, per rectorum ad inuicem planorum definitionem. Quapropter etiam ipsa K D per IIII. undecimi Euclidis ad A E F recta est. Ac eadem ratione B I ad idem planum erigitur, & idcirco ad inuicem sunt D K & B I per VI. eiusdem. Verum etiam G B, ad F D, eo quòd F G B, & G F D anguli sunt recti, erit per X. undecimi Euclidis, angulus F D K ipsi G B I æqualis. At qui sub F K D rectus est, & G I B per definitionem erectæ lineæ. Similium igitur triangulorum proportionalia sunt latera, & ut D F ad B G, sic D K ad B I. At B I est dimidia subtendentis duplum C B circumferentiam, quoniam ad angulum rectum est, ad eam, quæ ex centro F, & eadem ratione B G dimidia subtendentis duplum latus B A, & D K semissis subtendentis duplam D E, siue angulum dupli A, atque D F dimidia diametri sphæræ. Patet igitur, quòd subtēsa dupli ipsius A B, ad subtensam dupli B C, est sicut dimetiens ad eam quæ duplum anguli A, siue interceptæ circumferentiæ D E subtendit, quod demonstrasse fuerit oportunum.

IIII.

IN quocunque triangulo rectum angulum habente, alius insuper angulus fuerit datus, cum quolibet latere, reliquus etiam angulus cū reliquis lateribus dabitur. Sit enim triangulum A B C habens angulum A rectum, & cum ipso etiam alterutrum utputa B datum. De latere uero dato trifariam ponimus diuisionē, aut enim fuerit, qui datis adiacet angulis, ut A B, aut recto tantum, ut A C, aut qui opponitur recto, ut B C. Sit ergo primum A B latus datum, & facto in C polo describatur circumferen



tia maximi circuli D E, & completis quadrantibus C A D & C B E, producantur A B & D E, donec ſe inuicem ſecent in F ſigno. Erit ergo uiciſsim in F polus ipſius C A D, eo quòd circa A & D ſunt anguli recti. Et quoniam ſi in ſphæra maximi orbes ad rectos ſeſe inuicem ſecuerint angulos, bifariam & per polos ſe inuicem ſecant. Sunt ergo & A B F & D E F quadrantes circulorum, cumq; data ſit A B, datur & reliqua quadrantis B F, & angulus E B F ad uerticem ipſi A B C dato æqualis. Sed per præcedentem demonſtrationem ſubtenſa dupli E F ad ſubtendētem dupli E F, eſt ſicut dimetiens ſphæræ ad ſubtendētem duplum anguli E B F. Sed tres earum datæ ſunt, dimetiens ſphæræ, duplæ B F, atq; anguli dupli E B F, ſiue ſemiſſes ipſorū. Datur ergo per X V I ſexti Euclidis etiam dimidia ſubtendentis duplam E F per canonem ipſa E F circumferentia, & reliqua quadrantis D E, ſiue angulus C quæſitus. Eodem modo ac uiciſsim ſunt ſubtenſæ duplicium D E ad A B, & E B C ad C B. Sed tres iam datæ ſunt D E, A B, & E B C quadrantis circuli, datur ergo & quarta ſubtendens duplum C B, & ipſum latus C B quæſitum. Et quoniam ſubtenſę duplicium ſunt ipſorum C B ad C A, & B F ad E F: quoniam utrorumq; ſunt rationes ſicuti dimetientis ſphæræ ad ſubtenſam duplo C B A angulo, & quæ uni eædem ſunt rationes, ſibi inuicem ſunt eædem. Tribus iam igitur datis B F, E F, & C B, datur quarta C A, & ipſum C A tertium latus trianguli A B C. Sit iam A C latus aſſumptum in datis, propoſitumq́; ſit inuenire A B & B C latera, cum reliquo angulo C, habebit rurſum permutatim ſubtēnſa dupli C A ad ſubtenſam dupli C B eandem rationem, quam ſubtendens duplum A B C angulum ad dimetientem, quibus C B latus datur, & reliqua A D & B E ex quadrantibus circulorum. Ita rurſus habebimus ut ſubtenſam dupli A D ad ſubtenſam dupli B E, ſic ſubtenſam dupli A B F, & eſt dimetiens, ad ſubtenſam dupli B F. Datur ergo B F circūferētia, q̃dq́; ſupereſt A B latus. Simili ratiocinatiōe ut in pręcedētibus ex ſubtendentibus dupla B C, A B, & F B E, datur ſubtenſa dupli D E, ſiue angulus C reliquus. Porrò ſi B C fuerit in aſſumpto, dabitur rurſus ut antea A C, & reliquæ A D & B E, quibus per ſubtēſas



rectas

rectas lineas, & diametro, ut sępe dictū, datur B F circumferētia, & reliquum A B latus, ac subinde iuxta præcedēs Theorema, per B C, A B, & C B E datas proditur E D circumferentia, angulus uidelicet C reliquus, quem quærebamus. Sicq́ꝫ rursus in triangulo A B C duobus angulis A & B, datis, quorum A rectus existit cum aliquo trium laterum datus est angulus tertius cum reliquis duobus lateribus, quod erat demonstrandum.

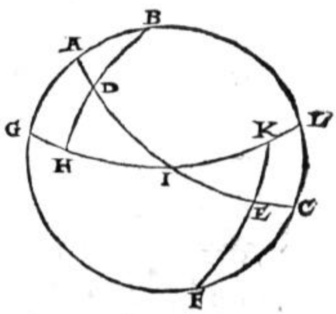
V.

TRianguli datorum angulorum, quorum aliquis rectus fuerit, dantur latera. Manente adhuc præcedente figura, ubi propter angulum C datum, datur D E circumferentia, & reliqua E F ex quadrāte circuli. Et quoniam B E F est angulus rectus, eo quòd B E descēdit à polo ipsius D E F, & qui sub E B F angulus, est ad uerticem dato. Triangulum igitur B E F rectum angulum E habens, & insuper B datum cum latere E F, datorum est angulorum & laterum per Theorema præcedens, datur ergo B F, & reliqua ex quadrante A B, ac itidem in triangulo A B C reliqua latera A C & B C dari per præcedentia demonstratur.

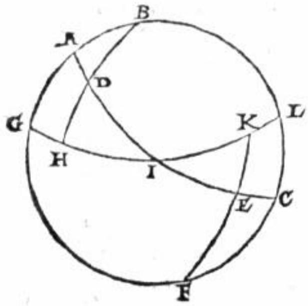
VI.

SI in eadem sphæra bina triangula rectum angulum, ac insuper alium æqualem habuerint, alterum alteri, unumq́ꝫ latus uni lateri æquale: siue quod æqualibus adiacet angulis: siue quod alterutro æqualium angulorum opponitur, reliqua quoque latera, reliquis lateribus, æqualia alterum alteri, ac angulum angulum angulo, reliquum reliquo æqualem habebunt.

Sit hemisphærium A B C, in quo suscipiantur bina triangula A B D & C E F, quorum anguli A & C sint recti, & præterea angulus A D B æqualis ipsi C E F, unumq́ꝫ latus uni lateri, & primum quod æqualibus ipsis adiacet angulis, hoc est, A D ipsi C E. Aio latus quoq́ꝫ A B lateri C F, & B D ipsi E F, ac reliquum angulū A B D reliquo C F E, esse æqualia. Sumptis enim in B & F polis, describantur maximorum circulorum quadrantes G H I & I K L, compleanturq́ꝫ A D I & C E I, quos se inuicem secare necesse est in polo hemisphęrij, qui sit in I signo, eo quòd



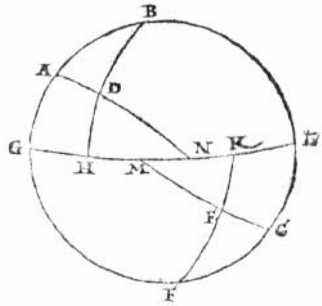
anguli circa A & C ſunt recti, atq; quod G H I & C E I per polos ipſius A B C circuli ſunt deſcripti. Quoniam igitur A D & C E aſſumuntur latera æqualia, erunt igitur reliquæ D I & I E æquales circumferentiæ, & anguli I D H & I E K, ſunt enim ad uerticem poſiti aſſumptorum æqualium, & qui circa H & K ſunt recti, & quæ uni ſunt eædem rationes, inter ſe ſunt eædem, erit par ratio ſubtenſæ dupli I D, ad ſubtenſam dupli H I, atq; ſubtenſæ duplicis B I ad ſubtenſam duplicis I K, cum ſit utraq; per tertium præcedens, ſicut dimetientis ſphæræ ad ſubtendentem duplum angulum I D H, ſiue æqualem dupli, qui ſub I E K. Et per XIIII. quinti Elementorum Euclidis, cum ſit ſubtendens duplam D I circumferentiam, æqualis ei, quæ duplam I E ſubtendit, erunt quoq; duplicibus ſubtenſæ I K & H I æquales, & quemadmodum in circulis æqualibus æquales rectæ lineæ circumferentias auferunt æquales, & partes eodem modo multiplicium in eadem ſunt ratione, erunt ipſæ ſimplices I H & I K circumferentiæ æquales, ac reliquæ quadrantium G H & K L, quibus conſtant anguli B & F æquales. Quapropter eadẽ quoq; ratio eſt ſubtenſæ duplicis A D ad ſubtenſam duplicis B D, atq; ſubtenſæ dupli C E ad ſubtenſam dupli B D, quæ ſubtenſæ duplicis E C ad ſubtenſam duplicis E F. Vtraq; enim eſt, ut ſubtendentis duplam H G ſiue æqualem ipſi K L ad ſubtenſam duplicis B D H, hoc eſt dimetientis per III. Theorema conuerſim, & A D eſt æqualis ipſi C E. Ergo per XIIII. quinti elementorum Euclidis B D æqualis eſt ipſi E F per ſubtenſas ipſis duplicibus rectas lineas. Eodem modo per B D & E F æquales, demonſtrabimus reliqua latera & angulos æquales. Ac uiciſsim ſi A B & C F aſſumãtur æqualia latera, eandem ſequentur rationis identitatem.



VII.

IAm quoq; ſi nõ fuerit angulus rectus, dummodo latus quod æqualibus adiacet angulis, alterum alteri æquale fuerit, itidẽ demonſtrabitur. Quemadmodum ſi binorum triangulorũ A B D & C E F, duo anguli B & D utcunq; fuerint æquales duobus angulis E & F, alter alteri, latus quoq; B D, quod adiacet æqualibus

bus angulis, lateri E F æquale. Dico rursus æquilatera & æquian gula esse ipsa triangula. Susceptis enim denuo polis in B & F, describantur maximorum circulorum circumferentiæ G H & K L. Et productæ A D & G H se secent in N, atque E C & L K similiter productæ in M. Quoniam igitur bina triangula H D N & E K M, angulos H D N & K E M habēt æquales, qui sunt ad uerticem assumptis æqualibus & qui circa H & K sunt recti per polos sectione, latera etiam D H & E K æqualia. Æquiangula sunt ergo ipsa triangula & æquilatera per præcedentem demonstrationem. Ac rursus quia G H & K L sunt æquales circumferētiæ propter angulos B & F positos æquales. Tota ergo G H N toti M K L æqualis per axioma additionis æqualium. Sunt igitur & hic bina triangula A G N & M C L habentia unum latus G N æqnale uni M L, angulum quoque A N G æqualem C M L, atque G & L rectos. Erunt ob id ipsa quoque triangula æqualium laterum & angulorum. Cum igitur æqualia ab æqualibus sublata fuerint, relinquentur æqualia A D ipsi C E, A B ipsi C F, atque B A D angulus reliquo E C F angulo. Quod erat demonstrandum.

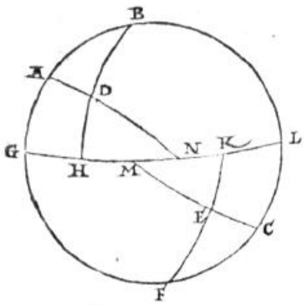


VIII.

ADhuc autē si bina triangula, duo latera duobus lateribus æqualia habuerint, alterū alteri, & angulum angulo æqualem, siue quem latera æqualia comprehendunt, siue qui ad basim fuerit, basim quoque basi, ac reliquos angulos reliquis habebunt æquales. Vt in præcedenti figura, sit latus A B æquale lateri C F, & A D ipsi C E. Ac primum angulus A, æqualibus comprehensus lateribus angulo C. Dico basim quoque B D, basi E F, & angulum B ipsi F, & reliquum B D A reliquo C E F esse æqualia. Habebimus enim bina triangula A G N & C L M, quorum anguli G & L sunt recti, atque G A N æqualem ipsi M C L, qui reliqui sunt æqualium, B A D & E C F. Æquiangula igitur sunt inuicem & æquilatera ipsa triangula. Quapropter ex æqualibus A D & C E relinquuntur etiam D N & M E æqualia. Sed iam patuit angulum qui sub D N H æqualem esse ei qui sub E M K, & qui circa H, K sunt recti, erūt quoque bina triangula D H N & E M K æqualiū inuicem angulorū

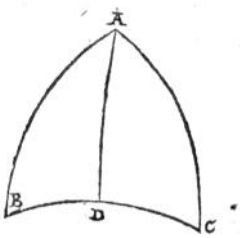
&

& laterum, è quibus etiam B D relinquetur æquale ipsi E F, & G H ipsi K L, quibus sunt B & F anguli æquales, ac reliqui A D B & F E C æquales. Quòd si pro lateribus A D & E C assumantur bases B D & E F æquales, æqualibus angulis obiecti, residentibus cæteris eodem modo demonstrabuntur, quoniam per angulos G A N & M C L æquales exteriores, & G C rectos, atque A G ipsi C L, habebimus itidem bina triangula A G N & M C L, quæ prius, æqualium inuicem angulorum & laterum. Illa quoque particularia D N H & M E K similiter propter H & K angulos rectos, & D N H, K M E æquales, atque D H & E K latera æqualia, quæ reliqua sunt quadrantium, è quibus eadem sequuntur, quæ diximus.



IX.

Isoscelium in Sphera triangulorum, qui ad basim anguli, sunt sibi inuicem æquales. Esto triangulum A B C, cuius duo latera A B & A C sint æqualia. Ab A uertice descendat maximus orbis, qui secet basim ad angulos rectos, hoc est per polos, sitque A D. Cum igitur binorum triangulorum A B D & A D C latus B A est æquale lateri A C, & A D utrique commune, & anguli, qui circa D recti, patet per præcedentem demonstratione͂, quòd anguli qui sub A B C & A C B sunt æquales, quod erat demonstrandu͂. Porisma hinc sequitur, quòd quæ per uerticem trianguli Isoscelis circumfere͂tia ad angulos rectos cadit in basim, basim simul & angulum æqualibus compræhensum lateribus, bifariam secabit, & è conuerso, quod constat per hanc præcedentem demonstrationem.



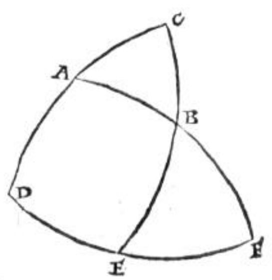
X.

Bina quælibet triangula in eadem Sphæra, æqualia latera habentia, alterum alteri, æquales etiam angulos habebunt alterum alteri sigillatim. Quoniam enim trina utrobique maximorum circulorum segmenta, pyramides constituunt fastigia habentes in centro sphæræ, bases autem triangula, quæ sub rectis lineis circumferentias triangulorum conuexorum subtendentibus plana continentur, suntque illæ pyramides similes & æquales

æquales, per definitionem æqualium similium solidarum figurarum. Ratio autem similitudinis est, ut angulos quocunq; modo susceptos, habeant adinuicem æqualem alterum alterius, habebunt ergo angulos ipsa triangula æquales inuicem, & præsertim qui generalius definiũt similitudinẽ figurarũ, eas esse uolũt, quęcunq; similes habent declinationes, ac in eisdem angulos sibi inuicem æquales. E quibus manifestum esse puto, in sphæra, triangula, quæ inuicẽ æquilatera sunt, similia esse, ut in planis.

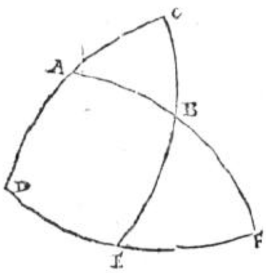
XI.

OMne triangulum, cuius duo latera fuerint data cum aliquo angulo, datorum efficitur angulorũ & laterum. Nam si latera data fuerint æqualia, erunt qui ad basim anguli æquales & deducta à uertice ad basim circumferẽtia ad angulos rectos, facile patebunt quæsita per Porisma nonæ. Sin autem fuerint data latera inæqualia, ut in triangulo ABC, cuius angulus A sit datus, cũ binis lateribns, quæ uel cõpræhendũt datũ angulũ, uel nõ compræhendunt. Sint ergo primũ cõpræhendẽtes, ipsum AB & AC data latera, & facto in C polo describatur circũferẽtia maximi circuli DEF, & cõpleãtur quadrãtes CAD & CBE, atq; AB productũ secet DE in F signo. Ita q̊q; in triangulo ADF datũ AD latus reliquũ quadrãtis ex AC. Angulus etiã BAD ex CAB ad duos rectos. Nã eadẽ est ratio angulorum atq; dimensio, qui rectarum linearum ac planorum sectione cõtingunt, & D angulus est rectus. Igitur per quartam huius erit ipsum triangulum ADF datorum angulorum & laterũ. Ac rursus trianguli BEF inuẽtus est angulus F, & E rectus per polum sectione, latus quoq; BF, quo tota ABF excedit AB. Erit ergo per idem Theorema & BEF triangulum datorum angulorum et laterum. Vnde ex BE datur BC reliquum quadrãtis & latus quæsitum, & ex EF reliquũ totius DEF, quod DE, & est angulus C, atq; per angulum qui sub EBF, is qui ad uerticẽ ABC quæsitus. Quòd si loco AB assumatur CB, quod dato opponitur angulo, idem eueniet. Dantur enim reliqua quadrantiũ AD & BE, atq; eodẽ argumẽto duo triangula ADF & BEF datorũ angulorum & laterũ, ut prius, è quibus triangulũ ABC propositũ datorũ sit laterũ & angulorũ, quod intendebatur.

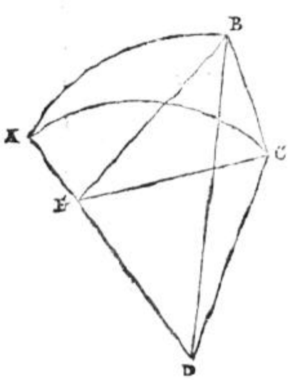


XII.

ADhuc autem si duo anguli utcunque dati fuerint cum aliquo latere, eadem euenient. Manente enim præstructione figuræ prioris, sint trianguli A B C, duo anguli A C B & B A C dati cum latere A C, quod utrique adiacet angulo. Porrò si alter angulorum datorum rectus fuisset, poterãt cætera omnia per quartum præcedens ratiocinando consequi. Hoc autem differre uolumus, quo minus sint recti. Erit igitur A D reliqua quadrantis ex C A D, & qui sub B A D angulus residuus ipsius B A C, è duobus rectis, atque D rectus. Igitur trianguli A F D per quartam huius dantur anguli cum lateribus: Ac per C angulum datum, datur D E circumferentia, & reliqua E F atque B E F rectus, & F angulus communis utrique triangulo. Dantur itidem per quartam huius B E & B F, quibus cætera constabũt latera A B & B C quæsita. Cæterum si alter angulorum datorum lateri dato oppositus fuerit, utputa, si A B C angulus detur, loco eius qui sub A C B remanentibus cæteris, constabit eadem demonstratione totum A D F triangulũ datis angulis & lateribus, ac particulare B E F triangulum similiter, quoniam propter angulum F utrique cõmunem, & E B F qui ad uerticem est dato, & E rectũ cuncta etiã latera eius dari in præcedẽtibus demonstratur, è quibus tandẽ sequũtur eadẽ quę diximus. Sunt enim hęc omnia mutuo semper nexu colligata, atque perpetuo, uti formam globi decet.

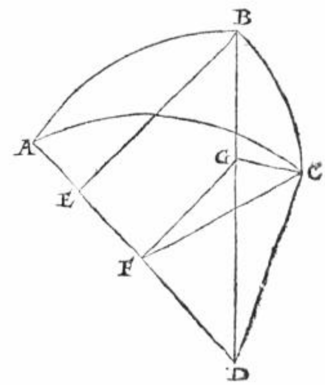


XIII.



TRianguli demũ datis omnibus lateribus dantur anguli. Sint trianguli A B C omnia latera data, aio omnes quoque angulos inueniri. Aut enim triangulum ipsum latera habebit æqualia, uel minime. Sint ergo primum æqualia A B, A C. Manifestum est, quòd etiam semisses subtendentium dupla ipsorũ æquales erunt. Sint ipsæ B E, C E, quæ se inuicem secabunt in E signo, propter æqualem earum distantiam à centro sphæræ in sectione circulorum cõmuni D E, quod patet per IIII. definitionẽ tertij Euclidis,

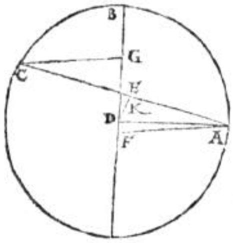
& eius conuersionem. Sed per III. eiusdem libri propositionem DEB angulus rectus est in ABD plano, & DEC similiter in plano ACD. Igitur angulus BEC est angulus inclinationis ipsorum planorum per IIII. definitionem undecimi Euclidis, quem hoc modo inueniemus. Cum enim subtensa fuerit recta linea BC, habebimus triangulum rectilineum BEC datorũ laterum per datas illorum circumferẽtias, fiet etiam datorum angulorum, & angulum BEC habebimus quæsitum, hoc est BAC sphæricum, & reliquos per præcedentia. Quòd si Scalenon fuerit triangulum, ut in secunda figura, manifestum est, quòd rectarum sub ipsis duplis semisses linearum minime se tangẽt. Quoniam si AC circumferentia maior fuerit ipsi AB, sub ipsa AC duplicata semissis, quæ sit CF, cadet inferius. Sin minor, superior erit, prout accidit tales lineas propinquiores remotioresq́; fieri à centro per XV. tertij Euclidis. Tunc autem ipsi BE parallelus agatur FG, quæ secet ipsam BD communem circulorum sectionum in G signo, & connectatur CG. Manifestũ est igit̃, quòd EFG angulus est rectus, nempe æqualis ipsi AEB, atq; EFC dimidia subtensa existente CF dupli ipsius AC etiam rectus. Erit igitur CFG angulus sectionis ipsorum AB, AC circulorum, quem idcirco etiam assequimur. Nam DF ad FG, est sicut DE ad EB, similes enim sunt DFG & DEB trianguli. Datur igitur FG in ijsdem partibus, quibus etiam FC data est. At in eadem ratione est etiam DG ad DB, dabitur etiam ipsa DG in partibus quibus est DC. 100000. Quinetiam qui sub GDC angulus, datus est per BC circumferentiam. Ergo per secundam planorum datur GC latus in eisdem partibus, quibus reliqua latera trianguli GFC plani, igitur per ultimam planorum habebimus GFC angulum, hoc est BAC sphæricum quæsitum, ac deinde reliquos p̃ XI. sphæricorum percipiemus.



XIIII.

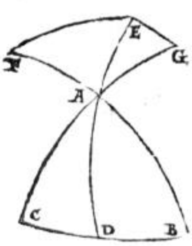
SI data circumferẽtia circuli secetur utcunq;, ut utrunq; segmẽtorum sit minus semicirculo, & ratio dimidiæ subtendentis unius segmenti, ad dimidium subtendentis duplum alterius data fueta fuerit, dabuntur etiam ipsorum segmentorum circumferẽtię.

Detur enim circumferentia A B C, circa D centrũ, quæ utcunq; secetur in B signo, ita tamen ut segmenta sint semicirculo minora, fuerit autem ratio dimidiæ sub duplo A B ad dimidiam sub duplo B C aliquo modo in longitudine data, aio etiam A B & B C dari circumferentias. Subtendatur enim A C recta, quam secet dimetiens in E signo, à terminis autem A C perpendiculares cadant ad ipsam dimetientẽ, quæ sint A F, C G, quas oportet esse semisses sub duplis A B & B C. Triangulorũ igitur A E F & C E G rectangulorũ anguli, qui ad E uerticem sunt æquales, & ipsi propterea trianguli æquianguli ac similes, habẽt latera proportionalia æquales angulos respicientia. Vt A F ad C G, sic A E ad E C. Quibus igitur numeris A F uel G C data fuerint, habebimus in ijsdem A E & E C, dabitur ex his tota A E C in eisdẽ. Sed ipsa subtendens A B C circumferẽtiam datur in partibus, quibus quæ ex centro D E B, quibus etiam ipsius A C dimidia A K, & reliqua E K. Coniungantur D A & D K, quæ etiam dabuntur in eisdem partibus, quibus D B, tanquam semissis subtendentis reliquum segmẽtum ipsius A B C à semicirculo, compræhensum sub angulo D A K, & angulus igitur A D K datur, compræhendens dimidiã A B C circũferentiã. Sed & trianguli E D K duobus lateribus datis, & angulo E K D recto, dabitur etiam E D K, hinc totus sub E D A angulus compræhendens A B circumferentiam, qua etiam reliqua C B constabit, quarum expetebatur demonstratio.



XV.

TRianguli datis omnibus angulis, etiam nullo recto, dantur omnia latera. Esto triangulum A B C, cuius omnes anguli sint dati, nullus autem eorum rectus. Aio omnia q̃q; latera eius dari. Ab aliquo enim angulorum ut A descẽdat per polos ipsius B C circumferentia A D, quæ secabit ipsum B C ad angulos rectos, ipsaq; A D cadet in triangulum, nisi alter angulorũ B uel C ad basim obtusus esset, & alter acutus, quod si accideret, ab ipso obtuso deducendus esset ad basim. Completis igitur quadrantibus B A F, C A G, D A B, factisq; polis in B C, describantur circumferẽ



tiæ

tiæ E F, E G. Erunt igitur & circa F G anguli recti. Triangulorum igitur rectum angulum habentium erit ratio dimidiæ, quæ ſub duplo A E, ad dimidiam ſub duplo E F, quæ dimidia diametri ſphæræ ad dimidiam ſubtendentis duplum anguli E A F. Similiter in triangulo A E G angulum rectum habente G, ſemiſsis quæ ſub duplo A E ad ſemiſſem, quæ ſub duplo E G, eandem habebit rationem, quam dimidia diametri ſphæræ ad dimidiam, quæ duplum anguli E A G ſubtendit. Per æquam igitur rationem dimidia ſub duplo E F ad dimidiam ſub duplo E G rationem habebit, quam ſemiſsis ſub duplo anguli E A F ad ſemiſſem ſub duplo anguli E A G. Et quoniam F E, E G circumferentiæ datæ ſunt, ſunt enim reſidua, quibus anguli A & B differunt à rectis. Habebimus ergo ex his rationem angulorum E A F & E A G, hoc eſt B A D ad C A D, qui illis ad uerticem ſunt, datos. Totus autem B A C datus eſt. Per præcedens igitur Theorema etiam B A D & C A D anguli dabuntur. Deinde per quintum, latera A B, B C, A C, C D, totumq; B C aſſequemur.

Hæc obiter de Triangulis, prout inſtituto noſtro fuerint neceſſaria modo ſufficiant. Quæ ſi latius tractari debuiſſent, ſingulari opus erat uolumine.

Finis primi libri.