



Rys. 1.7. Pokonywanie zakrętów jest szczególnie niebezpieczne na motocyklach – duża masa kół powoduje, że efekt żyroskopowy jest duży i dla skrótu trzeba pochylić motocykl. a) Źródłem siły dośrodkowej jest siła tarcia szosy o oponę (strzałka niebieska), jest ona *niewiększa* niż siła *nacisku* opon na szosę (a ta równa ciężarowi motocyklisty i motocykla, strzałka czerwona); na motocyklistę działa też siła odśrodkowa bezwładności (jasnozielona) – suma tych dwóch sił wyznacza kierunek pochylenia motocykla; b) jeśli z powodu nadmiernej szybkości siła dośrodkowa przekroczy *możliwą* największą wartość siły tarcia, motocykl (żyroskopowo) utrzymuje swój kierunek ruchu ale dla motocyklisty skutki są bolesne! [źródło: TV Italia 1]

#### 1.4. Ruch po okręgu – siła dośrodkowa

W poprzednim paragrafie pokazaliśmy, że z ruchem po okręgu wiąże się *przyspieszenie* dośrodkowe. Jeżeli takie przyspieszenie występuje, musi ono mieć swoją przyczynę, czyli *siłę*. Siłę powodującą ruch po okręgu nazywamy *siłą dośrodkową*. Co jest przyczyną siły dośrodkowej?



Rys. 1.8. Siła dośrodkowa jako przyczyna ruchu po okręgu. a) Na pochylonym torze rowerowym jest nią nie tyle siła tarcia opon o tor (jak w wyścigach motocyklowych) co siła wypadkowa (żółta) będąca sumą siły ciężkości (czerwonej) i siły reakcji toru (niebieskiej); b) w przyspieszaczach elektronów (tzw. synchrotronie) źródłem siły dośrodkowej zakrzywiającej tor elektronów jest odpowiednio ukształtowane pole magnetyczne; nie cały tor elektronów jest zakrzywiony – tylko tam, gdzie są magnesy [źródło: RAI, DESY]

Przyczyn siły dośrodkowej może być tyle, ile przyczyn sił „zwykłych”. Dla kuli na końcu sportowego „młota” jest to siła, z którą ciągnie tę kulę miotacz (rys. 1.10a), dla planet jest to siła grawitacji ze strony Słońca, dla motocykla i samochodu na zakręcie jest to siła tarcia (rys. 1.7a), dla roweru na pochylonym torze jest to również składowa siła reakcji toru, (rys. 1.8a), dla cząstek elementarnych w centrum badań jądrowych CERN jest to pole magnetyczne

(rys.1.8b), dla elektronów w atomie jest to siła elektrostatyczna (rys. 1.10b). Ile wynosi siła dośrodkowa? Jest to bardzo proste, biorąc pod uwagę II zasadę dynamiki Newtona: siła  $F$  jest proporcjonalna do przyspieszenia  $a$  i do masy  $m$  przyspieszanego ciała

$$F = ma \quad (1.9)$$

Podkreślamy, zgodnie z zapisem (1.9), że i siła i przyspieszenie są wektorami, więc kierunek siły jest taki sam jak przyspieszenia. Siła dośrodkowa, powodująca ruch ciała po okręgu ma kierunek taki jak przyspieszenie poruszającego się ciała, czyli do środka okręgu.

Powodem ruchu po okręgu jest występowanie siły dośrodkowej.

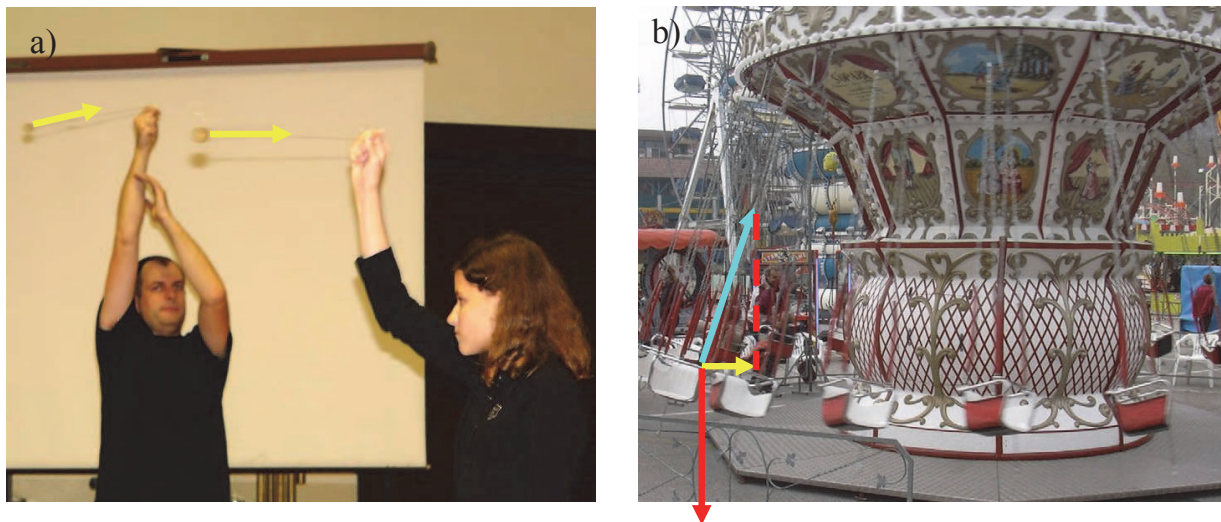
Jeżeli ruch ten jest *jednostajny*, siła dośrodkowa jest *jedyną* siłą działającą na poruszające się (po okręgu) ciało.

Biorąc pod uwagę równanie (1.6) na przyspieszenie dośrodkowe z łatwością znajdujemy wyrażenie na wartość *siły* dośrodkowej

$$F = m \frac{v^2}{R} \quad (1.10)$$

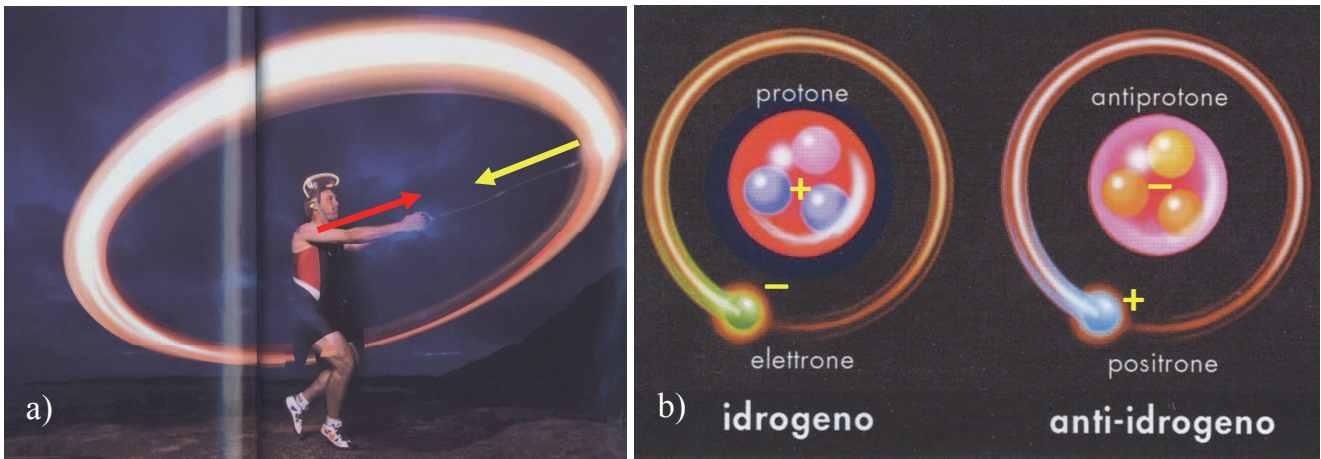
Siła dośrodkowa jest proporcjonalna do masy ciała i do przyspieszenia dośrodkowego. Poprzez przyspieszenie dośrodkowe, również *siła* dośrodkowa zależy od *prędkości* ciała i *promienia* okręgu.

Podkreślamy, że siła dośrodkowa musi być zawsze „odpowiednia” do wymaganej trajektorii, tj. dla prędkości ruchu i promienia okręgu, zgodnie z równaniem (1.10). W odróżnieniu od *przyspieszenia* dośrodkowego, *siła* dośrodkowa *zależy* też od masy. Wyjaśnimy to dokładniej na kolejnych rysunkach.



**Rys. 1.9.** a) Wartość siły dośrodkowej (żółta strzałka) zależy od przyspieszenia dośrodkowego ale również od masy poruszającego się ciała – dla kręcenia piłką tenisową nie potrzeba zawodowego atlety; b) dla siodelka karuzeli źródłem siły dośrodkowej (żółta strzałka) jest wypadkowa siły ciężkości (czerwona strzałka) i naciągu liny (strzałka niebieska).

Jak widać z porównania fot. 1.9a i 1.10a, jeżeli do zakręcenia ciężką, żelazną kulą potrzebny jest zawodowy atleta, to do zakręcenia piłką tenisową wystarczy uczennica gimnazjum: przy tej samej prędkości (liniowej) kuli i tym samym promieniu okręgu, większej siły trzeba użyć do kręcenia większą masą. Foto 1.10a pokazuje jeszcze jedną zależność: miotacz działa siłą na kulę ale i kula działa na miotacza siłą reakcji, o tej samej wartości ale przeciwnym zwrocie. Kula zatacza okręgi ale i miotacz również – mniejsze, bo ma większą masę.



**Fot. 1.10.** Siła dośrodkowa jako przyczyna ruchu po okręgu. **a)** Dla miotanej kuli w rzucie „młotem” źródłem siły dośrodkowej (żółta strzałka) jest miotacz; na miotacza działa siła reakcji (czerwona) o tej samej wartości a przeciwnym zwrocie; masa miotacza jest większa niż kuli, więc jego przyspieszenie dośrodkowe jest mniejsze – miotacz zatacza mniejszy okrąg niż kula (aureola nad głową) (źródło: National Geographic); **b)** dla (ujemnego) elektronu w atomie wodoru i (dodatniego) antyelektronu w antywodorze siłą dośrodkową jest przyciąganie elektrostatyczne od jądra: od dodatniego protonu w wodorze, a od ujemnego antyprotonu w antywodorze (źródło: Il Nuovo Saggiatore)]

### Przykład 1.3

Zakręt ma promień 50 metrów. Oblicz, jaka siła dośrodkowa działa na samochód, jeśli pokonuje on ten zakręt z prędkością  $v = 20$  m/s (czyli 72 km/h) a jego masa wynosi  $m = 1000$  kg. Jaka siła działa na samochód ciężarowy o masie  $M = 20$  ton, poruszający się z prędkością  $V = 36$  km/h ?

Dane:

$$\begin{aligned} R &= 50 \text{ m} & v &= 20 \text{ m/s} \\ m &= 1000 \text{ kg} & V &= 10 \text{ m/s} \\ M &= 20\,000 \text{ kg} \end{aligned}$$

Siłę dośrodkową obliczamy ze wzoru (1.10)  $F = \frac{mv^2}{R}$ .

Podstawiając wartość liczbowe otrzymujemy dla samochodu osobowego

$$F = 1000 \cdot (20)^2 / 50 = 8000 \text{ N}$$

Jest to bardzo duża siła, w porównaniu z siłą ciężkości (ciężarem) samochodu, który wynosi 9810 N – samochód ryzykuje wypadnięcie z szosy.

Dla samochodu ciężarowego

$$F = 20\,000 \cdot (10)^2 / 50 = 40\,000 \text{ N}$$

Jest to więcej niż siła dośrodkowa dla wspomnianego samochodu osobowego, ale w porównaniu z ciężarem samochodu ciężarowego (196 200 N) *stosunkowo* mniej.

### Przykład 1.4

Jaka jest największa prędkość, przy której na śliskiej szosie nie wypadnie z niej samochód o masie 1000 kg, jeśli współczynnik tarcia wynosi  $f = 0,3$  a promień zakrętu wynosi 60 metrów? Ile wynosi siła tarcia statycznego działająca na samochód?

Dane:

$$R = 60 \text{ m} \quad f = 0,3$$

$$m = 1000 \text{ kg}$$

Szukane:  $v$ ?

Samochód nie wypadnie z szosy, o ile siła tarcia będzie dostatecznie duża, aby powodować ruch po torze kolistym (tzn. o ile będzie pełniła rolę siły dośrodkowej).

Maksymalna siła  $T$  tarcia kół o szosę<sup>10</sup> jest równa sile nacisku  $mg$ , gdzie  $g$  jest przyspieszeniem ziemskim, pomnożonej przez współczynnik tarcia statycznego  $f$ .

$$T = fmg = 0,3 \cdot 1000 \cdot 9,81 = 2980 \text{ N}$$

Siłę dośrodkową obliczamy ze wzoru  $F = mv^2/R$

Dla znalezienia maksymalnej prędkości przyrównujemy siłę tarcia i siłę dośrodkową

$$fmg = \frac{mv^2}{R}$$

Masa  $m$  występująca po obu stronach równania upraszcza się i po przekształceniach otrzymujemy

$$v = \sqrt{(fRg)}$$

Podstawiając wartości liczbowe otrzymujemy

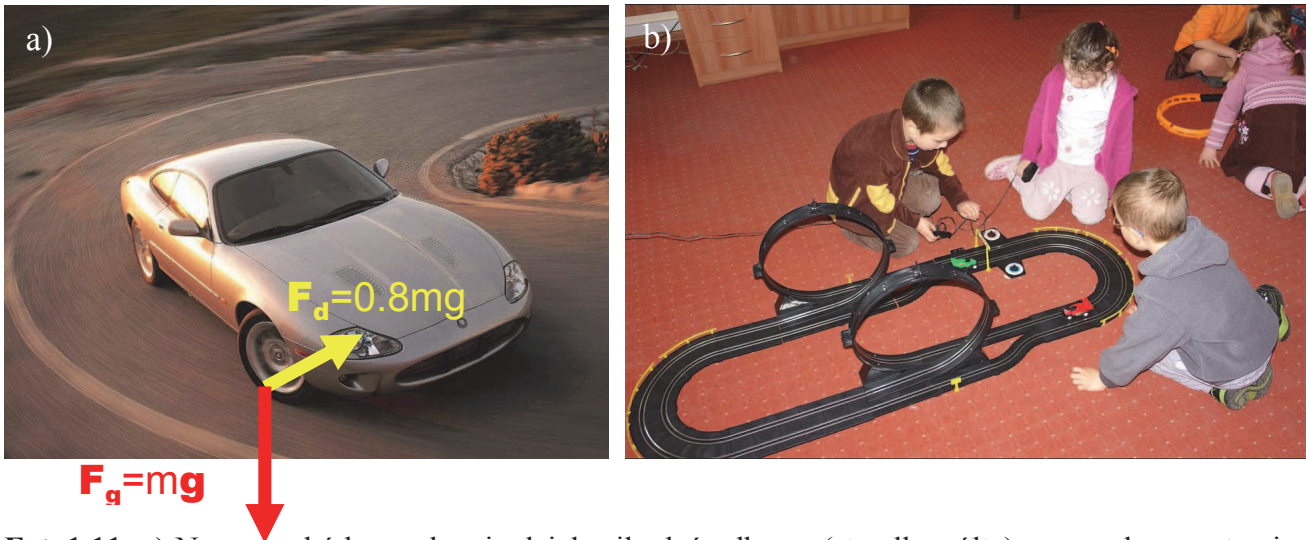
$$v = \sqrt{(0,3 \cdot 60 \cdot 9,81)} = 13 \text{ m/s}$$

Przeliczając tę prędkość na kilometry na godzinę otrzymujemy

$$v = 13 \cdot 3600 / 1000 = 47,8 \text{ km/h}$$

W warunkach mokrej szosy samochód *na pewno* wypadnie z tego zakrętu, jeśli będzie jechał z prędkością 48 km/h lub większą. Prędkość ta nie zależy od masy samochodu a jedynie od współczynnika tarcia opon o szosę (czyli stanu opon i nawierzchni szosy).

Nawet w warunkach idealnej szosy i najlepszych opon jak w Formule 1, tzn. zakładając współczynnik tarcia  $f=1$ , samochód wypadnie z szosy, jeśli na tym zakręcie będzie poruszał się z prędkością 24,3 m/s, czyli 87 km/h. Rozumiesz teraz, dlaczego nawet w Formule 1 kierowcy bardzo zwalniają przed ostrymi zakrętami! Sprawdź obliczenia, jeśli nie wierzysz.



**Fot. 1.11. a)** Na samochód na zakręcie działa siła dośrodkowa (strzałka żółta), spowodowana tarcieniem kół o nawierzchnię – źródłem tej siły jest szosa. Siła tarcia statycznego, zależy od ciężaru samochodu (strzałka czerwona) oraz współczynnika tarcia  $f$  i „dostosowuje się” do roli siły dośrodkowej, przyjmując w zależności od przyspieszenia dośrodkowego wartości od 0 do  $fmg$ ; tu założyliśmy  $f=0,8$ ; samochód wpada w poślizg, gdy siła tarcia staje się zbyt mała dla zadanej trajektorii i prędkości ruchu; **b)** zależność siły dośrodkowej od masy nie powinna wprowadzać w błąd kierowców: i dla ciężarówki i dla zabawkowego samochodu próba zbyt szybkiego pokonaniu zakrętu powoduje **wypadnięcie** z szosy; stabilność na zakręcie zależy od tego, czy siła tarcia (większa dla cięższego samochodu) jest wystarczająco duża w porównaniu z siłą dośrodkową; siła tarcia jest zawsze **mniejsza** od ciężaru  $mg$ .

<sup>10</sup> Rozważamy działanie siły tarcia w kierunku poprzecznym do kierunku toczenia się kół. W kierunku poprzecznym tarcie ma charakter statyczny – koło nie ślizga się ani nie toczy.