

(Niezbyt krótka) historia o cząstkach elementarnych

Fizyka jądrowa i cząstek elementarnych jest częścią programu klasy I wszystkich szkół ponadgimnazjalnych.

Grzegorz Karwasz

Przeglądając strony internetowe, nawet renomowanych instytucji, i słuchając studentów po kursie fizyki jądrowej, odnosi się wrażenie, że więcej jest w wyjaśnianiu kwarków i bozonów „machania rękoma” – meksykańskich kapeluszy i tłoczących się gości bufetowych lub la-granżjanów ze spontanicznie złamaną symetrią – niż zrozumienia fizyki, a raczej pojęcia naszych ograniczeń w rozumieniu tej fizyki. Temu jest poświęcona ta (niezbyt) krótka nota. Artykuł, dla uzyskania dydaktycznej jasności, zawiera liczne naukowe uproszczenia. Wersja multimedialna [1], z odnośnikami, znajduje się na stronie Zakładu Dydaktyki Fizyki Uniwersytetu Mikołaja Kopernika w Toruniu: <http://dydaktyka.fizyka.umk.pl/elementarne>.

Fermiony i bozony

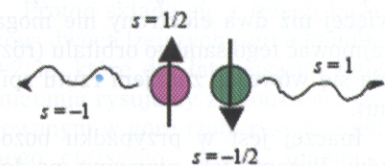
Zanim podejmiemy dyskusję o zoo cząstek elementarnych, w tym o bozonie Higgsa, przypomnimy podstawowe rozgraniczenie w mikroświecie. Cząstki dzielą się na fermiony o spinie „połówkowym”, których spinowa liczba kwantowa wynosi $\frac{1}{2}$ (czyli wartość bezwzględ-

na spinu $(\sqrt{3}/2)\hbar$, a rzut na wybraną oś kwantowania $\pm\frac{1}{2}\hbar$), i te o spinowej liczbie kwantowej całkowitej, czyli bozony: elektron, proton, neutron (i kwarki) są fermionami.

Bozonami są natomiast fotony, czyli cząstki światła z lasera lub żarówki – ich własny moment pędu wynosi 1. W zjawisku polaryzacji światła polaryzator (folia polimerowa, kryształ kalcytu) wybiera określony kierunek drgań wektora natężenia pola elektrycznego. W rzeczywistości jednak światło spolaryzowane **liniowo** jest złożeniem dwóch fal (strumieni fotonów) spolaryzowanych **kołowo** w przeciwnych kierunkach. Jeden z fotonów ma spin +1, drugi –1 (jeden „kręci się” w prawo, drugi – w lewo), a wypadkowy wektor pola elektrycznego drga wzdłuż jednego kierunku.

Bozony charakter fotonów ujawnia się w procesie anihilacji pozytonów. Kiedy ujemny elektron spotka się ze swoją antycząstką – dodatnim pozytonem, całkowity spin tej pary może wynosić 0 lub 1. Anihilacja jest procesem „zamiany” masy na energię zgodnie z równaniem $E = mc^2$, ale musi być w nim zachowany także spin. Dlatego w anihilacji powstają dwa fotony unoszące spin +1 i –1, jeśli spin pary elektron–pozyton

wynosił 0, lub trzy fotony – gdy całkowity spin pary wynosił 1 lub –1. W procesie anihilacji z elektronami w ciele stałym całkowity pęd pary elektron–pozyton jest znikomy, więc i całkowity pęd dwóch fotonów musi wynosić w przybliżeniu 0: ulatują one prawie dokładnie pod wzajemnym kątem 180° . Z uwagi na prawo zachowania energii każdy z nich unosi energię 511 keV, która jest równa masie spoczynkowej elektronu.



Rys. 1. Anihilacja elektronu i pozytonu w układzie zerowego spinu całkowitego (stan singletowy) i przy zerowym pędzie sumarycznym: powstają dwa fotony przeciwnie skierowane i o przeciwnej polaryzacji, unoszące energię 511 keV każdy. Anihilacja pozytonów służy m.in. do badania defektów w półprzewodnikach [2]

Anihilacja pozytonów wprowadza nas w ogólną metodologię badań cząstek elementarnych – zazwyczaj nie widzimy właściwej cząstki, ale ulatujące produkty jest rozpadu. A na podstawie praw zachowania energii, pędu i momentu pędu wnioskujemy o istniejącej początkowo cząstce (lub cząstkach).

Spin a statystyka

Podział na fermiony i bozony ma zasadnicze znaczenie dla istnienia świata, w szczególności życia, w tym człowieka. Bogactwo świata biologicznego, a właściwie chemicznego, jest zadziwiające. Dodanie jednego elektronu zamienia bezwony, obojętny chemicznie gaz neon w sód – superreaktywny metal samozapalający się w powietrzu. W neonie elektrony „siedzą” na dość ciasnych orbitach, na całkowicie wypełnionych powłokach. W sodzie jeden dodany elektron „widzi” dodatnie jądro prawie zaekranowane przez 10 pozostałych elektronów – jego orbita ma duży promień (o ile o promieniu można mówić w mechanice kwantowej). Z tego powodu ogromna jest polaryzowalność atomu i niska energia jonizacji: atom sodu jest „reaktywny”.

Argumenty o orbitalach są tylko pozornie wyjaśnieniem. Nie wiemy, dlaczego nie można dodać siódmego elektronu na orbital 2p neonu (lub trzeciego na orbital 1s). Kluczowy jest tu zakaz Pauliego – dwa elektrony nie mogą zajmować tego samego stanu kwantowego, tak jakby elektrony znały się na znakach drogowych...

Zakaz Pauliego dotyczy nie tylko elektronów, ale również wszystkich cząstek o stanie połówkowym, czyli fermionów. Odpychają się one, ale odpychanie nie jest ani elektrostatyczne, ani jądrowe – one po prostu nie mogą być w tym samym miejscu. Fizycy mówią o tej samej komórce w przestrzeni **fazowej**, a chemicy, że więcej niż dwa elektrony nie mogą zajmować tego samego orbitalu (różnią się wówczas znakiem rzutu spinu).

Inaczej jest w przypadku bozonów. Bozony, jak pingwiny na lodzie, tłoczą się, aby zająć ten sam, możliwie najniższy stan kwantowy. Przykładem fotonów w tym samym stanie kwantowym jest jednokolorowe, spójne w fazie i ukierunkowane światło lasera. Innym przykładem sfłoczonych bozonów jest kondensat Bosego–Einsteina, stan o temperaturze niższej niż w (pozornie) pustej przestrzeni kosmicznej. Temperatura w przestrzeni kosmicznej to temperatura fotonów pozostałych z początków Wszechświata, czyli 2,7 K, a kondensat ma temperaturę zaledwie nanokelwinów.

Skąd te różnice między bozonami a fermionami? Wolfgang Pauli w 1940 roku opublikował pracę pod tytułem *Związek między spinem a statystyką* [3]. Artykuł ten, krótka notka z kongresu, który ostatecznie nie odbył się z powodu wybuchu wojny, nie do końca jest jasny, nie tylko dla doświadczalników. Jak wskazuje abstrakt, z postulatu o dodatniej energii cząstek wynika statystyka Fermiego–Diraca dla cząstek o spinie połówkowym, a z postulatu, że obserwacje w różnych punktach czasoprzestrzeni są przemienne (czyli z zasady przyczynowości), wynika statystyka Bosego–Einsteina dla cząstek o spinie całkowitym. Podręczniki nie cytują tej pracy, ale też nie dają alternatywnych wyjaśnień.

Elektron, proton, neutron

Atomos po grecku oznacza indywiduum, czyli po polsku osobę. Atom jest chemicznie niepodzielny. O jego podzielności fizycznej wiemy od czasów odkrycia przez Talesa z Miletu zjawiska elektryzowania się bursztynu: można z atomu oddzielić „atomy elektryczności”, jak kiedyś je nazywano. Powszechnie uważa się, że elektron został odkryty podczas serii doświadczeń nad odchyłaniem „promieni katodowych” w polu magnetycznym i elektrycznym, prowadzonych przez J.J. Thompsona w 1897 roku, w których wyznaczył stosunek ładunku do masy. Możemy pokazać odchylenie elektronów na ekranie monitora komputerowego starego typu (uwaga: nie używać zbyt silnych magnesów). W chemii ładunek elektronu pojawia się w stałej Faradaya elektrolizy. Film ze szkolnego doświadczenia Millikana (pomiaru ładunku elektronu) pokazujemy na stronie internetowej Zakładu Dydaktyki Fizyki UMK [1].

Nie mamy żadnych danych o tym, że elektron może mieć wewnętrzną strukturę lub jest nietrwały (oprócz, oczywiście, możliwości anihilacji z pozytonem). Przyrównując energię wynikającą z masy spoczynkowej $E = mc^2$ do energii ładunku elektrycznego rozłożonego na powierzchni kuli, otrzymujemy klasyczny promień elektronu równy $2,8 \cdot 10^{-15}$ m. Jest to więcej (!) niż w przypadku **zmierzonego** promienia protonu ($0,84 \cdot 10^{-15}$ m według ostatnich eksperymentów [4]).

Istnienie protonów było naturalną koniecznością obojętnego ładunku elektrycznego atomów. Po skonstruowaniu w 1919 roku przez Astona spektrometru masowego oraz separacji izotopów neonu również istnienie neutronu było oczywiste. Odkrycie neutronu umknęło małżeństwu Joliot-Curie. Podobno Ettore Majorana, młody, genialny teoretyk włoski, powiedział wówczas: „Nieudacznicy! Odkryli neutralny proton, ale tego nie zauważyli”. Oficjalnie neutron został odkryty przez Jamesa Chadwicka, tego samego, do którego 26 sierpnia 1939 roku poleciał z Warszawy Józef Rotblat z wiadomością o możliwości skonstruowania bomby atomowej [5].

Masa elektronu to 1/1836 masy protonu. Dlatego nazywamy elektron cząstką lekką – **leptonem**, tak jak grecki eurocent (fot. 1). Są jednak dwie inne cząstki zaliczane do leptonów, cięższe, ale nietrwałe. 208 razy cięższy **mion** (μ) powstaje np. w promieniowaniu kosmicznym docierającym do Ziemi. Jego czas życia w spoczynku wynosi $2,2 \cdot 10^{-6}$ s, ale gdy nadlatuje z prędkościami relatywistycznymi, czas życia się wydłuża. Dużo cięższy **tau** (τ , 3477 mas elektronu) żyje zaledwie $2,9 \cdot 10^{-13}$ s. Może istniał na początku Wszechświata, a dziś wytwarzany jest w akceleratorach.



Fot. 1. Wizualizacja obiektów niewizualnych: lepton (czyli np. elektron) to grecki eurocent. Lepton τ w tym wyobrażeniu to ośmiokilowy dysk z miedzi. Idea: Avv. M. Fedrizzi i G.K.

Promieniotwórczość

Promieniotwórczość naturalna, za którą Maria Skłodowska-Curie otrzymała pierwszą Nagrodę Nobla (z mężem i H. Becquerem) w 1903 roku, była w jej czasach znana na przykładzie uranu. Istotne dla szkolnego programu nauczania jest wyjaśnienie, że: 1. Najbardziej rozpowszechniony izotop uranu ^{238}U jest **bardzo słabo**

promieniotwórczy. *Słabo promieniotwórczy* oznacza, że jego czas połowicznego rozpadu jest bardzo długi – wręcz geologiczny (4,468 mld lat), porównywalny z wiekiem Ziemi szacowanym na **4,567 mld lat** [6].

2. Izotop ^{238}U rozpada się przez emisję tzw. cząstek alfa, czyli szczególnie trwałego zlepku: dwóch protonów i dwóch neutronów. Cząstki alfa „tunelują” przez barierę potencjału ze środka jądra: po pierwsze muszą tam powstać (o to dość łatwo), po drugie przeniknąć przez barierę. Tunelowanie kwantowe bardzo silnie zależy od szerokości bariery, stąd czasy życia izotopów w rozpadach alfa wynoszą od mikrosekund do miliardów lat.

3. Izotop rozszczepialny, czyli ^{235}U , występuje w niewielkich ilościach (0,7%). Do reaktorów jądrowych uran musi być wzbogacony do 3–4% zawartości ^{235}U , a do bomb – do 90%. Uran ^{235}U rozpada się na „dwie nierówne połowy”; jakże – to trudno przewidzieć. Ponieważ każdy izotop (atom) jest chemicznie różny i ma różne czasy rozpadu, reaktorowe „śmieci” są trudne do segregacji lub recyklingu.

Ale rozpady alfa i rozszczepienie jądra nie są tak zajmujące jak rozpady beta (obie nazwy pochodzą z doktoratu E. Rutherforda). Rozpady beta zachodzą w naszym ciele bez przerwy – potas stanowi 0,4% masy ludzkiego organizmu, w tym $1,2 \cdot 10^{-4}$ to izotop ^{40}K . Mimo jego „geologicznego” czasu połowicznego rozpadu (1,2 mld lat) w naszym ciele w każdej sekundzie zachodzi mniej więcej 10 tys. rozpadów beta.

Rozpady beta to zamiana jednego z neutronów w proton. Neutron w jądrze deuteru żyje w nieskończoność, ale w jądrze potasu ^{40}K może rozpaść się na proton i elektron. W tym wyjaśnieniu pojawiają się jednak następujące trudności: po pierwsze nie zgadza się spin ($\frac{1}{2} \neq \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$), a po drugie, w odróżnieniu od cząstek alfa, cząstki beta, czyli elektrony, wylatują nie z określonej energią, ale z całym rozkładem energii (od zera do pewnej maksymalnej) rzędu kilku MeV. Fermi nazwał tę brakującą cząstkę bez ładunku **neutrino**, a Pauli dodał: „Nigdy jej nie znajdziecie”. Nie wiemy, czy neutrino ma masę, znamy [8] tylko górny limit tej masy ($2 \text{ eV}/c^2$)

– jest to bardzo mało w porównaniu np. z masą elektronu.

Rozpad beta neutronu na proton i elektron możemy więc zapisać jako:

$$n^0 \rightarrow p^+ + e^- + \bar{\nu}_e \quad (1)$$

gdzie $\bar{\nu}_e$ oznacza antyneutrino różniące się od neutrino ν_e spinem. I znów nie wiemy, czy neutrino i antyneutrino nie są identyczne jak dwa fotony o różnym spinie.

Neutrino bardzo słabo oddziałują z materią. Gdyby cała nasza Galaktyka była wypełniona ciekłym chlorem (dla chloru mamy dane liczbowe [7]), do jej granicy (70 tys. lat świetlnych) dotarłaby 1/3 strumienia neutrino o energii 1 MeV wysłanych z laboratorium pozytonowego na UMK. Wszechświat jest dla niskoenergetycznych neutrino praktycznie przezroczysty – z wybuchów supernowych nadchodzą one nawet przed fotonami. Strumień neutrino docierających do Ziemi z reakcji termojądrowych w Słońcu to $7 \cdot 10^{10}/\text{s}\cdot\text{cm}^2$. Biliony neutrino przenikają przez nas w każdej sekundzie.

W odróżnieniu od fotonów gamma prawdopodobieństwo oddziaływania neutrino z materią bardzo silnie rośnie wraz z ich energią. Dla energii 10 MeV prawdopodobieństwo oddziaływania jest 10^4 razy większe niż dla 1 MeV [7]. Dla energii 10 TeV glob ziemski staje się prawie nieprzezroczysty: rozważa się badanie struktury wewnętrznej Ziemi przez obserwację neutrino wytwarzanych w wielkich akceleratorach gdzieś po drugiej stronie globu.

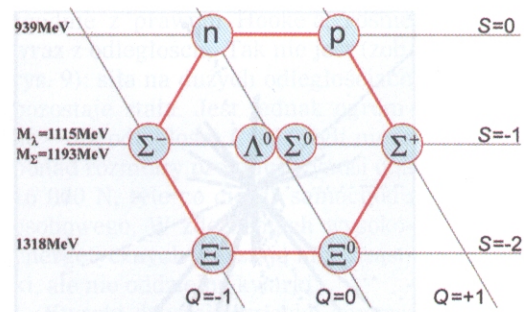
Możliwy jest jeszcze inny rozpad beta. Izotopy z nadmiarem protonów, jak używany do produkcji pozytonów sód ^{22}Na („zwykły” sód to ^{23}Na), rozpadają się w procesie beta plus:

$$p^+ \rightarrow n^0 + e^+ + \nu_e \quad (2)$$

Rodzi się wątpliwość. Nie możemy przecież powiedzieć, że neutron (cięższy od protonu o 2,5 masy elektronu) składa się z protonu i elektronu, bo jak wytłumaczyć rozpad beta plus? Może raczej proton i neutron same się z czegoś składają?

Kwarki

Kluczem do powstania kwarków były obserwowane w latach 50. regularności mas, spinów i ładunków elektrycznych zaobserwowanych cząstek „elementarnych”. Podobnie do dwuwymiarowej tablicy Men-



Rys. 2. Fenomenologiczne poszukiwanie struktury hadronów (czyli cząstek ciężkich): oktet znanych w latach 60. barionów (czyli cząstek jądrowych) o całkowitym spinie $\frac{1}{2}$, a będących kombinacją kwarków u, d i s: na osi pionowej „dziwność” (czyli liczba kwarków strange), po skosie – ładunek elektryczny. W środku znajduje się (nietrawny) hiperon Λ , który może zastąpić neutron w jądrze atomowym

Źródło: http://en.wikipedia.org/wiki/File:Baryon_oktet_w_mass.png [dostęp: 9.04.2015].

delejewa stworzone zostały oktety i dekadety cząstek (zob. rys. 2). Aby je wyjaśnić, należało jedynie założyć ułamkowy ładunek elementarny.

Nazwa **kwark** została wymyślona przez M. Gell-Manna. Po otrzymaniu Nagrody Nobla założył on w Santa Fe prywatny instytut badawczy, w którym zajmowano się po trochu teorią wszystkiego: od kwarków po leopardy.

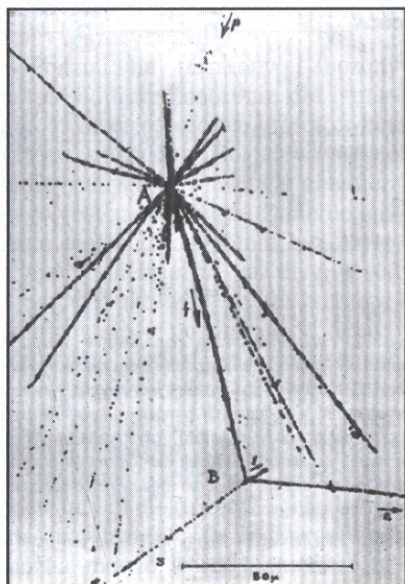


Rys. 3. Użyjmy wyobraźni: kwarki nie jako kropczki. Proton składa się z dwóch kwarków up i jednego down. Całkowity spin protonu wynosi $\frac{1}{2}$. Idea: G.K., rysunki: dr T. Wróblewski, © 2003 [1]

Proton składa się z trzech kwarków: dwóch lżejszych (up) o ładunku $+2/3e$, które dla łatwiejszego zapamiętania rysujemy z ogonkiem skierowanym w górę (zob. rys. 3), i jednego cięższego (down), ujemnego $-1/3e$, który w swobodnym neutronie rozpada się po 15 minutach.

Do niedawna masy kwarków, tych, z których się wszyscy składamy, znamy z żenująco kiepską dokładnością, w rodzaju: „Trzy plus sześć? Coś między pięć a piętnaście!” [1]. W wydanym w 2012 roku *Review of Particle Physics* [8] autorzy podają nieco dokładniejsze oszacowania: $m_u = 2,3^{+0,7}_{-0,5} \text{ MeV}/c^2$ oraz $m_d = 4,8^{+0,7}_{-0,3} \text{ MeV}/c^2$. O dziwo, im cięższy kwark, tym dokładniej znamy jego masę.

Już nadmieniliśmy (rys. 3), że oprócz dwóch „zwykłych” kwarków



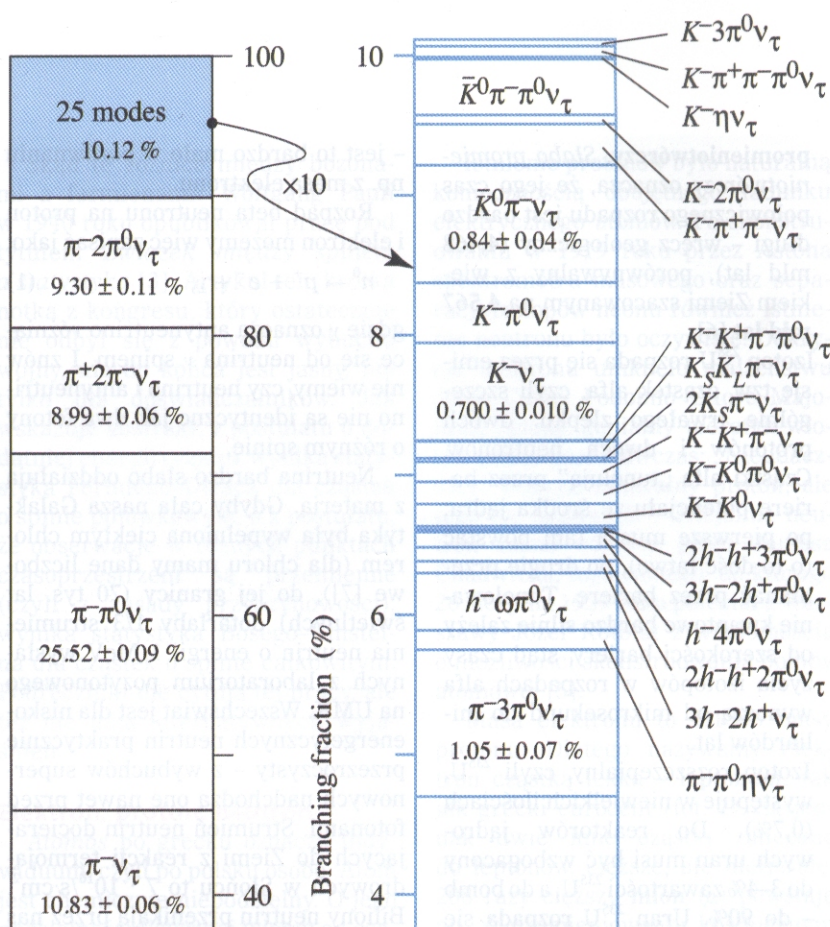
Rys. 4. Odkrycie pierwszego hiperonu Λ , tj. barion (uds), za które można by otrzymać Nagrodę Nobla [9]. Proton promieniowania kosmicznego uderza w jądro atomu (Br lub Ag) w emulsji fotograficznej, powodując jego rozbitcie (górną gwiazdą). Jeden z fragmentów (jądro Li) zawiera powstały w zderzeniu hiperon Λ i rozpada się w reakcji ${}^7\text{Li} \rightarrow \alpha + {}^3\text{He} + \pi^-$ (dolne rozgałęzienie) [9]

(up i down), z ich antykwarkami i trzema kolorami, istnieją dwa średnie i dwa najcięższe kwarki. Pierwszy z tej egzotycznej serii to odkrycie Polaków [9]: Jerzego Pniewskiego i Mariana Danysza (rys. 4). Niestety, w latach 50. nikt dla nich Nobla nie przegłosował.

Odkrycie pozostałych trzech kwarków były kwestią tylko odpo-



Rys. 5. Profesor W. Góral w „Meandrach fizyki” (1988) w ten sposób ironizował na temat pozornej prostoty modelu standardowego. Redaktor „Scientific American” napisał, że woli model czterech żywiołów Greków niż świat składający się z sześciu kwarków w trzech kolorach, plus antykwarki, leptony i bozony. W rzeczywistości cięższe kwarki i leptony to sposób na „upakowanie” większej masy (i energii) przy tym samym spinie, istotne w pierwszych momentach po powstaniu (stworzeniu?) Wszechświata



Rys. 7. Fragment znacznie rozbudowanego schematu pokazującego zmierzone kanały rozpadu najcięższego z leptonów, a więc tau. Lewa kolumna to schemat główny przedstawiający najważniejsze kanały rozpadu, prawy natomiast – rozwinięcie mniej prawdopodobnych 25 kanałów. Są to wyniki prac tysięcy fizyków, prowadzonych przez kilkadziesiąt lat [8]

wiednio dużych akceleratorów. Nawiąsem mówiąc, największe emocje wzbudził kwark nr 4, tzw. czarujący (c). Odkrycie mezonu $c\bar{c}$ (zapisujemy antykwark z podkreśleniem) wywołało spore kontrowersje w dwóch laboratoriach amerykańskich: na wschodnim i zachodnim wybrzeżu. Jedną z grup przez wiele miesięcy badała kilka procesów świadczących o obecności tego mezonu, drugie laboratorium podobno w ciągu jednej nocy nastroiło aparaturę na właściwą energię... Kopie oryginalnych artykułów znajdują się na plakacie Czar czarmonium i innych zamieszczonych na stronie ZDF UMK [1].

Książki i popularne tabelki pokazują trzy rodziny kwarków i leptonów. Nazywamy to modelem standardowym, ale teoretycy niechętnie zdradzają korzenie tego modelu. U jego podstaw leży praca tysięcy fizyków przy wielkich akceleratorach,

badających szczegółowo możliwe kanały rozpadu nietrwałych cząstek powstających w zderzeniach. Macierz Cabibby-Kobayashiego-Maskawy opisuje prawdopodobieństwo zamiany jednego kwarku w drugi.

Wygląd części schematu możliwych kanałów rozpadu najcięższego leptonu, a więc tau, pokazuje rys. 7. Głównym kanałem rozpadu są mezony π , czyli zlepki kwarku u z antykwarkiem \bar{d} lub odwrotnie. Zawsze powstaje też neutrino tau.

Kobayashi i Maskawa, którzy rozszerzyli macierz o trzecią generację kwarków, otrzymali w 2008 roku Nagrodę Nobla. Autorem tego oryginalnego pomysłu z lat 60. był Nicola Cabibbo, który nagrody nie dostał – w czasach pontyfikatu Jana Pawła II był przewodniczącym Papieskiej Akademii Nauk.

Zapytałem wybitnego teoretyka, autora podręczników o zasięgu świa-

$$\begin{bmatrix} |V_{ud}| & |V_{us}| & |V_{ub}| \\ |V_{cd}| & |V_{cs}| & |V_{cb}| \\ |V_{td}| & |V_{ts}| & |V_{tb}| \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.97427 \pm 0.00015 & 0.22534 \pm 0.00065 & 0.00351^{+0.00015}_{-0.00014} \\ 0.22520 \pm 0.00065 & 0.97344 \pm 0.00016 & 0.0412^{+0.0011}_{-0.0005} \\ 0.00867^{+0.00029}_{-0.00031} & 0.0404^{+0.0011}_{-0.0005} & 0.999146^{+0.000021}_{-0.000046} \end{bmatrix}$$

Rys. 6. Macierz Cabibby-Kobayashiego-Maskawy (CKM) przejść między kwarkami (dane doświadczalne)

Źródło: Wikipedia.

towym, dlaczego masy kwarków są takie, a nie inne. Odpowiedział bardzo mądrze: „Są ludzie, którzy twierdzą, że gdyby masy kwarków były inne, toby nas tu nie było”.

Część II

Jeszcze raz o rozpadzie beta

Hipoteza dotycząca kwarków okazała się bardzo płodna. Grupując kwarki *up* i *down* po trzy, otrzymujemy rodzinę **barionów**: proton, neutron i inne, różniące się całkowitym spinem i masą. Przykładowo cztery różne hiperony „delta” mają ten sam spin (3/2), podobne masy (około 1232 MeV), ale różne ładunki elektryczne zgodnie ze schematem $\Delta^{++} = uuu$, $\Delta^+ = uud$, $\Delta^0 = udd$, $\Delta^- = ddd$. Kwarki i antykwarki można też grupować parami; otrzymujemy wówczas tzw. średniaki, czyli **mezony**. Innych sposobów na składanie kwarków (np. po pięć), mimo usilnych prób, do tej pory nie odkryto (zob. też *post-scriptum*).

Najprostszy mezon, czyli π^0 (tzw. pion), o masie 135 MeV/c² „pośredniczy” (wyjaśnimy za chwilę) w wiązaniu neutronów i protonów w jądrach atomowych. Składa się on z „kawałka” protonu i „kawałka” neutronu; łatwiej to powiedzieć, niż mechanicznie (kwantowo) zapisać:

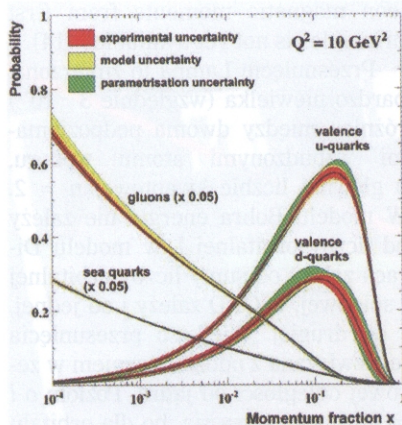
$$\pi^0 = 1/\sqrt{2}(u\bar{u} + d\bar{d}).$$

Niezbyt udaną animację podaje angielska Wikipedia [10]. Piony π^0 żyją poza jądrem zaledwie 10⁻¹⁷ s i anihilują na dwa kwanty gamma. Mezony ω dodatnie albo ujemne (π^+ lub π^-), składające się z kwarków *u* \bar{d} lub *d* \bar{u} , odpowiednio mają nieco większe masy i żyją dłużej.

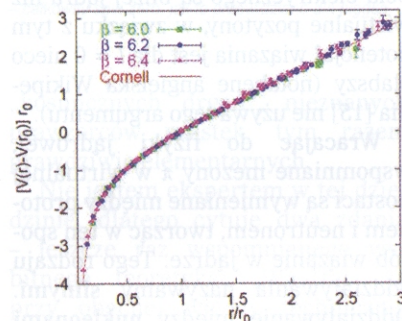
Hipoteza dotycząca kwarków zmienia też zapis rozpadu beta. To nie „cały” neutron zamienia się w proton, ale jeden z kwarków *down* zamienia się w kwark *up*, plus elektron i antyneutrino:



Czy kwarki realnie istnieją w protonie i neutronie, czy są tylko wygodnym modelem? Poszukiwanie obiektów o masie 2,5 i 5 w worku o masie 938 Ge/c² przypomina historię księżniczki na ziarnku grochu (albo łapania komara rękawicą bokerską). W latach 70. (zob. [11]) przeprowadzono doświadczenia z rozpraszaniem wysokoenergetycznych elektronów. Zaobserwowano jakieś niewyraźne, małe obiekty



Rys. 8. Ile kwarków jest w protonie? Wyniki pomiarów akceleratora HERA w Hamburgu pokazują wkład gluonów i kwarków do pędu protonu: nieco mniej niż 1/3 protonu to kwark *down* i trochę mniej niż 2/3 to kwark *up*. Ale oprócz tych kwarków realnych (walencyjnych) są też kwarki wirtualne, szczególnie dla małych pędów, pochodzące z fluktuacji morza gluonów (na rys. pokazano 1/20 wkładu) [12]



Rys. 9. Potencjał oddziaływania (silnego, poprzez gluony) między kwarkami w protonie; odległość znormalizowana do $r_0 = 0,5$ fm. Dla odległości powyżej 0,5 fm siła pozostaje stała [13]

w protonach – co więcej, obiekty te wydawały się wzajemnie niezależne wewnątrz protonu.

Dzisiaj mamy odpowiedź trochę dokładniejszą: w protonie jest nieco mniej niż jeden kwark *down* i trochę mniej niż dwa kwarki *up*. Ale mówimy o obiektach, które dają większy wkład do masy protonu z powodu ich energii wiązania i/lub kinetycznej niż z powodu masy spoczynkowej; tylko część z tych kwarków to kwarki realne (tzw. walencyjne), a reszta to kwarki wirtualne. Te ostatnie pochodzą z fluktuacji morza gluonów [10], co obrazują wyniki pomiarów akceleratora HERA w Hamburgu (rys. 8).

Kwarki w protonie i neutronie są luźno związane, chyba że próbujemy je odseparować. Popularne wyjaśnienia, nawet w najlepszych czasopismach (i na naszym rys. 3), pokazują sprężynki, których siła przyciągania,

zgodnie z prawem Hooke’a, rośnie wraz z odległością. Tak nie jest (zob. rys. 9): siła na dużych odległościach pozostaje stała. Jest jednak ogromna – dla odległości 1 fm (czyli nieco ponad rozmiary protonu) wynosi ona 16 000 N, tyle co ciężar samochodu osobowego. W zderzeniach wysokoenergetycznych powstają inne cząstki, ale nie oddzielne kwarki.

Kwarki drugiej i trzeciej generacji mogą się podzyszywać pod kwarki *up* i *down*. Danysz i Pniewski obserwowali hiperon Λ (*uds*, masa 1116 MeV/c²), swego rodzaju dziwny neutron, w którym kwark *down* został zastąpiony również ujemnym, nieco cięższym kwarkiem *strange* (rys. 2). Podobno najcięższe gwiazdy neutronowe mogą składać się z kwarków *strange* zamiast *down*.

Fotony i pola

Bozon Higgsa był brakującym elementem w łamigłówce o bozonach pośrednich. W internecie można znaleźć wiele wyjaśnień dotyczących bozonu Higgsa, w większości poprawnie omawiających zagadnienia z nim związane. Jak to jednak wyjaśnić uczniowi w I klasie technikum? I dodatkowo w oparciu o to, co on już wie? „Machając rękoma”?

Rozumowanie należy rozpocząć od pojęcia bozonów jako cząstek odpowiedzialnych za oddziaływania między fermionami. Co znaczy, że bozony pośredniczą w oddziaływaniu? Jako przykład podaje się dwie osoby grające w piłkę rączną, które rzucając do siebie piłkę, są tą piłką niejako związane. Analogię można zastosować nawet do prawa Coulomba. W fizyce cząstek elementarnych dwa ładunki elektryczne oddziałują nie przez „siły elektrostatyczne” – jakieś mitologiczne pole w rozumieniu Maxwella – pustą przestrzeń, bez nijakiego eteru, w której jest (matematyczny) potencjał.

W koncepcji **elektrodynamiki kwantowej** (QED) dwa ładunki elektryczne wymieniają między sobą fotony. Ma to różnorodne konsekwencje. Po pierwsze fotony nie mają masy spoczynkowej, więc zasięg oddziaływania jest nieskończony. Po drugie fotony są przesyłane ze skończoną prędkością światła, więc dopóki drugi ładunek nie otrzyma fotonu z pierwszego, dwa ładunki chwilowo nie oddziałują. Oczywiście to ostatnie stwierdzenie jest trochę bez sensu, bo i tak tego nie możemy zmierzyć.

Pojęcie wysyłanych fotonów, skojarzone ze związkiem $E = mc^2$ między elektronami-pozytonami a fotonami, oznacza natomiast, że próżnia Maxwella może mieć ciekawe własności. Foton może zamienić się na krótką chwilę w parę elektron-pozyton, a ta za chwilę ponownie w foton. Problemem jest, że energia oddziaływania między elektronem a protonem w atomie wodoru nie przekracza 13,6 eV (czyli energii jonizacji), a do wytworzenia pary elektron-pozyton potrzeba aż $2 \cdot 511$ keV. Wyjaśnieniem jest tzw. przypadek kasjera hazardzisty, który w piątek wieczorem pożyczka sobie z banku sporą kwotę, w niedzielę gra na wyścigach, a w poniedziałek rano pieniądze oddaje. Nikt manka nie zauważa. Zasada nieoznaczoności Heisenberga pozwala, aby pojawiła się energia E znikąd, o ile jest to tak krótki czas t , że $Et \leq \hbar/2$.

Wirtualne cząstki wydawać by się mogły niepotrzebną komplikacją próżni, już raz wyczyszczonej z eteru przez doświadczenia Michelsona: pierwsze (z Poczdamu) z 1881 roku oraz drugie, ulepszone (z Cleveland) z 1887 roku. Ale elektrodynamika kwantowa ma na koncie dwa niezaprzeczalne sukcesy: wyjaśnienie momentu magnetycznego elektronu i wyjaśnienie tzw. przesunięcia Lamba w atomie wodoru. Moment magnetyczny elektronu wynosi (z teorii Diraca) $2m_B$, gdzie m_B jest tzw. magnetonem Bohra, swego rodzaju elementarnym momentem magnetycznym. Już sam ten fakt jest trudny do wyjaśnienia, bo klasycznie moment magnetyczny elektronu powinien wynosić m_B . Elektrodynamika kwantowa, przez wirtualne oddziaływania elektronu z samym sobą, daje wynik 2,002319304317(15).

Nawiasem mówiąc, ten sam współczynnik g (giromagnetyczny) dla protonu wynosi aż $g = 5,59$. Ma to ogromne znaczenie dla nuklearnego rezonansu magnetycznego, z jego zastosowaniami w medycynie, badaniach betonu i poszukiwaniach ropy. Rezonans taki jest czuły na jądra wodoru z uwagi na ten bardzo duży współczynnik g protonu, a nie czuły np. na jądra węgla.

Czy potrafimy wyliczyć g protonu? W oparciu o skomplikowane modele kwarków i gluonów – tak. Ale w zakończeniu rozważań angielska Wikipedia podaje: „A calculation of nuc-

leon magnetic moments from first principles is not yet available” [14].

Przesunięcie Lamba to zmierzona, bardzo niewielka (względnie $3 \cdot 10^{-7}$) różnica między dwoma podpoziomami wzbudzonymi atomu wodoru, o głównej liczbie kwantowej $n = 2$. W modelu Bohra energia nie zależy od liczby orbitalnej l , w modelu Diraca zależy od sumy liczby orbitalnej i spinowej, w QED zależy i od jednej, i od drugiej. Wielkość przesunięcia jest związana z oddziaływaniem w zerowej odległości od jądra. Poziom o $l = 1$ nie przesuwają się, bo dla orbitalu p prawdopodobieństwo znalezienia elektronu w jądrze jest zerowe. Poziom o $l = 0$ podnosi się: elektron jest nieco słabiej związany z jądrem, niż wynika to z teorii Diraca. Obrazowo to wyjaśniając, można powiedzieć, że wirtualne elektrony otaczające foton pola elektrycznego są bliżej jądra niż wirtualne pozytony, w związku z tym potencjał wiązania jest dla $l = 0$ nieco słabszy (notabene angielska Wikipedia [15] nie używa tego argumentu).

Wracając do fizyki jądrowej, wspomniane mezony π w wirtualnej postaci są wymieniane między protonem i neutronem, tworząc w ten sposób wiązanie w jądrze. Tego rodzaju oddziaływania nazywamy **silnymi**. Oddziaływanie między **nukleonami** szybko maleje wraz z odległością, stąd większe jądra, takie jak uranu, bywają niestabilne.

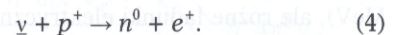
Przymiotnik *silne* jest charakterystyczny dla sił wiązania kwarków w protonie lub neutronie, czyli między kwarkami. Bozony tego oddziaływania nazywamy klejowcami, a więc gluonami [10]. Warto wpisać w okienko Wikipedii hasło *chromodynamika kwantowa*. I tu mamy historię o trzech kolorach podstawowych, którą należy jednak traktować obrazowo, bo nie są to kolory w telewizorze, tylko odpowiednie wyrażenia matematyczne teorii kwantowej.

Bozony pośredniczące

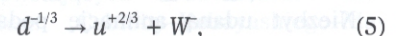
Mechanizm wymiany cząstek o spinie 1 sprawdzil się dla wyjaśnienia oddziaływań w jądrach atomowych (poprzez wymianę mezonów π), w oddziaływaniach elektrycznych (przez fotony). Również istnienie gluonów i ich spin równy 1 zostały niedawno potwierdzone doświadczalnie m.in. w Hamburgu (akcelerator DESY, zob. [16]). Tak jak foton wiązania elektrostatycznego o ener-

gii 13,6 eV w atomie wodoru jest „otoczony” przez wirtualne elektrony i pozytony, tak „w” fotonach wysokich energii znaleziono wirtualne gluony. W naszej podróży po cząstkach elementarnych nadal brakuje nam jednak wyjaśnienia rozpadów beta.

Istnienie neutrina zostało potwierdzone doświadczalnie w serii trudnych eksperymentów 20 lat po przewidywaniach Fermiego (a nagrodzone Noblem w 1995 roku). Badano reakcje neutrin pochodzących z reaktora jądrowego z protonami w cząsteczkach wody:



Pozytony błyskawicznie anihilowały z elektronami wody i dostarczały niepodważalnego dowodu na ich powstawanie: kwantów gamma 511 keV. Z reakcją (4) mamy pewien kłopot: bariony, zabezpieczone wcześniej przez fizyków jądrowych specjalną liczbą kwantową (ładunkiem barionowym), reagują z cząstkami pojawiającymi się jedynie w rozpadach „słabych” – a więc z neutrinami, bez ładunku elektrycznego. Zgodnie z pomysłem (w właściwie zupełnie nowym typem teorii, opartym na algebrze) w oddziaływaniu pośredniczy nowy typ bozonu, a mianowicie W^+ :



który „szybciej niż natychmiast” ($3 \cdot 10^{-25}$ s) rozpada się na dwa leptony:



Krótki czas życia bozonu pośredniego W wskazywał na jego ogromną masę, a z tego z kolei wynika krótki zasięg. Bozony pośredniczące w oddziaływaniach słabych zostały potwierdzone doświadczalnie w połowie lat 70. Ze szczególnym zadowoleniem przyjęto odkrycie bozonu neutralnego Z^0 ; wszystkie trzy mają spore masy: W^+ i W^- – 80 GeV/ c^2 , a Z^0 – 91 GeV/ c^2 . Bozon (ale bez spinu, czyli skalar) Higgsa, brakujący do niedawna kolega, niejako z tej serii, ma masę 126 GeV/ c^2 .

Dlaczego nazywam bozon Higgsa brakującym kolegą? Otóż pojęcie pola i cząstki z nim związanej, dziś zwanej *higgsem*, pojawiło się wkrótce po teoriach wskazujących na analogie między oddziaływaniami elektromagnetycznymi a słabymi.

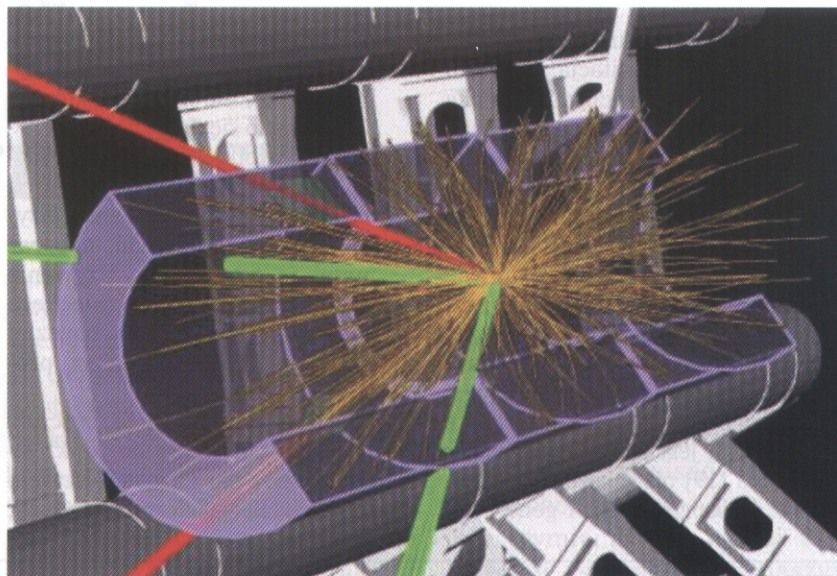
Należało wyjaśnić, dlaczego foton nie ma masy (spoczynkowej, bo w locie, zawsze z prędkością światła, ma swoją energię i pęd; można mu nawet przypisać oddziaływanie grawitacyjne, np. ze Słońcem), a trzy pozostałe bozony o takim samym spinie mają masę całkiem sporą. Oddziaływanie z polem Higgsa [17] uważa się za powód „nabycia” masy przez bozony W i Z , a za ich pośrednictwem – przez kwarki. Kilku teoretyków zaproponowało ten mechanizm w latach 60., ale tylko Peter Higgs przewidział również istnienie cząstki. Polowanie na *higgsa* trwało wiele lat, bo jego masa nie została przewidziana.

Bozon Higgsa jest odpowiedzialny za istnienie masy, ale tylko małej jej części: spoczynkowej kwarków (i zapewne elektronów). Większość masy **hadronów** pochodzi z fizyki relatywistycznej: $E = mc^2$, ale też nie do końca potrafimy to wyliczyć.

W kwestii bozonu Higgsa, już po jego odkryciu, otrzymałem następującą odpowiedź z CERN-u: „Komisja dydaktyczna nadal pracuje nad jego interpretacją”. Zapytałem też kolegę profesora, wspomnianego wcześniej teoretyka o światowej renomie, czy doświadczalne potwierdzenie istnienia bozonu Higgsa coś zmienia w naszym rozumieniu cząstek elementarnych. Odpowiedział z uśmiechem: „Widząc, że wszyscy wierzyli w jego istnienie, problemem byłoby, gdyby go nie odkryto”. Z kolei Leon Lederman w *Boskiej cząstce* skarżył się, że z powodu cięć budżetowych Kongresu amerykańskiego być może nigdy się nie dowiemy, jaka jest masa boskiej cząstki, i dodał: „O ile istnieje i jest tylko jedna”. Myślę, że najważniejsze przesłanie z lekcji o cząstkach elementarnych jest takie, że wiele rzeczy już wiemy, ale większości z nich **nie rozumiemy**.

Teoria strun

Unia Europejska finansuje międzynarodowe sieci badawcze. Jednym z takich modnych tematów kilkanaście lat temu była teoria strun. Krótko: tak jak skomplikowane, składające się z wielu serii (Lymana, Balmera itd.) widmo atomu wodoru jest skutkiem przeskoków elektronów między kilkoma poziomami energetycznymi, tak trudne do przewidzenia masy cząstek elementarnych mogą być przejawem jakichś



Fot. 2. Po włosko-francuskiej wpadce z neutrinami podróżującymi pod Alpami szybciej niż światło (a spowodowanej złe podłączonymi kablami w oscyloskopie) CERN w 2012 roku bardzo ostrożnie ogłaszał odkrycie higgsa. W terabajtach danych doświadczalnych sztuczna inteligencja komputerów odszukała rozpad na cztery leptoni ($2e, 2\mu$) – całkowity spin zero, jak to przewidziano dla higgsa

Źródło: CERN [18], figaux_23.

„kosmicznych drgań”, nieznanych prawzorców cząstek, tym razem prawdziwie elementarnych.

Nie jestem ekspertem w tej dziedzinie, dlatego cytuję dwa zdania – jeszcze raz wspomnianego wybitnego teoretyka: „Wiedząc, że przy obecnej wiedzy technicznej w zakresie magnesów nadprzewodzących akcelerator do weryfikacji teorii strun musiałby mieć średnicę Wszechświata, nie jest to teoria” [czyli hipoteza weryfikowalna doświadczalnie]. Inny kolega teoretyk, specjalista w zakresie fizyki jądrowej, użył włoskiego, obrazowego określenia: „Po dziesięcioleciach prac na teorią strun nie udało się jej autorom wyciągnąć żadnego pająka z nory”. Zgodnie z brzytwą Ockhama (której w pracach Ockhama wcale nie ma) nie należy mnożyć bytów ponad konieczność. Fascynacja nieznanym jest stymulująca, ale wymyślanie teorii nieweryfikowalnych nie buduje społecznego (i szkolnego) zaufania do fizyki.

Wielu rzeczy w fizyce cząstek elementarnych jeszcze nie potrafimy wyjaśnić, poczynawszy od wartości macierzy CKM. Zagadkową cząstką pozostaje neutrino. Okazało się niedawno, że trzy typy neutrin, powstające przy „okazji” reakcji z udziałem trzech leptonów (e, μ, τ), wzajemnie się zamieniają – „oscylują”. Czy jest to ta sama cząstka, czy nie? Tego nie wiemy. Wyjaśnił się natomiast niedo-

miar neutrin ze Słońca – część z nich zamienia się po drodze na neutrino mionowe (ν_μ). Badania są w toku, a polskich nazwisk wśród badaczy ciągle nie jest za wiele.

Podsumowanie

1. Elementarny na pewno jest elektron, kreślący obraz na ekranie telewizora starego typu (warto zatrzymać go w szkolnym laboratorium), i foton. Dwa cięższe elektrony (μ i τ) są nietrwałe, podobnie jak masywne „fotony” oddziaływań słabych: W^+ , W^- i Z^0 . Za masę tych ostatnich odpowiada zapewne *higgs*.
2. Nieskończenie żyją również protony, mimo że nie są elementarne. Jeżeli protony potrafiłyby anihilować z elektronami, to Wszechświat zamieniłby się w bardzo rzadką zupę fotonów.
3. Filozoficzne pojęcie składania się z czegoś od czasu $E = mc^2$ straciło sens. Pod warunkiem trzech praw zachowania z mechaniki (plus zachowanie ładunku elektrycznego) praktycznie wszystko może powstać ze wszystkiego. Co z czego, przewiduje szczegółowo model standardowy cząstek i oddziaływań elementarnych.
4. Model standardowy odnosi ogromne sukcesy, ale niektórych pojęć nadal nie uwzględnia, np. momentu magnetycznego i masy protonu.

5. Wyzwaniem jest unifikacja fizyki kwantowej z grawitacją. Ale i tam „nie udało się wyciągnąć pająka z nory”. Być może dwie dziedziny różnią się jak algebra mówiąca o nieskończeniu wielkim i analiza o nieskończeniu małym.
6. Szokiem kulturowym dla fizyki stało się odkrycie, w niewinnych pomiarach gwiazd supernowych, ciemnej masy i energii. Cytując ponownie kolegę: szczególnie – ciemnej masy grawitacyjnej, bo ta jest bardzo blisko Ziemi. Uważam, że potrzebna jest raczej nowa matematyka [19] niż mnożenie wymiarów czasoprzestrzeni i generowanie antybozonów fermionowych. Zapewne różne rodzaje matematyki już są, ale nie wiadomo, którego z nich warto się nauczyć.
7. Tak jak wielkie twierdzenie Fermata udowodnił komputer, tak coraz częściej opisujemy fizykę za pomocą równań, a coraz mniej ją rozumiemy. Używanie zbyt trudnych pojęć zniechęca do fizyki, ale jeszcze bardziej zniechęca mówienie zbyt prostym językiem.
8. Polecana lektura: E. Skrzypczak, Z. Szelfiński, *Wstęp do fizyki jądra atomowego i cząstek elementarnych*, PWN, Warszawa 2012;

strony Wikipedii (wersja angielska) i projektu UE (PAP Słupsk/Uni Trento) „Na ścieżkach fizyki współczesnej”, strony Zakładu Dydaktyki Fizyki UMK w Toruniu.

prof. dr hab. Grzegorz Karwasz
Zakład Dydaktyki Fizyki Uniwersytetu Mikołaja Kopernika
w Toruniu

PS. 14 lipca (czyli w rocznicę rewolucji francuskiej) CERN ogłosił obserwację aglomeratu złożonego z pięciu kwarków. Pierwsze zdanie złożonego do druku artykułu brzmi: „Przedstawiamy zaobserwowane egzotycznej struktury w kanale rozpadu na proton i czarzonium, które określamy jako pięciokwark” [20].

LITERATURA

- [1] W wersji multimedialnej artykułu znajdują się linki do stron internetowych, plakatów i wybranych artykułów: <http://dydaktyka.fizyka.umk.pl/elementarne> [dostęp: 24.08.2015]. Hasło do zbiorów zabezpieczonych: „as”.
- [2] Karwasz G. et al., *Application of positron annihilation techniques for semiconductor studies*, „Journal of Alloys and Compounds” 2004, Vol. 382, s. 244.
- [3] Pauli W., *Connection between spin and statistics*, „Physical Review” 1940, Vol. 58, s. 716, http://www.physics.princeton.edu/~mcdonald/examples/EP/pauli_pr_58_716_40.pdf [dostęp: 9.04.2015].
- [4] Johnston H., *Proton is smaller than we thought*, „Physics World”, 7.07.2010, <http://physicsworld.com/cws/article/news/2010/jul/07/proton-is-smaller-than-we-thought> [dostęp: 9.04.2015].
- [5] Karwasz G., Polak, fizyk, noblista. Wywiad z prof. J. Rotblatem, „Głos Koszaliński”, 25.09.2000, <http://dydaktyka.fizyka.umk.pl/Michelson/JRotblat.pdf>, <http://planeta-terra.blogspot.com/2008/08/jak-zbudowaem-bomb-atomow-opowiada-jzef.html> [dostęp: 9.04.2015].
- [6] Boyet M., Carlson R.W., ¹⁴²Nd evidence for early (>4,53 Ga) global differentiation of the silicate Earth, „Science” 2005, Vol. 309, s. 576, www.sciencemag.org/content/309/5734/576 [dostęp: 9.04.2015].
- [7] Bahcall J., *Neutrino software and data*, <http://www.sns.ias.edu/~jnb/SNdata/Export/Chlorinecross/chlorinecrossstab> [dostęp: 9.04.2015].
- [8] Beringer J. et al., *Review of particle physics*, „Physical Review D” 2012, Vol. 86, nr artykułu: 010001, <http://journals.aps.org/prd/abstract/10.1103/PhysRevD.86.010001> [dostęp: 9.04.2015].
- [9] Danysz M., Pniewski J., *Delayed disintegration of a heavy nuclear fragment*, „Philosophical Magazine” 1953, Vol. 44, s. 348.
- [10] Pion, Wikipedia, <http://en.wikipedia.org/wiki/Pion> [dostęp: 9.04.2015]; gluon, Wikipedia, <http://en.wikipedia.org/wiki/Gluon> [dostęp: 9.04.2015].
- [11] Lindley D., *Landmarks – discovery of particles inside the proton*, „Physics Focus” 2014, Vol. 7, s. 81, <http://physics.aps.org/articles/v7/81> [dostęp: 9.04.2015].
- [12] Karwasz G., *Ile kwarków jest w protonie?*, „Fizyka Współczesna”, Zakład Dydaktyki Fizyki UMK http://dydaktyka.fizyka.umk.pl/Wystawy_archiwum/z_omegi/kwarki_w_protonie.html [dostęp: 9.04.2015].
- [13] Alkofer R., Greensite J., *Quark confinement: the hard problem of hadron physics*, „Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics” 2007, Vol. 34, s. S3; arxiv.org/pdf/hep-ph/0610365 [dostęp: 9.04.2015].
- [14] *Proton magnetic moment*, Wikipedia, http://en.wikipedia.org/wiki/Proton_magnetic_moment [dostęp: 9.04.2015].
- [15] *Lamb Shift*, Wikipedia, http://en.wikipedia.org/wiki/Lamb_shift [dostęp: 9.04.2015].
- [16] Adlof C. et al., *Charged particle cross sections in photoproduction and extraction of the gluon density in the photon*, „The European Physical Journal C” 1999, Vol. 10, s. 363–372, <http://arxiv.org/pdf/hep-ex/9810020v1> [dostęp: 9.04.2015].
- [17] *Bosoni W e Z*, Wikipedia, wersja włoska, http://it.wikipedia.org/wiki/Bosoni_W_e_Z [dostęp: 9.04.2015]; wersja angielska zawiera matematyczny opis oddziaływania bozonów z polem Higgsa, http://en.wikipedia.org/wiki/Electroweak_interaction [dostęp: 9.04.2015].
- [18] Atlas Collaboration (CERN), *Updated results and measurements of properties of the new Higgs-like particle in the four lepton decay channel with the ATLAS detector ATLAS-CONF-2012-169*, 13 December 2012, <https://atlas.web.cern.ch/Atlas/GROUPS/PHYSICS/CONFNOTES/ATLAS-CONF-2012-169/> [dostęp: 9.04.2015].
- [19] Karwasz G., *Experimental modern physics: why we need new mathematics?*, „Bulletin de la Société des Sciences et des Lettres de Łódź” 2008, Vol. LVIII, s. 89–96, Série: „Recherches sur les Déformations”.
- [20] Aaij R. et al., *Observations of J/ψ resonances consistent with pentaquark states in B⁰ → J/ψ K p decays*, <http://arxiv.org/abs/1507.03414> [dostęp: 9.04.2015].

