Filozofia przyrody

Wykład III:
Tales, Pitagoras, Archimedes, Euklides:
Matematyka

Prof. dr hab. inż. Grzegorz Karwasz
Katedra Dydaktyki Fizyki
Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu

karwasz@fizyka.umk.pl
www.dydaktyka.fizyka.umk.pl

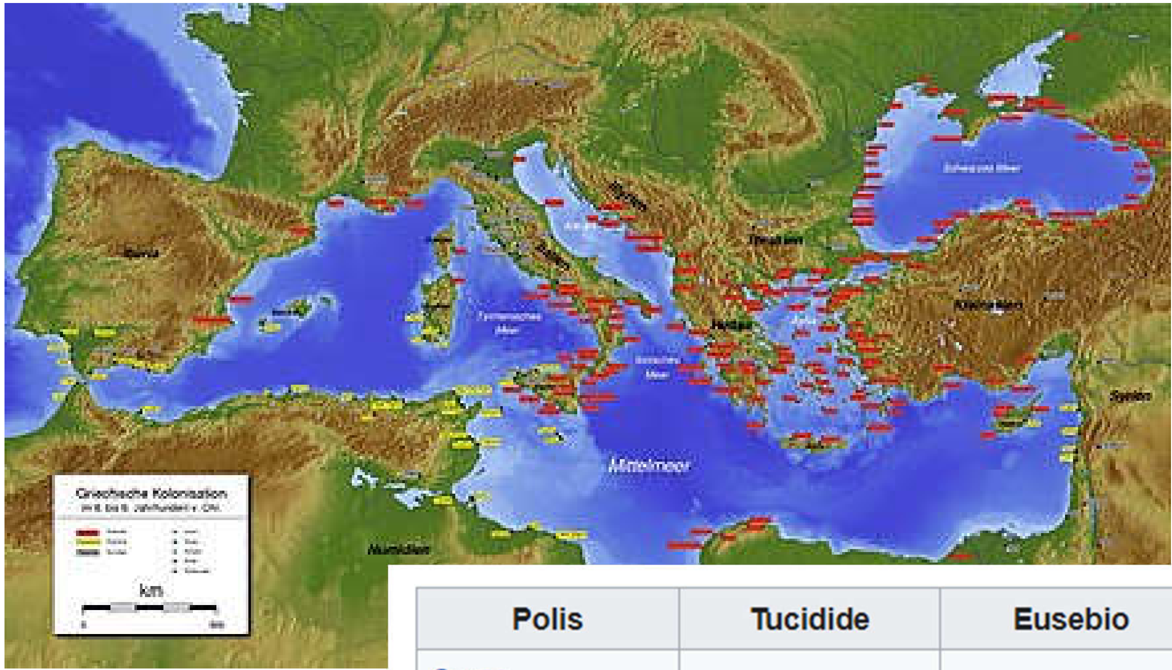
Toruń, 3.14.2024

„Szczep grecki”

- Mały, górzysty kraj, o słabych glebach, z kopalniami srebra
- Rozwinięte kontakty – cywilizacja grecka rozprzestrzeniał się praktycznie w całym obszarze Morza Śródziemnego („Magna Grecia”)
- Rozwinięta (i ustalona) poezja i kanon wierzeń religijnych
- „Ziemia uboga, a przy tym morzem od innych krajów oddzielona, nie przyciągała cudzoziemców i długo chroniła od klęsk wojny; natomiast wywoływała kolonizację i czyniła, że Grecy obcowali z kulturą innych krajów; ustrój państwowy Grecji – duża ilość małych państw – sprzyjał wytwarzaniu się różnorodnych postaci kultury, a przy tym współzawodnictwo wzmagało ambicje.”
- „Szczep grecki, bogato przez naturę obdarzony, wydał w dziedzinie nauki talenty nie mniejsze niż w poezji, plastyce czy sztuce wojskowej. Właściwe greckim umysłom zainteresowanie otaczającym światem, większe niż zainteresowanie własną osobą, **postawa śmiała a życzliwa wobec rzeczywistości,** kultura plastyczna, żądza jasności, umiłowanie rzeczy konkretnych, a przy tym **zdolność do abstrakcyjnego rozumowania** – przyczyniły się to stworzenia filozofii greckiej.”

Władysław Tatarkiewicz, *Historia Filozofii*, 1933, str. 17

Foto: Delfy, Maria Karwasz, 2002



„Mare nostrum”

Roma 757 aC
Siracusa 733 aC
Reggio Calabria 747 aC
Catania 728 aC
Cuma 750 aC → Neo-polis
Elea 540 aC

Polis	Tucidide	Eusebio	Gerolamo	Altri storici	Studi moderni
Cuma			1050 a.C. circa		VIII secolo a.C.
Zancle		757 a.C.-756 a.C.		756 a.C.	756 a.C. [senza fonte]
Naxos	734 a.C.	735 a.C.	741 a.C.		735 a.C.
Siracusa	733 a.C.	733 a.C.	738 a.C.-737 a.C.	733 a.C.	734 a.C.
Reggio	743 a.C.-730 a.C.			743 a.C.[19]; 730 a.C. circa	743 a.C.
Lentini	728 a.C.				
Catania	728 a.C.	733 a.C.	737 a.C.-736 a.C.		729 a.C.-728 a.C.
Megara Hyblaea	727 a.C.				728 a.C.
Milazzo		715 a.C. circa	716 a.C. circa		

https://it.wikipedia.org/wiki/Colonizzazione_greca
https://it.wikipedia.org/wiki/Magna_Grecia

Atleti di Crotone vinsero 20 titoli in 26 Olimpiadi tra il 588 a.C. e il 488 a.C., tanto da essere secondi solo a Sparta, davanti ad Atene

Anaksagoras, Anaksymander, AAA oferta…

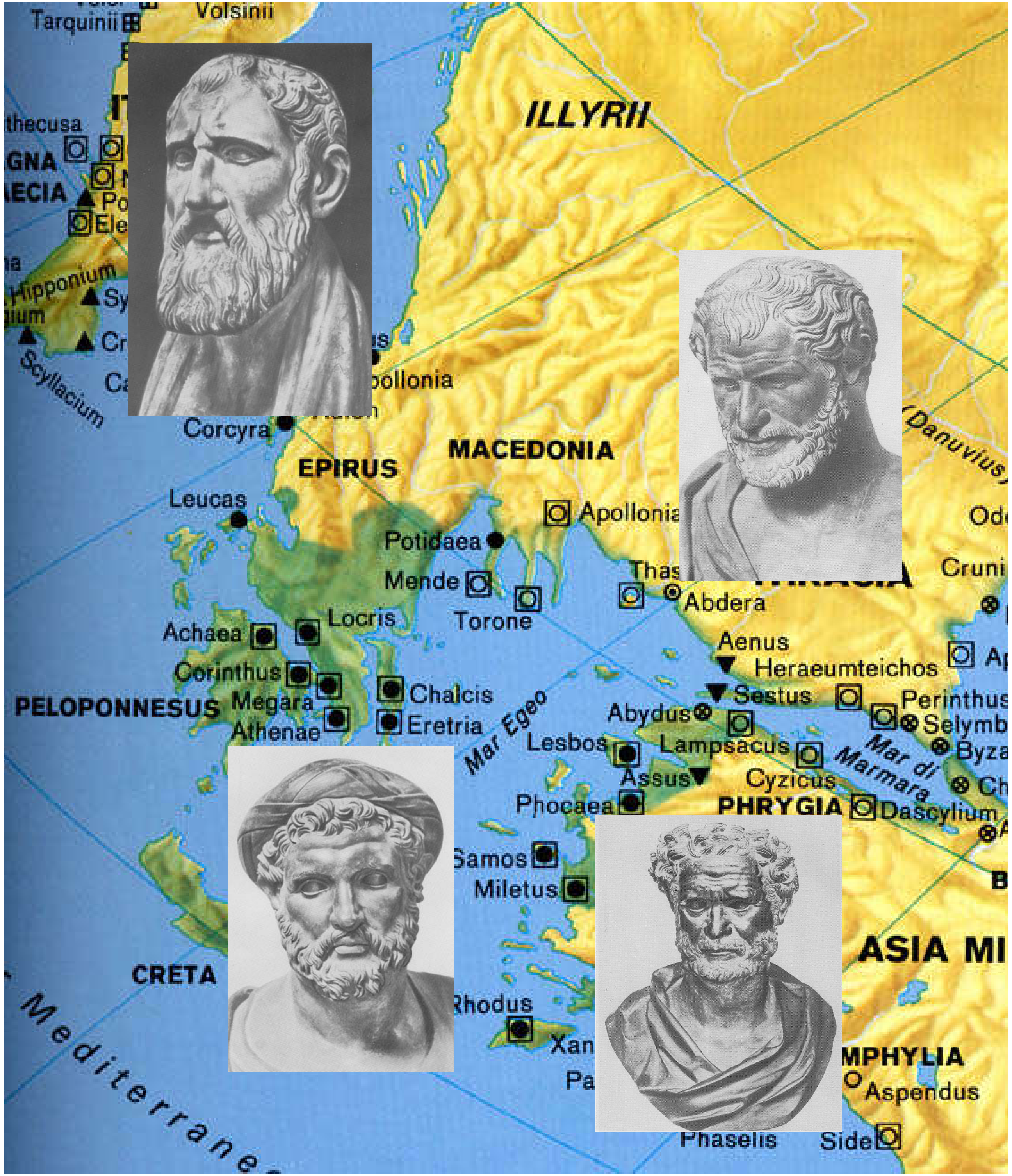
VII/VI	- Tales z Miletu (624-547 p.n.e.)
VI	- Anaksymander (z Miletu, 609-547 p.n.e.)
VI	- Anaksymenes (z Miletu, 585-525 p.n.e.)
VI/V	- Heraklit z Efezu (535-475 p.n.e.)
V/IV	- Demokryt z Abdery (460-360 p.n.e.)
VI/V	- Parmenides z Elei (544-450 p.n.e.)
	- Zenon z Elei (490-430 p.n.e.)
V	- Empedokles (Agrigento, 490-430 p.n.e.)
	- Anaksagoras (Smirna/Ateny, 500-428 p.n.e.)

Demokryt z Abdery

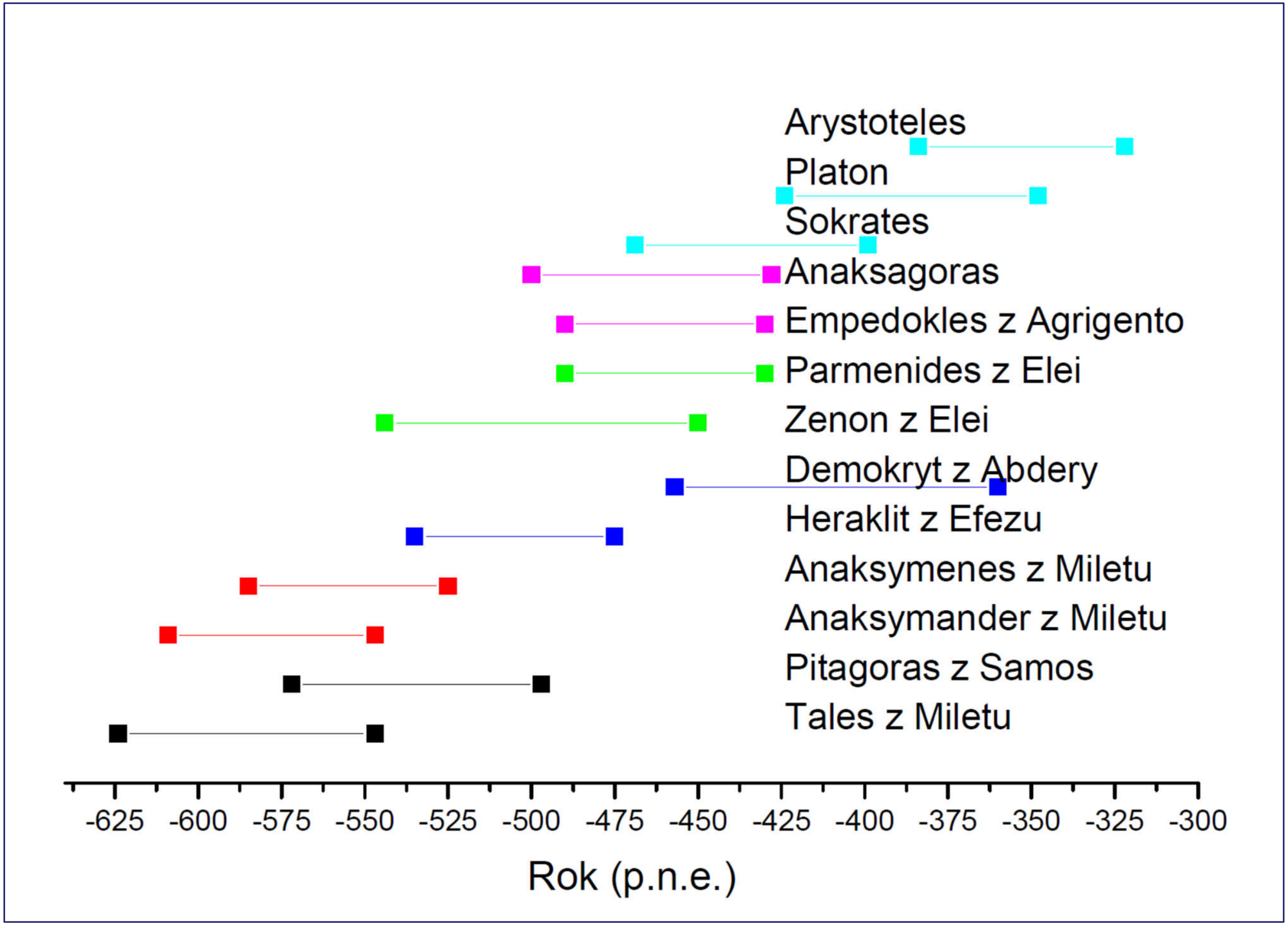
Heraklit z Efezu
Zenon z Elei
Pitagoras z Samos
Tales z Miletu
…

Tales (woda),
Pitagoras (liczba)
Anaksymander (*apeiron*),
Anaksymenes (powietrze),
Heraklit (ogień),
Parmenides (byt),
Demokryt (atom)

- przedmiotem swoich rozważań uczynili przyrodę.

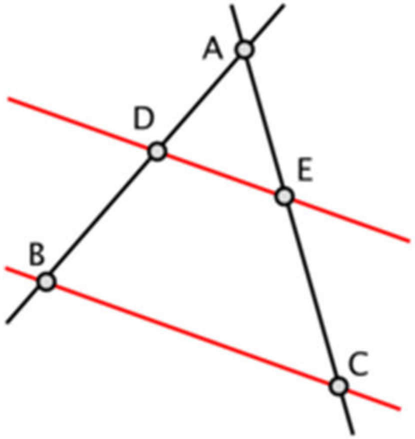


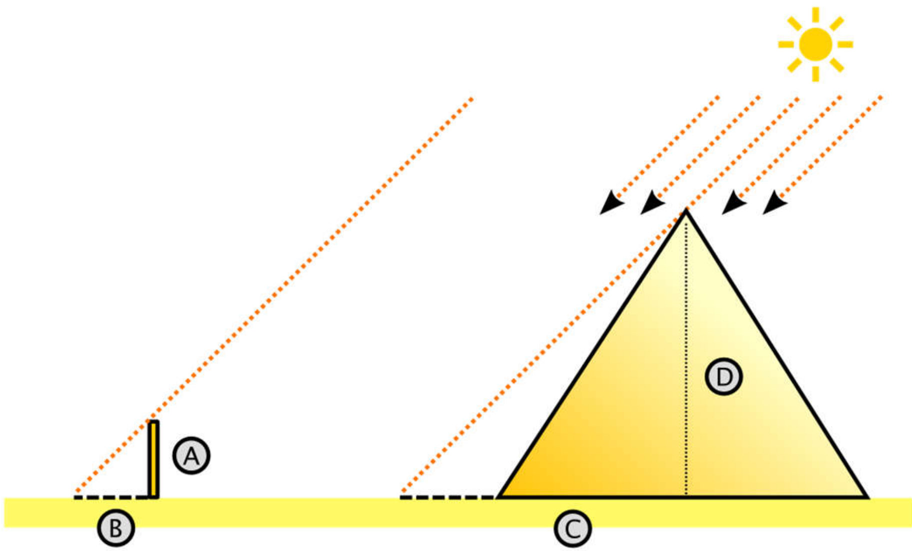
Jońska *szkoła* filozofii przyrody



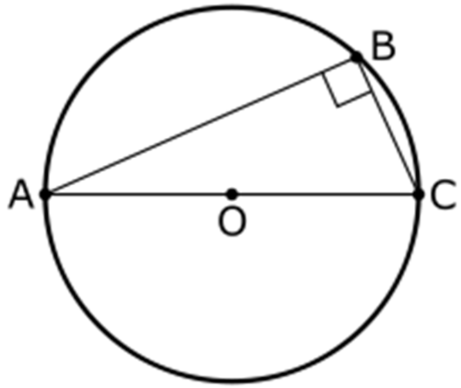
Tales z Miletu (624-548 p.n.e.)

Tales z Miletu (gr. Θαλῆς ὁ Μιλήσιος *Thales ho Milesios*; VII/VI w. p.n.e.) – grecki uczony: filozof, matematyk i astronom okresu przed-sokratejskiego, przedstawiciel jońskiej filozofii przyrody. Uznawany jest przez niektórych za pierwszego filozofa i matematyka cywilizacji zachodniej oraz za inicjatora badań nad przyrodą jako nauki.





https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Thales_theorem_6.png

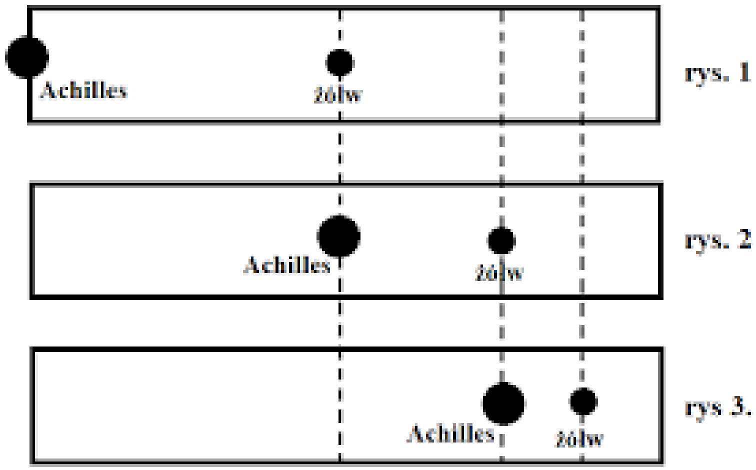


Okrąg jest podzielony na dwie równe części przez dowolną średnicę
Kąty u podstawy trójkąta równoramiennego są równe
Jeśli dwie proste przecinają się, kąty przeciwległe przy wierzchołku są równe
Dwa trójkąty są równe, jeśli mają ten sam bok a dwa sąsiednie kąty są równe
Trójkąt wpisany w półokrąg jest prostokątny.

https://it.wikipedia.org/wiki/Talete https://pl.wikipedia.org/wiki/Tales_z_Miletu
https://pl.wikipedia.org/wiki/Twierdzenie_Talesa_o_k%C4%85cie_wpisanym

Zenon z Elei (490-430 p.n.e.)

- Paradoksy Zenona: Achilles nie dogoni żółwia → szereg geometryczny nieskończony



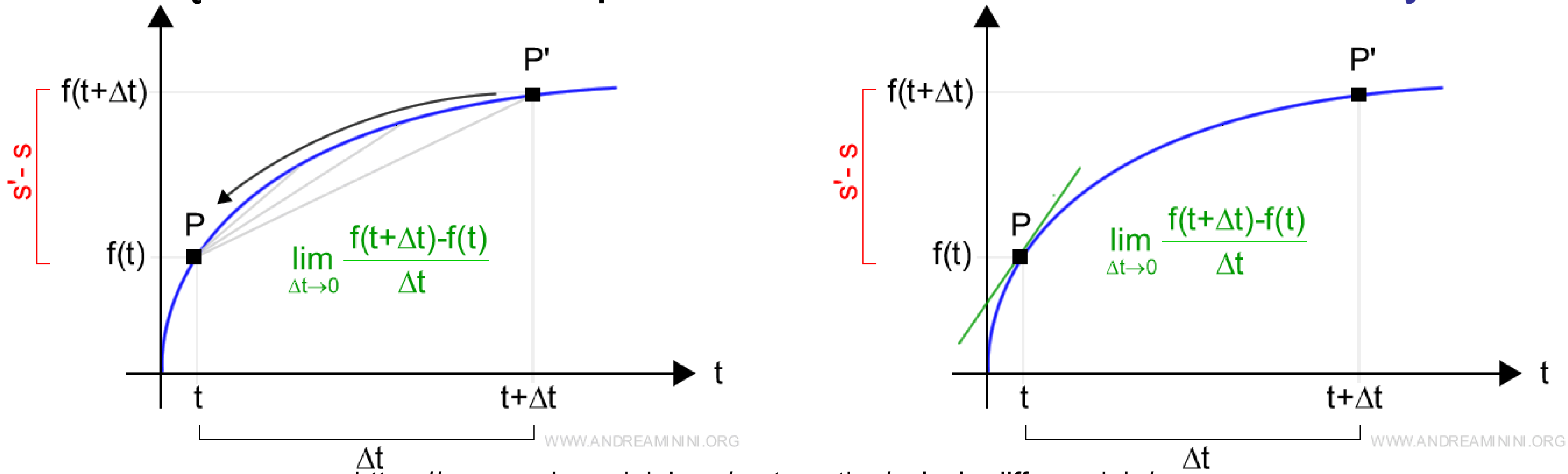
$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + 1/8 + ... = ?$

$q = \frac{1}{2}$

$S = a_1 / (1-q) = 1/ (1- \frac{1}{2}) = 2$

„szereg geometryczny zbieżny"

- lecąca strzała stoi w powietrzu → rachunek różniczkowy



https://www.andreaminini.org/matematica/calcolo-differenziale/

Paradoksy Zenona

Soluzioni proposte [modifica | modifica wikitesto]

Diogene il Cinico [modifica | modifica wikitesto]

Secondo Simplicio, Diogene il Cinico non disse nulla dopo aver ascoltato le argomentazioni di Zenone, ma si alzò e camminò, per dimostrare la falsità delle su
mostrare cosa c'è di sbagliato nell'argomento, non solo l'erroneità delle conclusioni. Nel corso della storia sono state proposte diverse soluzioni, tra le prime cit

Aristotele [modifica | modifica wikitesto]

Aristotele (384 a.C.-322 a.C.) osservò che al diminuire della distanza, diminuisce anche il tempo necessario per coprire quelle distanze, così che anche il temp
un'unità di spazio che può essere divisa mentalmente in unità sempre più piccole pur rimanendo spazialmente uguali) dalle cose (o distanze) che hanno esten
composto da ore indivisibili non più di quanto qualsiasi altra grandezza sia composta da indivisibili".[10]

Archimede [modifica | modifica wikitesto]

Prima del 212 a.C., Archimede aveva sviluppato un metodo per ricavare un risultato finito per la somma di infiniti termini che diventano progressivamente più p
esaustione per dimostrare che la somma infinita in questione è uguale all'area di un particolare quadrato, metodo geometrico in gran parte rigoroso. L'analisi o
costruzione di soluzioni sulla base delle condizioni stabilite da Zenone, in cui il tempo impiegato per ogni passaggio è geometricamente decrescente.[11][12]

Tommaso d'Aquino [modifica | modifica wikitesto]

Tommaso d'Aquino, commentando l'obiezione di Aristotele, scrisse: «Gli istanti non sono parti di tempo, perché il tempo non è fatto di istanti non più di quanto
tempo, per il fatto che sia in moto in ogni istante di quel tempo.[13]

Bertrand Russell [modifica | modifica wikitesto]

Bertrand Russell espose quella che è nota come "at-at theory motion". Concorda sul fatto che non può esserci movimento "durante" un istante senza durata e
punto in un altro momento e in punti appropriati tra quei due punti per i tempi intermedi. In questa visione il movimento è solo un cambiamento di posizione nel

Hermann Weyl [modifica | modifica wikitesto]

Un'altra soluzione proposta mette in discussione uno dei presupposti usati da Zenone nei suoi paradossi (in particolare la dicotomia), cioè che tra due punti qu
finito di distanze tra due punti, quindi non c'è sequenza infinita di movimenti, e il paradosso è risolto. Secondo Hermann Weyl, l'assunto che lo spazio sia forma
Secondo questo, la lunghezza dell'ipotenusa di un triangolo rettangolo nello spazio discretizzato è sempre uguale alla lunghezza di uno dei due lati, in contrad
risolto e che la discretizzazione può quindi rimuovere il paradosso.[12][18]

Henri Bergson [modifica | modifica wikitesto]

Nel suo libro "Matière et mémoire", Henri Bergson affermò che mentre il percorso è divisibile, il movimento non lo è. In questo argomento, gli istanti nel tempo
relativa istantanea o determinata, e quindi non può avere il suo movimento sezionato in modo frazionario.

Peter Lynds [modifica | modifica wikitesto]

Nel 2003 Peter Lynds ha avanzato un'argomentazione molto simile: tutti i paradossi del movimento di Zenone sono risolti dalla conclusione che gli istanti nel te

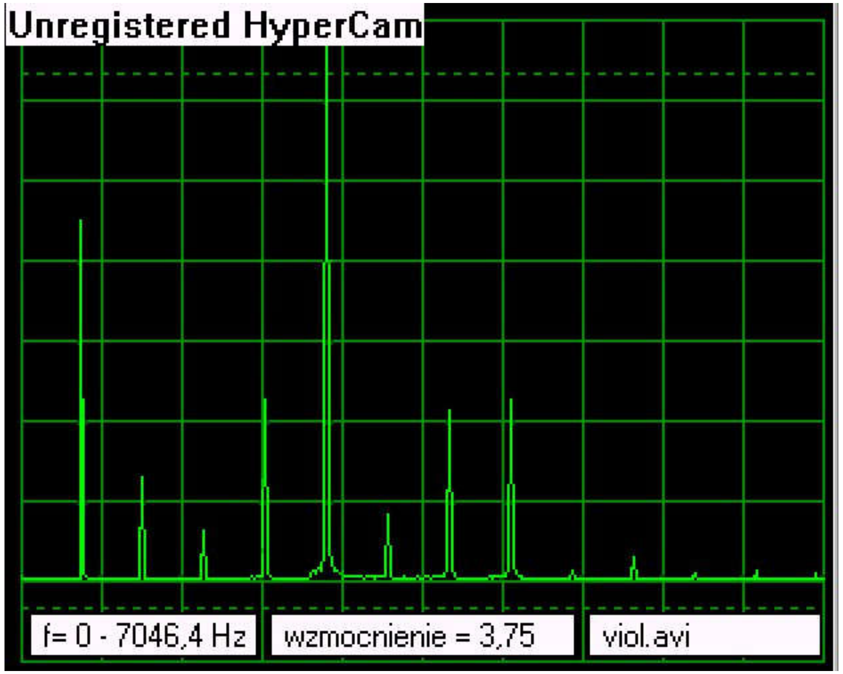
https://it.wikipedia.org/wiki/Paradossi_di_Zenone

Pitagoras z Samos (570-497 p.n.e.)

„Liczba jest istotą wszystkich rzeczy” [wiki.pl]

- Pitagoras zajmował się dwoma zagadnieniami:

1) muzyką (i tu szło dobrze)



2) kwadratami (i tu pojawiły się poważne kłopoty)

Szkoła Pitagorejska (530-450 p.n.e.)

Pitagorejczycy świętujący wschód słońca (1869), obraz rosyjskiego malarza Fiodora Bronnikowa

Pitagoras (gr. Πυθαγόρας, *Pythagóras*; ur. ok. 572 p.n.e. na Samos lub w Sydonie, zm. ok. 497 p.n.e. w Metaponcie) grecki matematyk, filozof, mistyk kojarzony ze słynnym twierdzeniem nazwanym jego imieniem.

Crotone, założone zostało około 710 r. p.n.e., jako kolonia achajska.
Około 530 r. p.n.e. – po ucieczce z Samos – założył tu swoją szkołę Pitagoras, którego uczniowie – następnie, przez jakiś czas – rządzili miastem.
Dziś – miasto ok. 60 tys. mieszkańców

https://pl.wikipedia.org/wiki/Pitagoras

Tak zwani pitagorejczycy…

„Prace naukowe, jakie uprawiano w związku pitagorejskim, dotyczyły przede wszystkim matematyki. «Tak zwani pitagorejczycy zajęli się pierwsi matematyką i pchnęli ją naprzód», pisze Arystoteles.

Pierwsi zaczęli opracowywać naukowo dziedzinę, którą przed nimi rachmistrze i geometrzy zajmowali się praktycznie, a kapłani – symbolicznie; pitagorejczycy umieli znaleźć drogę *naukową* pomiędzy symboliką o praktyką. Zrobili z geometrii *naukę*, gdyż jak mówi arystotelik Euden – zaczynali od rozważania *zasad*, a nie materialnych przedmiotów."

WIERZENIA: każda dusza może wejść w każde ciało; ciało jest więzieniem …
DWOISTOŚĆ BYTU: granica i bezkres, parzyste i nieparzyste, dobro i zło…
SPEKULACJE LICZBOWE: 1 – oznaczała im punkt, 2 – linię, […] 8 – miłość
ASTRONOMIA: 1) kulistość Ziemi, 2) planety krążą po stałych drogach,
3) szybkość ruchu planet maleje z ich odległością, 4) Ziemia się kręci

Wł. Tatarkiewicz, *Historia filozofii*, t. I, str. 55-58

Kopernik: *De revolutionibus*, ks. I

hæc ſic ſe habere. Cumq; cœlum ſit quod continet & cælat om
nia, communis uniuerſorum locus, non ſtatim apparet, cur non
magis contento quàm continenti, locato quàm locanti motus at
tribuatur. Erant ſanè huius ſententiæ Heraclides & Ecphantus
Pythagorici, ac Nicetas Syracuſanus apud Ciceronem, in me-
dio mundi terram uoluentes. Exiſtimabant enim ſtellas obie-
ctu terræ occidere, eaſq; ceſsione illius oriri. Quo aſſumpto ſe-

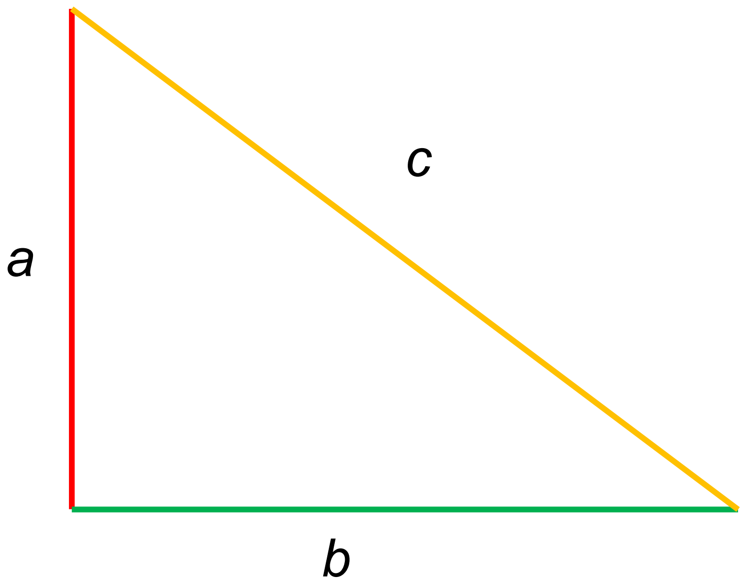
tem, & unam eſſe ex aſtris Philolaus Pythagoricus ſenſiſſe fer-
tur, Mathematicus non uulgaris, utpote cuius uiſendi gratia
Plato non diſtulit Italiam petere, quemadmodum qui uitam
Platonis ſcripſere, tradunt. Multi uero exiſtimauerũt Geome
trica ratione demonſtrari poſſe, terram eſſe in medio mundi, &
ad immenſitatem cœli inſtar puncti, centri uicem obtinere, ac
eam ob cauſam immobilem eſſe, quòd moto uniuerſo centrum

„System pitagorejski: Niketas, Filolaus, Ekfantos, i zbliżony do nich platończyk Heraklides z Pontu. […] niemniej do nauki Kopernika byli już blisko.”

Wł. Tatarkiewicz, *op. cit.*, str. 59

Pitagoras: odkrycie bardzo proste

- $9 + 16 = 25$
- $3x3 + 4x4 = 5x5$

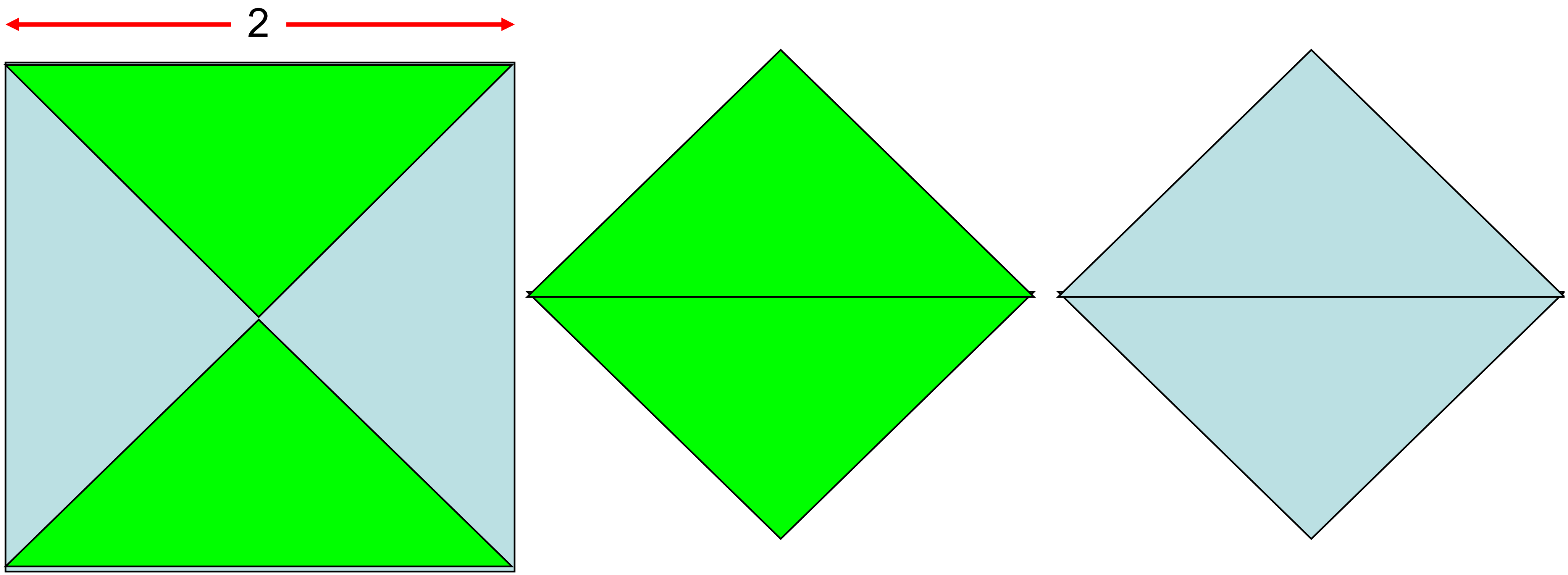


$$a^2 + b^2 = c^2$$

Pitagorejczycy uważali, że „wszystko jest liczbą”; każdemu bytowi można było przyporządkować liczbę np. mierząc czy ważąc. Stąd liczby były niejako prototypem całej rzeczywistości, co zbliża się do ujęcia współczesnej nauki opisującej wszystkie zjawiska matematycznie. https://pl.wikipedia.org/wiki/Pitagorejczycy

Pitagoras: wstrząsające odkrycie

- Nie wszystkie liczby dadzą się zapisać jak (egipskie) ułamki



$P_1 = 2 = ? \times ?$

$P = 2 \times 2 = 4$

Liczba „niewymierna”

- Jest tylko jedna liczba, która pomnożona przez siebie daje 2
- Nazwiemy ją „pierwiastek” √2
- $P_1 = 2 = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2}$
- Niestety, nie daje się przedstawić

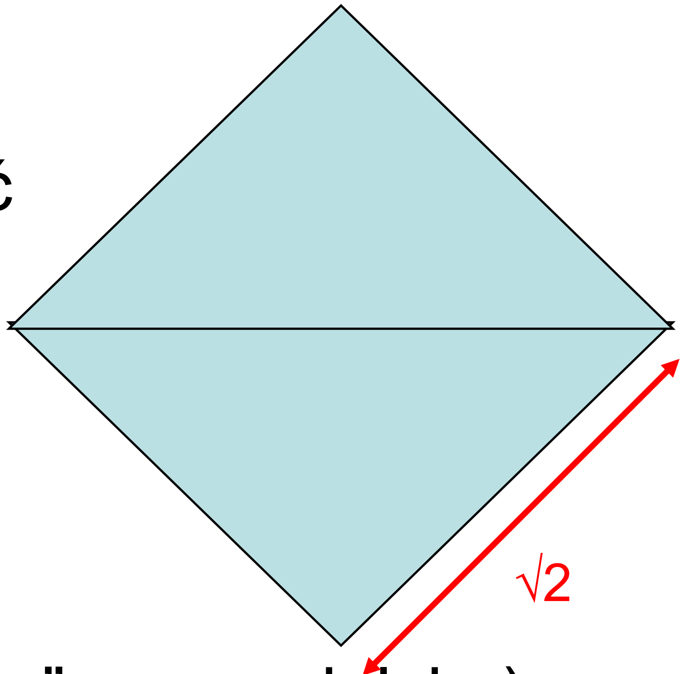
jako ułamek

√2= 1,4142135…

√2= 1.41421356237309504888…

Dlatego nazywamy ją *niewymierną*

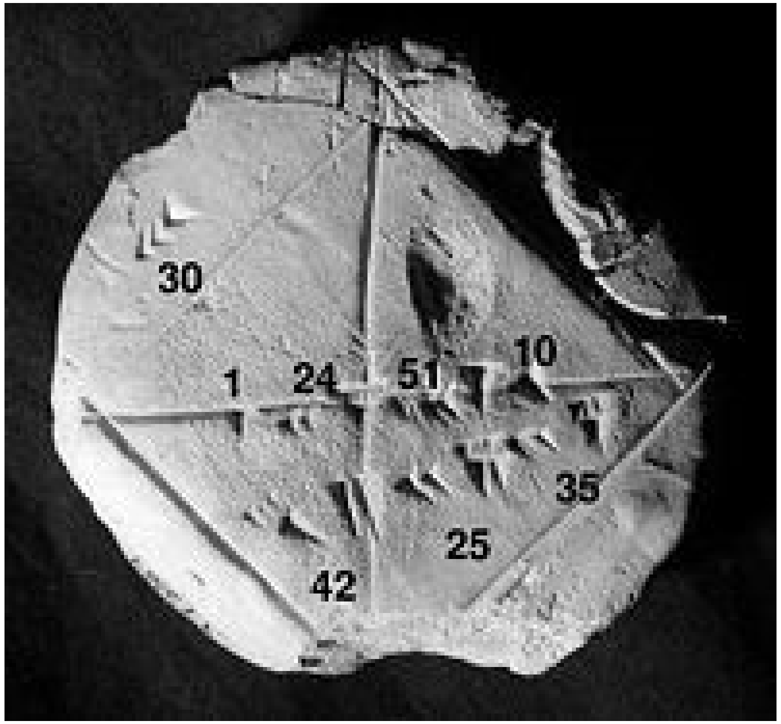
(„nie-ułamkową” albo „nie-racjonalną”, po angielsku)

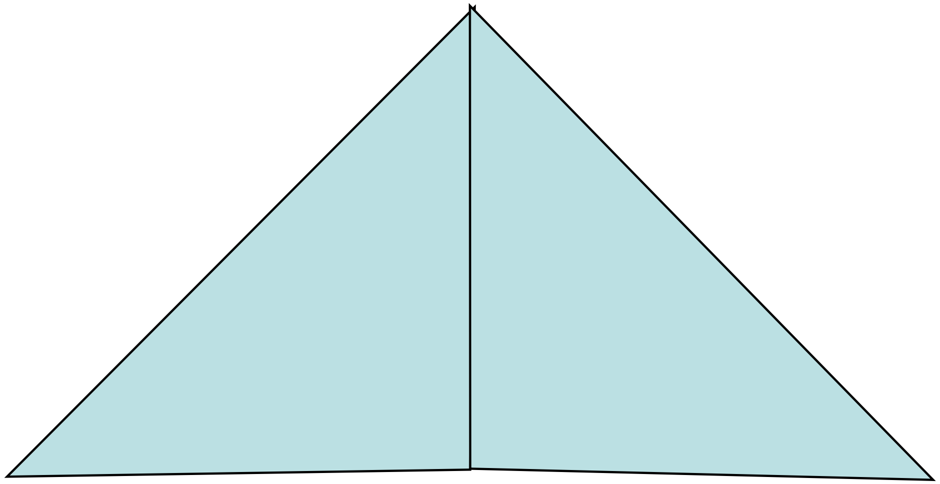


https://en.wikipedia.org/wiki/Square_root_of_2#Computation_algorithms

Ale to też już znali Babilończycy…

- $1 + 24/60 + 51/60^2 + 10/60^3 = 30547/21600 \approx 1{,}41421(296)$





- Dziś znamy √2 z dokładością do tryliona cyfr…

Babylonian clay tablet YBC 7289 with annotations. Besides showing the square root of 2 in sexagesimal (1 24 51 10), the tablet also gives an example where one side of the square is 30 and the diagonal then is 42 25 35. The sexagesimal digit 30 can also stand for 0 30 = 1/2, in which case 0 42 25 35 is approximately 0.7071065

https://en.wikipedia.org/wiki/Square_root_of_2#Computation_algorithms.

Już 4 tysiące lat temu…

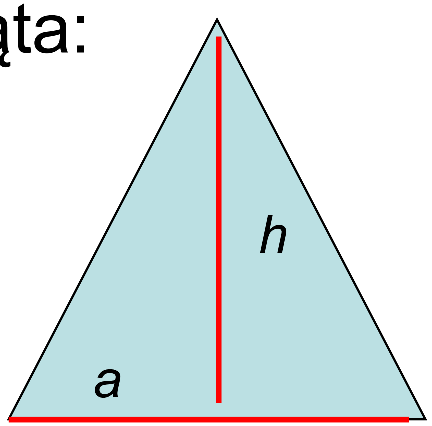
- W starożytnym Egipcie (i na pewno też w Mezopotamii) ludzie wymyślili matematykę: trzeba było sprawiedliwie dzielić poletka wzdłuż Nilu (i obliczać podatki)

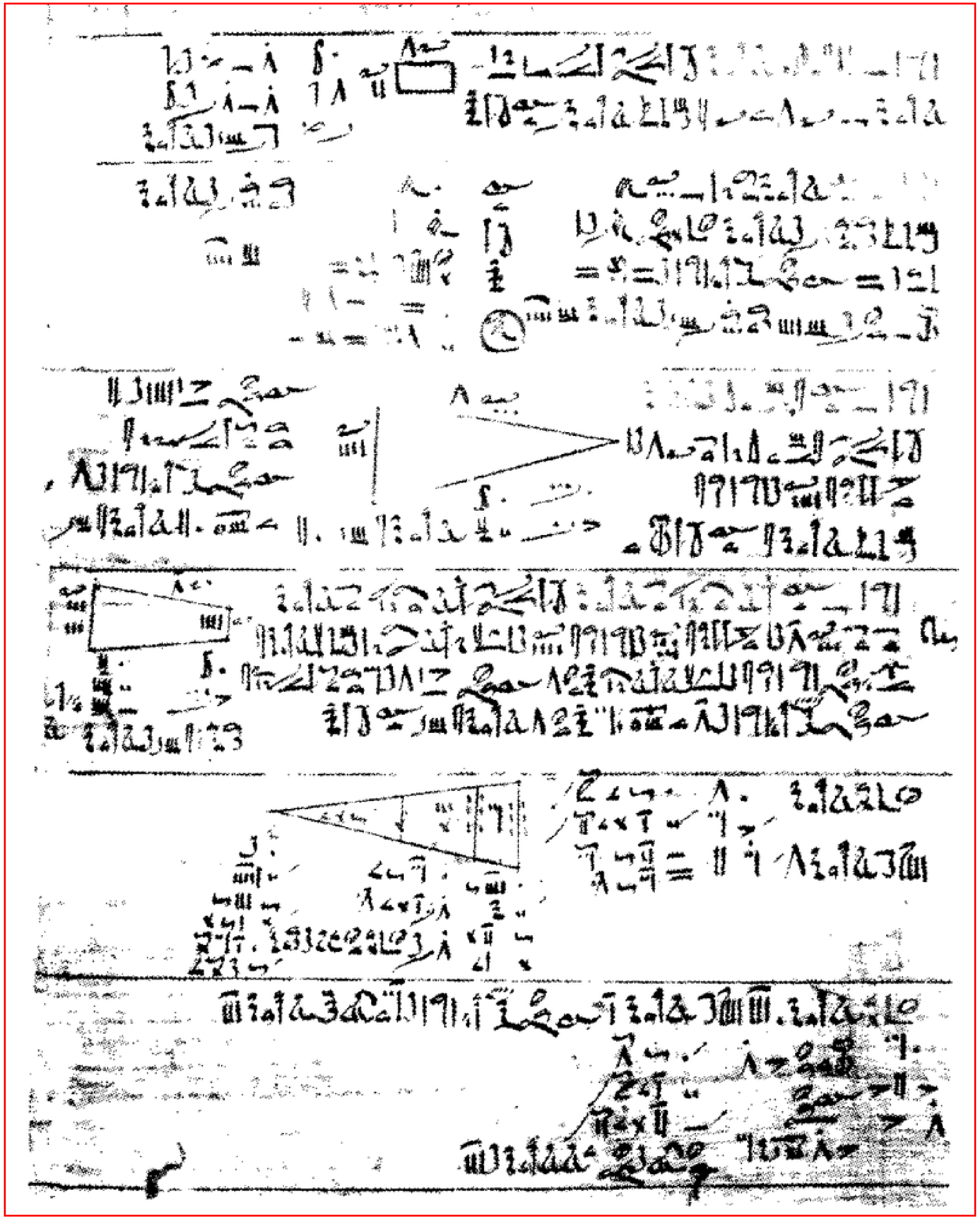
https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/6/62/Ziggarut_of_Ur_-_M.Lubinski.jp

Papirus Rhind (~1550 p.n.e)

Dodawanie ułamków:
2/15 = 1/10 + 1/30

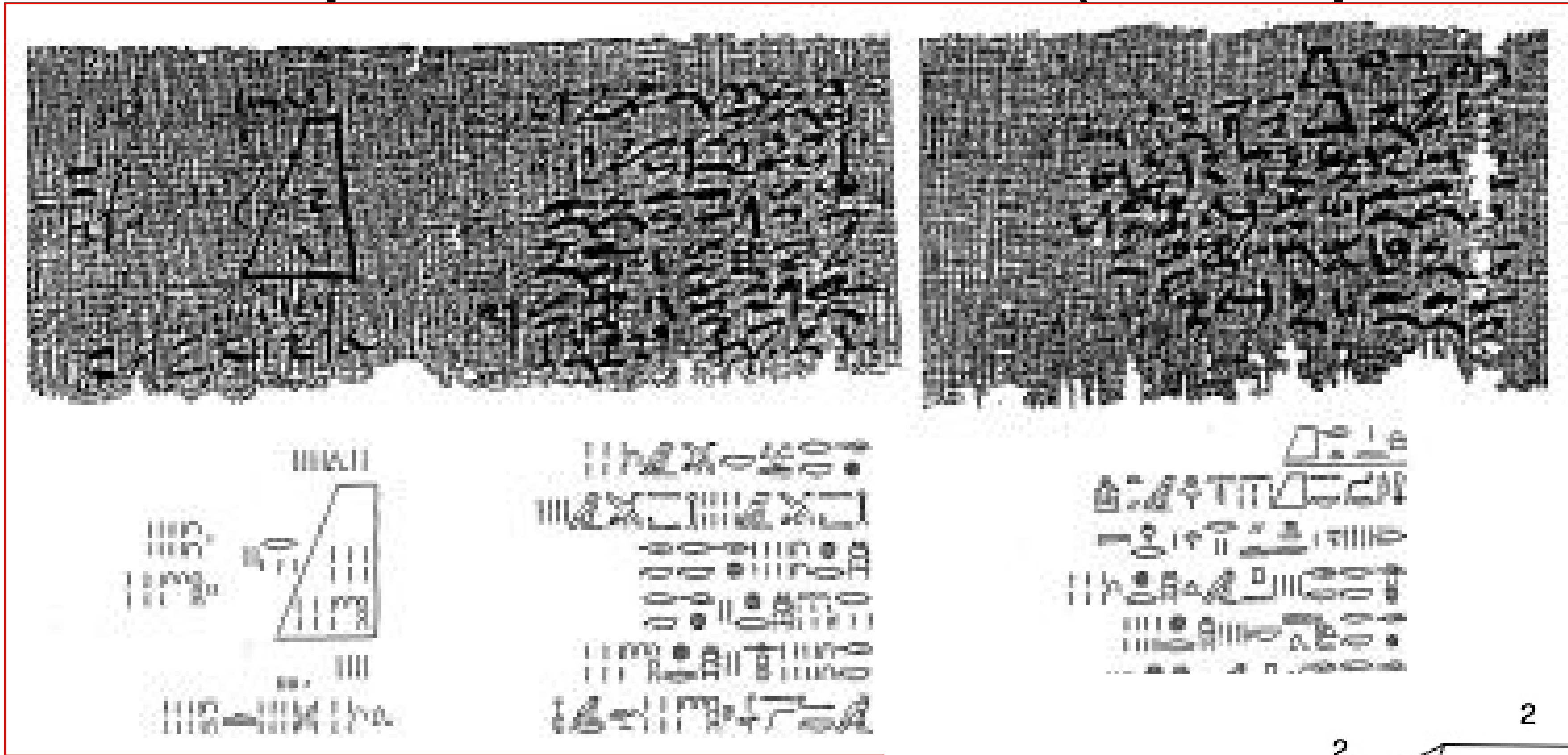
Pole trójkąta:
$P=1/2\ a\cdot h$

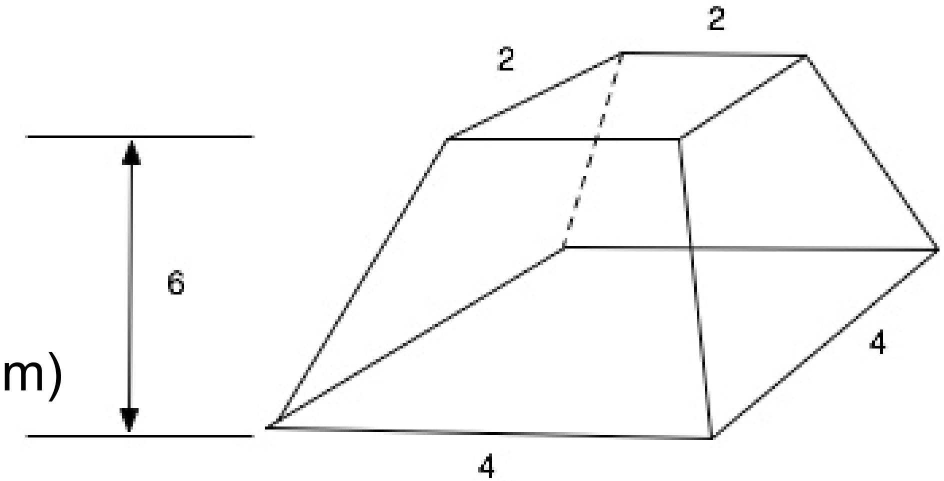




By Unknown - British Museum, EA10057, Public Domain, https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=144957

Papirus moskiewski (1850 p.n.e.)





$$V = 1/3\, h\, (a^2 + ab + b^2)$$

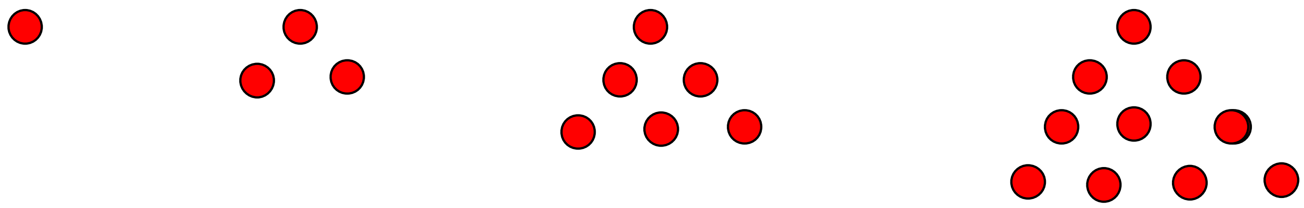
Jak uwarzyć dobre piwo? (Pefsu problem)

By Unknown - Struve, Vasilij Vasil'evič, and Boris Turaev. 1930. Mathematischer Papyru Staatlichen Museums der Schönen Künste in Moskau. Quellen und Studien zur Geschichte der Mathematik; Abteilung A: Quellen 1. Berlin: J. Springer, Public Domain, https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=6309027

https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=4997129

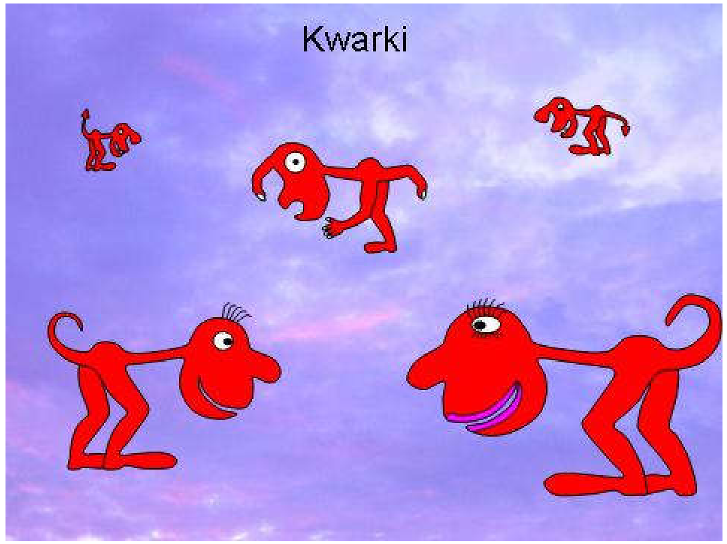
John Barrow: „Numerologia”

Pitagoras: liczby „trójkątne”



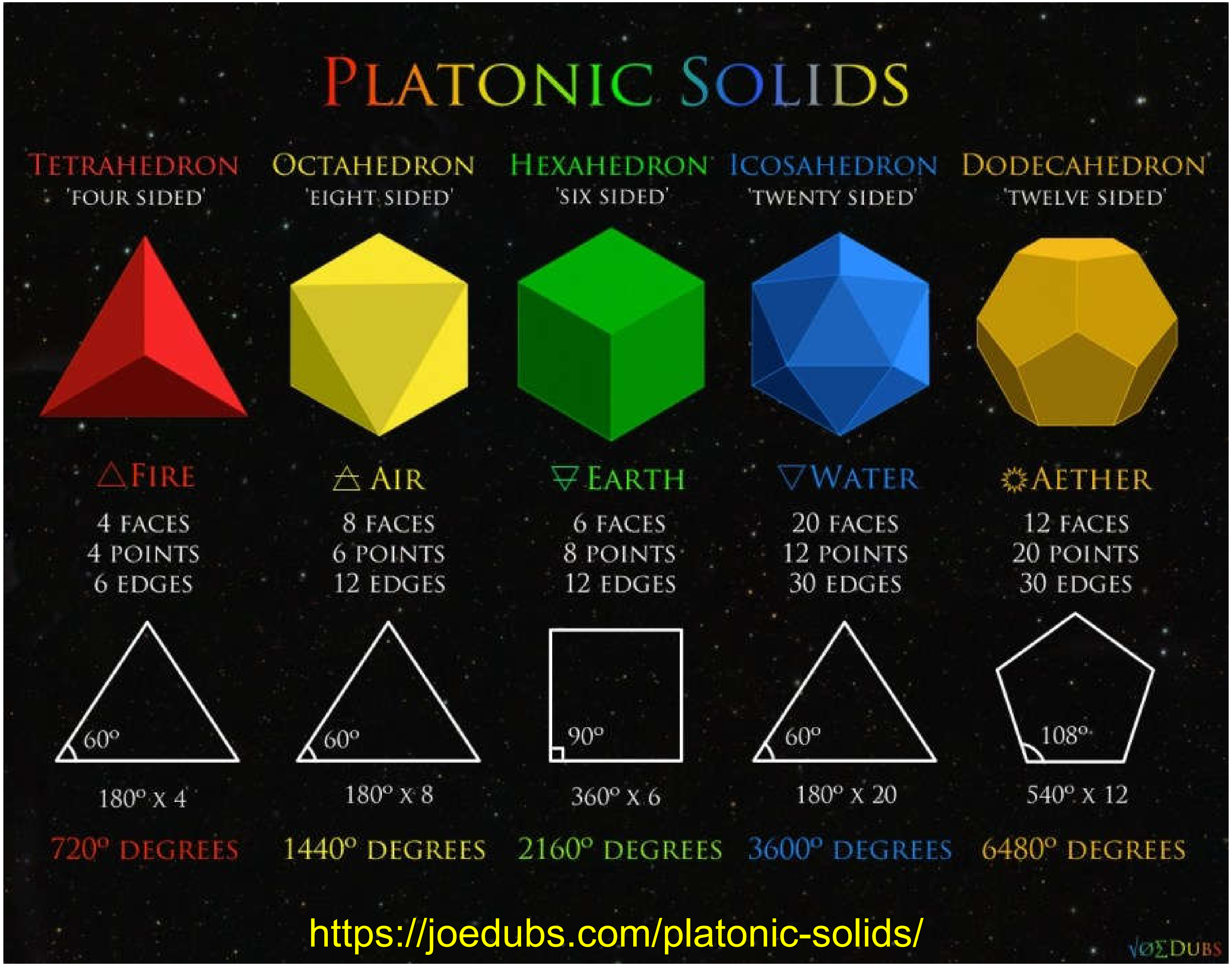
1 3 6 10 – **doskonałość wszechświata**

Tutaj spoczywa Jan Gula
Karabinowa dosięgła go kula.
Naprawdę nazywał się Orzeł,
Lecz Orzeł nie rymuje się z kula,
A z Gula rymować się może.



Nie wiemy, dlaczego masy kwarków są takie, a nie inne
To raczej nasz umysł szuka jakiejś regularności

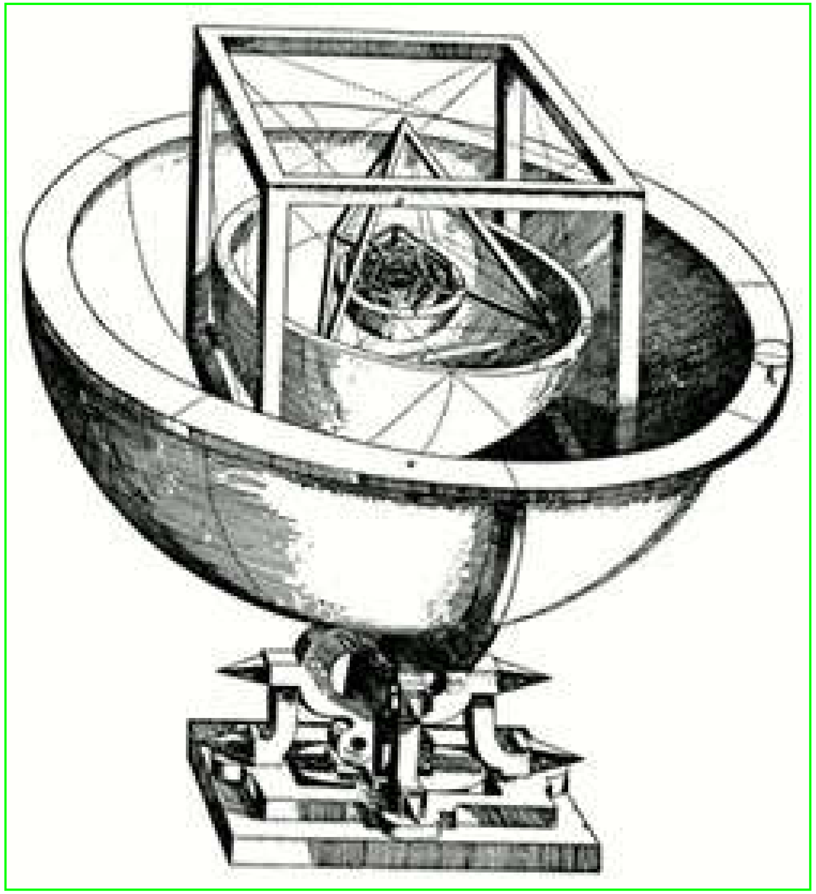
Bryły Platona (Pitagorasa)



ogień powietrze ziemia woda eter

Johannes Kepler: Harmonia Sfer

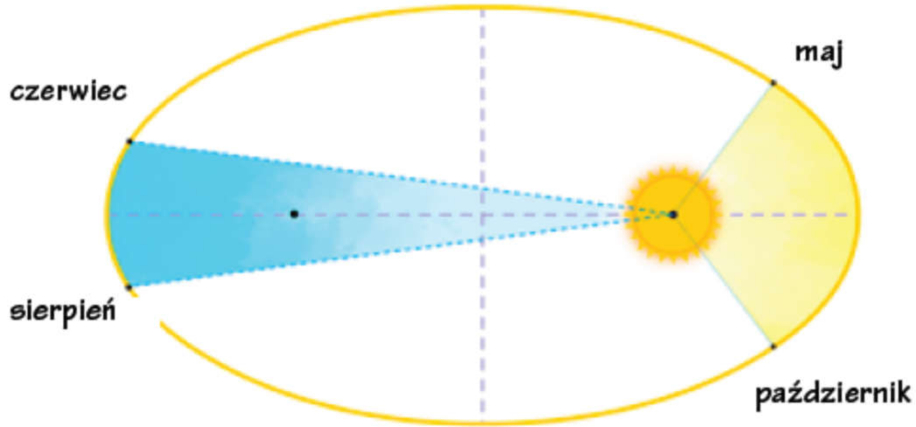
„Mysterium Cosmographicum"



Kepler (1610):

$$R^3/T^2 = const$$

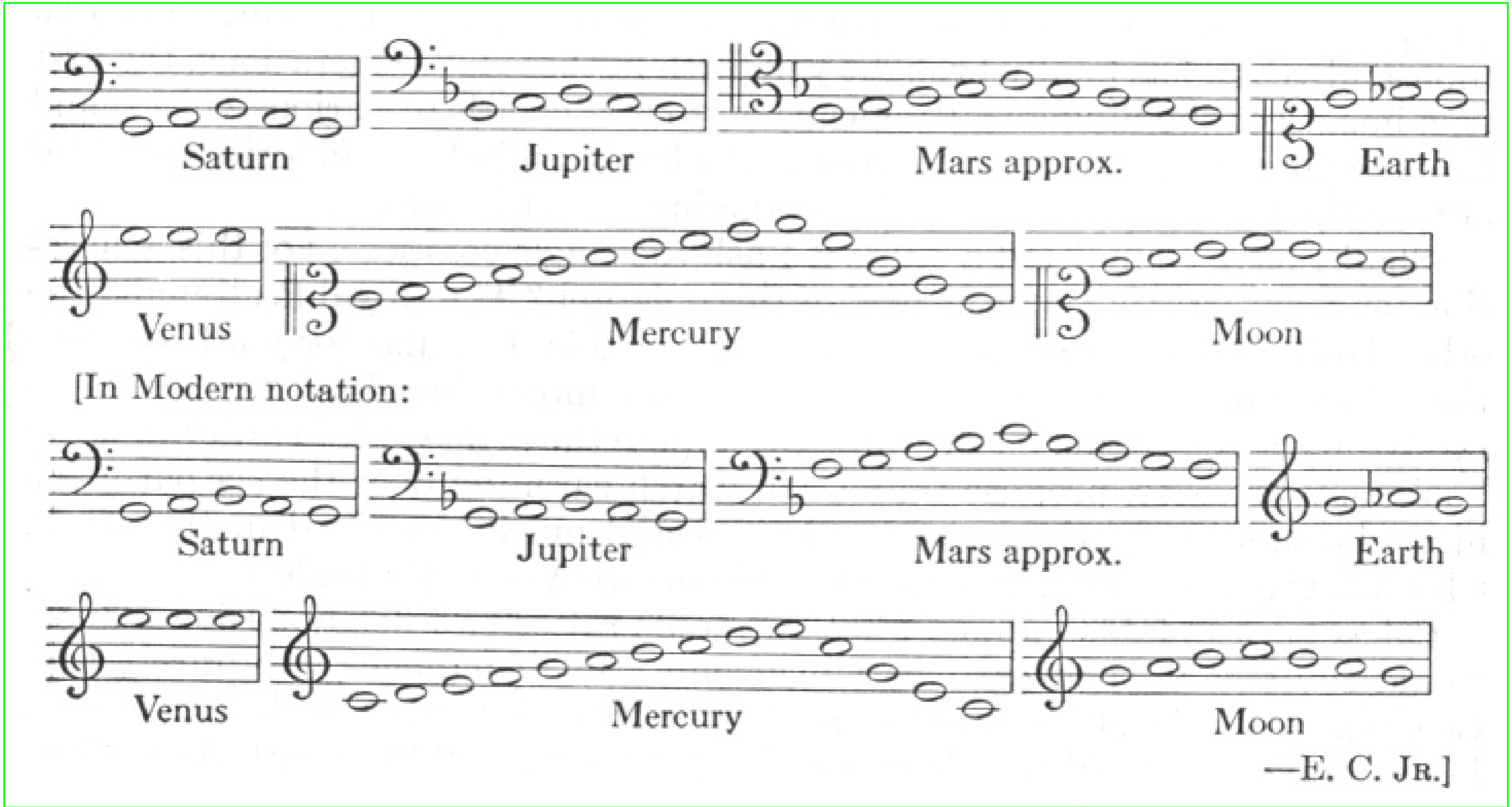
gdzie R jest odległością planety od Słońca a T – okresem obiegu



http://www.keplersdiscovery.com/Harmonies.html

G. Karwasz, *Mały astronom*, Publicat, 2022

Johannes Kepler: Harmonices Mundi



http://uebergreifen.blogspot.com/2012/10/coltrane-and-kepler.html
https://www.youtube.com/watch?v=ZarT93IP21I Concetto Anna Lombardi

Archimedes (287-212 a.C.) Syrakuza

TRANSIRE SUUM PECTUS MUNDOQUE POTIRI.

Przekroczyć własnego ducha i ogarnąć świat

Davide Mauro - Opera propria

https://it.wikipedia.org/wiki/Archimede

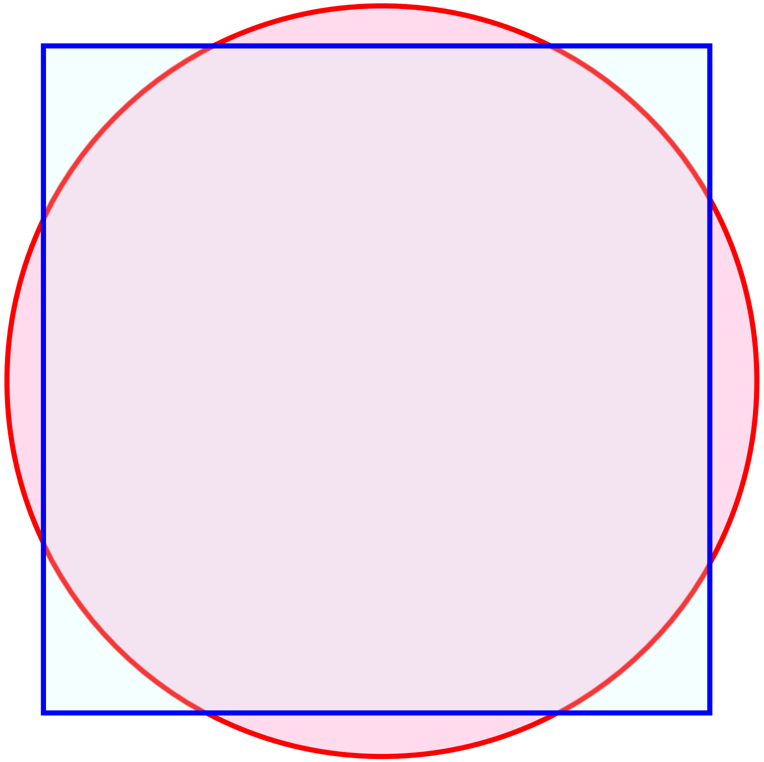
The photos of the Fields Medal (this is the one Grigori Perelman did not accept) were made by Stefan Zachow (ZIB)

Możemy więc, zrobić z koła kwadrat – ale jak?

Pisarz Ahmes (papirus Rind):
„Odejmij 1/9 od średnicy,
i na tym co zostanie,
zbuduj kwadrat”

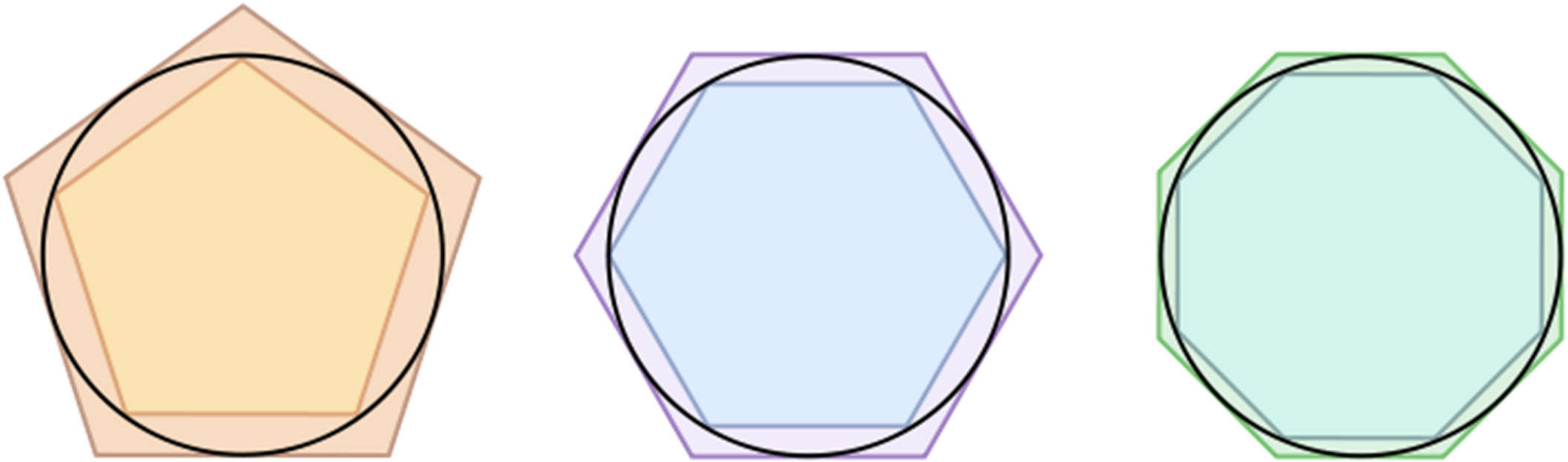
$$\pi = 4 \cdot \left(\frac{8}{9}\right)^2 = 3{,}16049\ldots$$

Błąd < 1%



Alessandra Del Piccolo
Istituto BERTI, Torino

Archimedes i liczba „niewymierna”



$$3 + {}^{10}/_{71} < \pi < 3 + {}^{10}/_{70}$$

$$3{,}14085 < \pi < 3{,}14286$$

Dokładność (średniej = 3,1419) **: 0,008%**

By Oryginał:FredrikVector:Leszek Krupinski - Praca własna, oparta o: Archimedes pi.png: przez Fredrik, Domena publiczna, https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=1250248

Archimedes: objętość kuli

Stożek o wysokości *h* i o podstawie o promieniu *R*

$$V = \frac{1}{3}\pi R^2 h$$

Kula o promieniu *R*

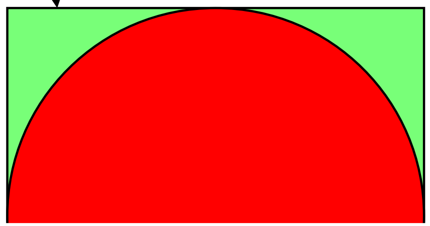
$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

Kula o promieniu *R*

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

1/3 objętości walca

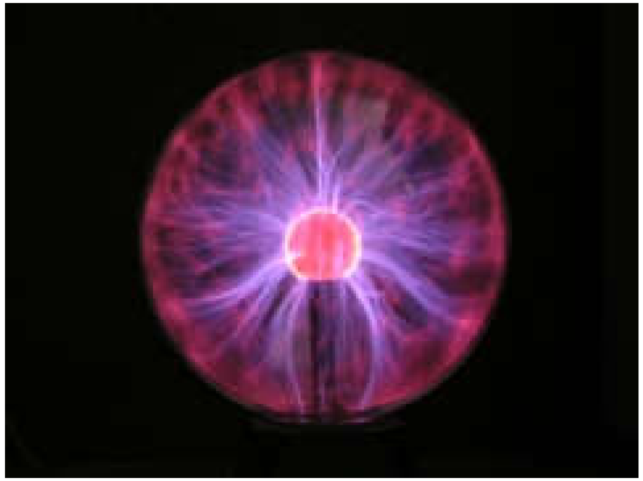
$V_{\text{półkuli}} = 2/3\ \pi R^3$



$$\boxed{V_{\text{kuli}} = 4/3\ \pi R^3}$$

Najważniejszy wzór geometrii (3D)

Pole powierzchni kuli $P = 4\pi R^2$



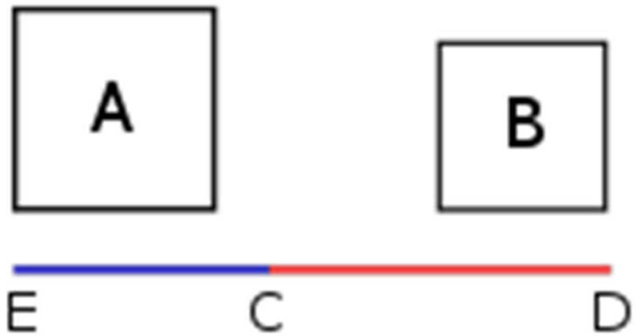
Z tego powodu siły elektryczne $F = Qq/(\varepsilon_0\, 4\pi R^2)$

Siła grawitacji (Newtona) $F=GMm/R^2$

I gdyby tak nie było, świat nie byłby trójwymiarowy

Archimedes: dajcie mi punkt podparcia

On the Equilibrium of Planes (Ancient Greek: Περὶ ἐπιπέδων ἰσορροπιῶν,



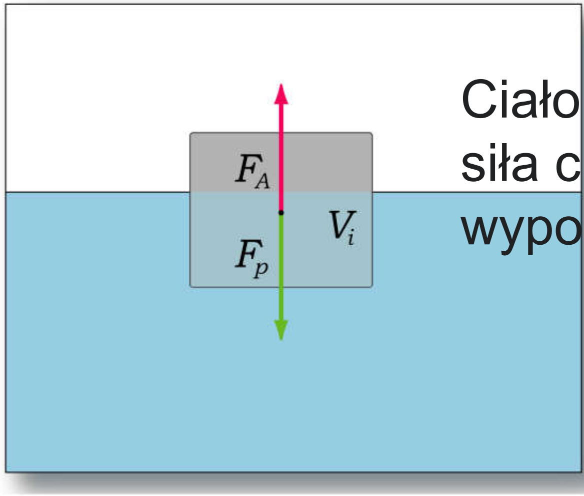
Weights and a lever in a 4:3 ratio.

https://en.wikipedia.org/wiki/Archimedes_Palimpsest

Ukryta strona Księżyca

Zaraz po powstaniu Księżyca płynna lawa spowolniła jego obrót tak, że po miliardzie lat przestał się kręcić. A raczej – kręci się wciąż dookoła własnej osi, ale dokładnie w tym samym czasie, w którym obiega Ziemię. Dlatego widzimy ciągle tę samą „twarz" Księżyca. Ludzie zobaczyli drugą stronę Księżyca dopiero, gdy wysłali tam statki kosmiczne. Pierwszym z nich była Luna (po łacińsku słowo to oznacza właśnie „księżyc") w 1959 roku. Druga strona Księżyca nie jest taka „uśmiechnięta" jak ta zwrócona do nas – całą jej powierzchnię pokrywają kratery. Wystygła szybciej i to w nią, na szczęście, uderzają wielkie meteoryty lecące ku Ziemi.

Jeśli przyjrzysz się uważnie Księżycowi w nowiu, zauważysz, że jego ciemna część nie jest zupełnie czarna – wyraźnie widać resztę księżycowej kuli. To Ziemia, oświetlona przez Słońce, odbija światło na Księżyc.



Ciało pływa, ponieważ siła ciężkości i siła wyporu równoważą się

$$\boldsymbol{F} = \int_{\partial V_K} -p\boldsymbol{n}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = \int_{V_K} -\boldsymbol{\nabla} p \, \mathrm{d}V = \int_{V_K} -\rho_f \boldsymbol{g}\,\mathrm{d}V = -\rho_f \boldsymbol{g}\, V_K .$$

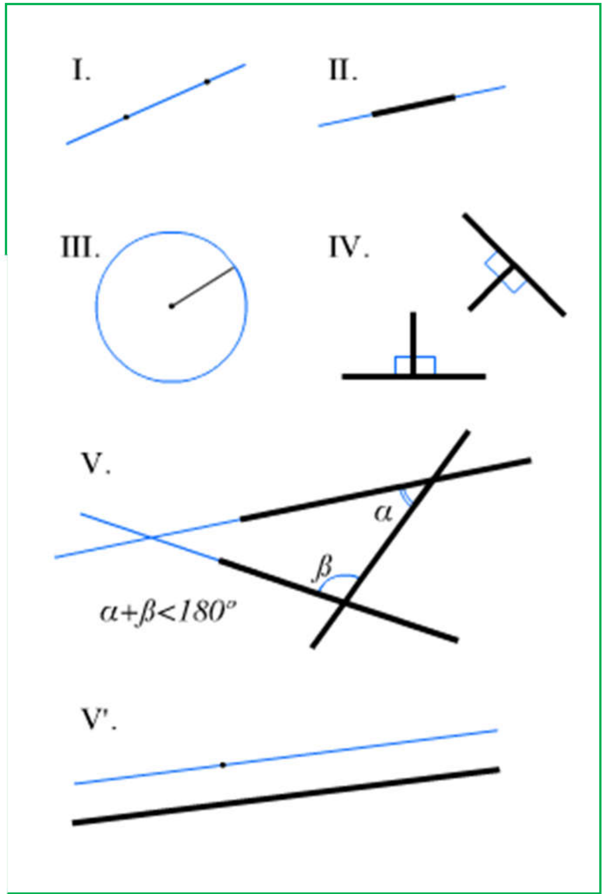
G. Karwasz, *Mały astronom*, Papilion, 2022

https://pl.wikipedia.org/wiki/Prawo_Archimedesa

Euklides: Aksjomaty

O **Ευκλείδης** από την Αλεξάνδρεια (περ. 350 π.Χ. - 270 π.Χ.)

1. Dowolne dwa punkty można połączyć odcinkiem.
2. Dowolny odcinek można przedłużyć nieograniczenie (uzyskując *prostą*).
3. Dla danego odcinka można zaznaczyć okrąg o środku w jednym z jego końcowych punktów i promieniu równym jego długości.
4. Wszystkie kąty proste są przystające.
5. Dwie proste, które przecinają trzecią w taki sposób, że suma kątów wewnętrznych po jednej stronie jest mniejsza od dwóch kątów prostych, przetną się z tej właśnie strony.



Piąty pewnik wywoływał wiele wątpliwości – sam Euklides unikał używania go w swym dziele tak długo, jak to było możliwe. Przez blisko 22 stulecia sądzono, że o wiele bardziej skomplikowany od pozostałych postulatów musi z nich wynikać. W XIX wieku okazało się, że jest on niezależny od pozostałych, a zastąpienie go innymi daje inne spójne geometrie. **Korzysta z nich Ogólna Teoria Względności**

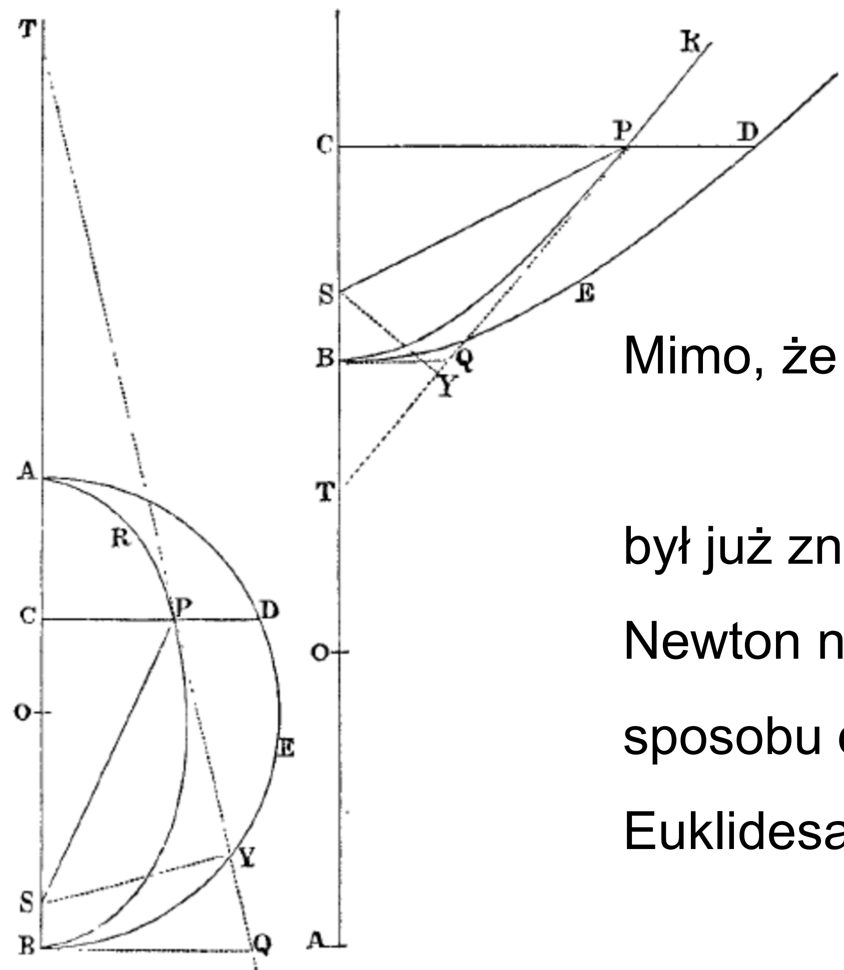
https://pl.wikipedia.org/wiki/Geometria_euklidesowa

Newton a Euklides

PROPOSITIO XXXIII. THEOREMA IX.

Positis jam inventis, dico quod corporis cadentis velocitas in loco quovis C *est ad velocitatem corporis centro* B *intervallo* BC *circulum describentis, in subduplicata ratione quam* AC, *distantia corporis a circuli vel hyperbolæ rectangulæ vertice ulteriore* A, *habet ad figuræ semidiametrum principalem* $\frac{1}{2}$ AB.

Bisecetur AB, communis utriusque figuræ RPB, DEB diameter, in O; & agatur recta PT, quæ tangat figuram RPB in P, atque etiam secet communem illam diametrum AB (si opus est



Mimo, że zapis algebraiczny, w rodzaju

$$F=GMm / r^2$$

był już znany (wynaleziony w XVI w. we Włoszech)

Newton nadal korzystał (z dobrze sprawdzonego)

sposobu dowodzenia według geometrii (wykreślnej)

Euklidesa

Euklides kafelkarz

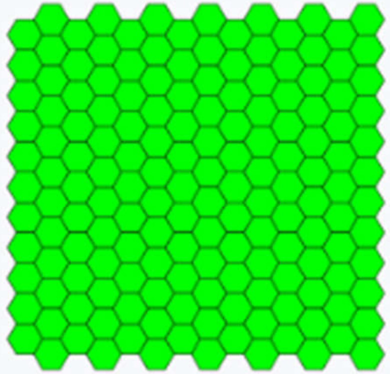
Euclidean plane **tilings by convex regular polygons** have been widely used since antiquity. The first systematic mathematical treatment was that of Kepler in his *Harmonices Mundi* (Latin: *The Harmony of the World*, 1619).

Notation of Euclidean tilings [edit]

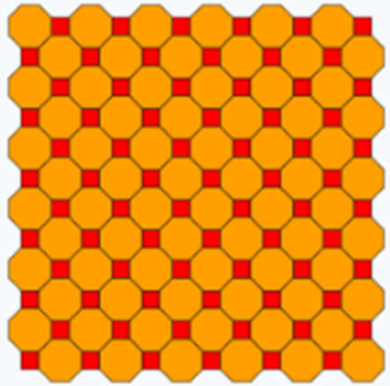
Euclidean tilings are usually named after Cundy & Rollett's notation.[1] This notation represents (i) the number of vertices, (ii) the number of polygons around each vertex (arranged clockwise) and (iii) the number of sides to each of those polygons. For example: 3^6; 3^6; $3^4.6$, tells us there are 3 vertices with 2 different vertex types, so this tiling would be classed as a '3-uniform (2-vertex types)' tiling. Broken down, 3^6; 3^6 (both of different transitivity class), or $(3^6)^2$, tells us that there are 2 vertices (denoted by the superscript 2), each with 6 equilateral 3-sided polygons (triangles). With a final vertex $3^4.6$, 4 more contiguous equilateral triangles and a single regular hexagon.

However, this notation has two main problems related to

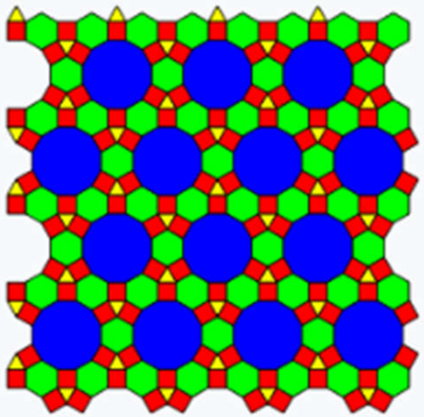
Example periodic tilings



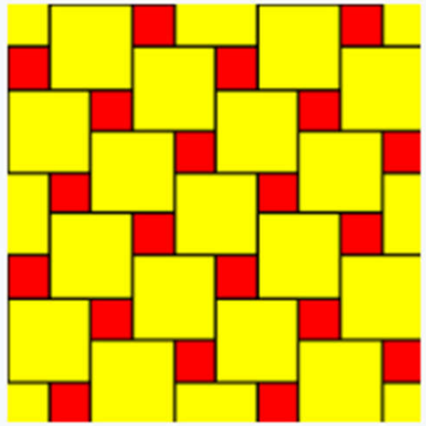
A regular tiling has one type of regular face.



A semiregular or uniform tiling has one type of vertex, but two or more types of faces.



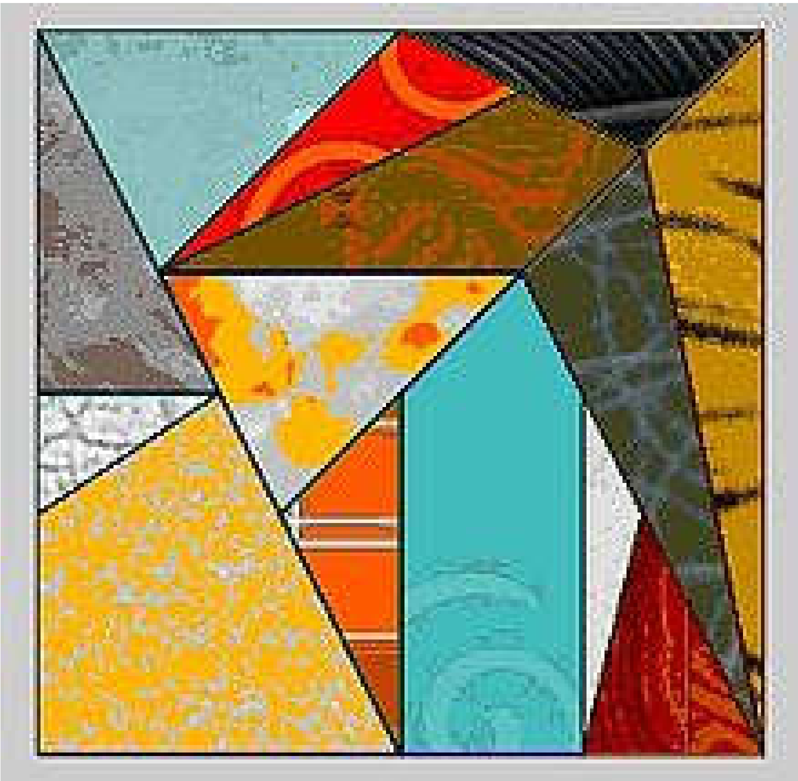
A *k*-uniform tiling has *k*



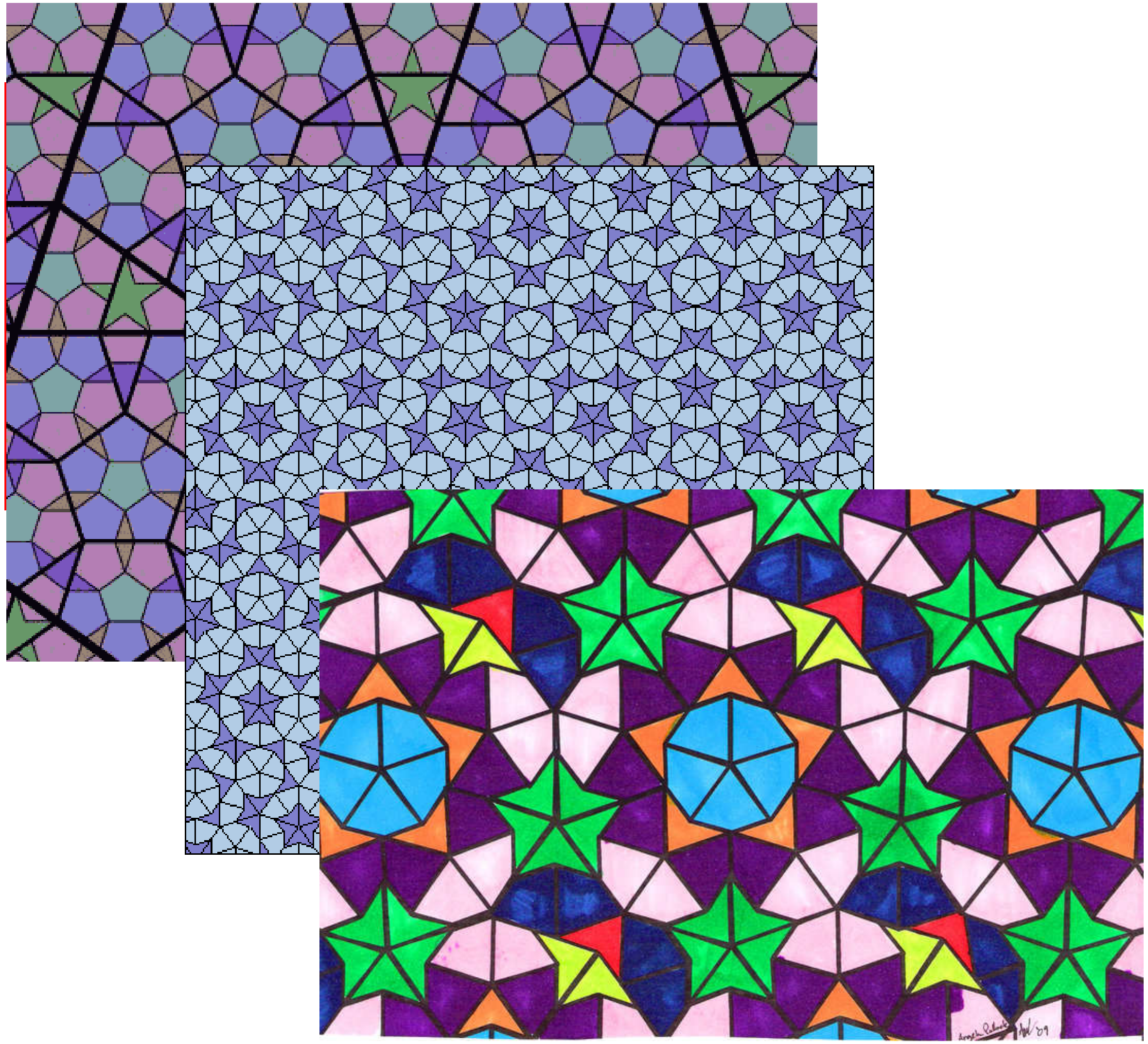
A non-edge-to-edge

https://en.wikipedia.org/wiki/Euclidean_tilings_by_convex_regular_polygons

Euklides vs. Penrose



„Tangram”



XXI wiek: matura z matematyki

Zadanie 12. (0–1)

W c

A.

Zadanie 28

Dane są dw

Prosta AB j

i $|\sphericalangle ABC| =$

Zad

Dan

A.

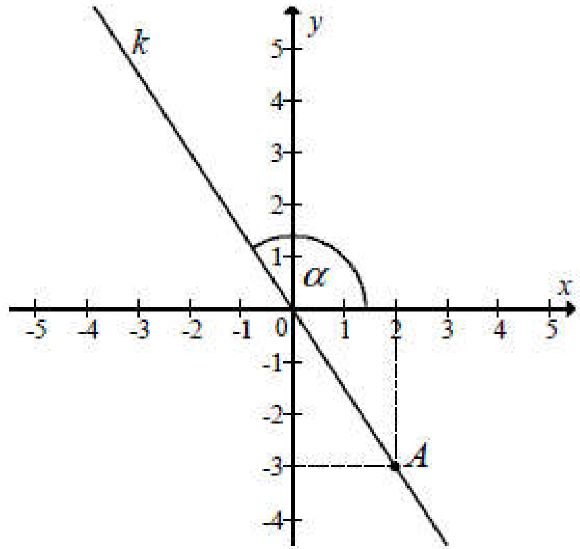
Zad

Jeśl

A. $m = \sin 40^\circ$

Zadanie 18. (0–1)

Na rysunku przedstawiona jest prosta k, przechodząca przez punkt $A = (2, -3)$ i przez początek układu współrzędnych, oraz zaznaczony jest kąt α nachylenia tej prostej do osi Ox.

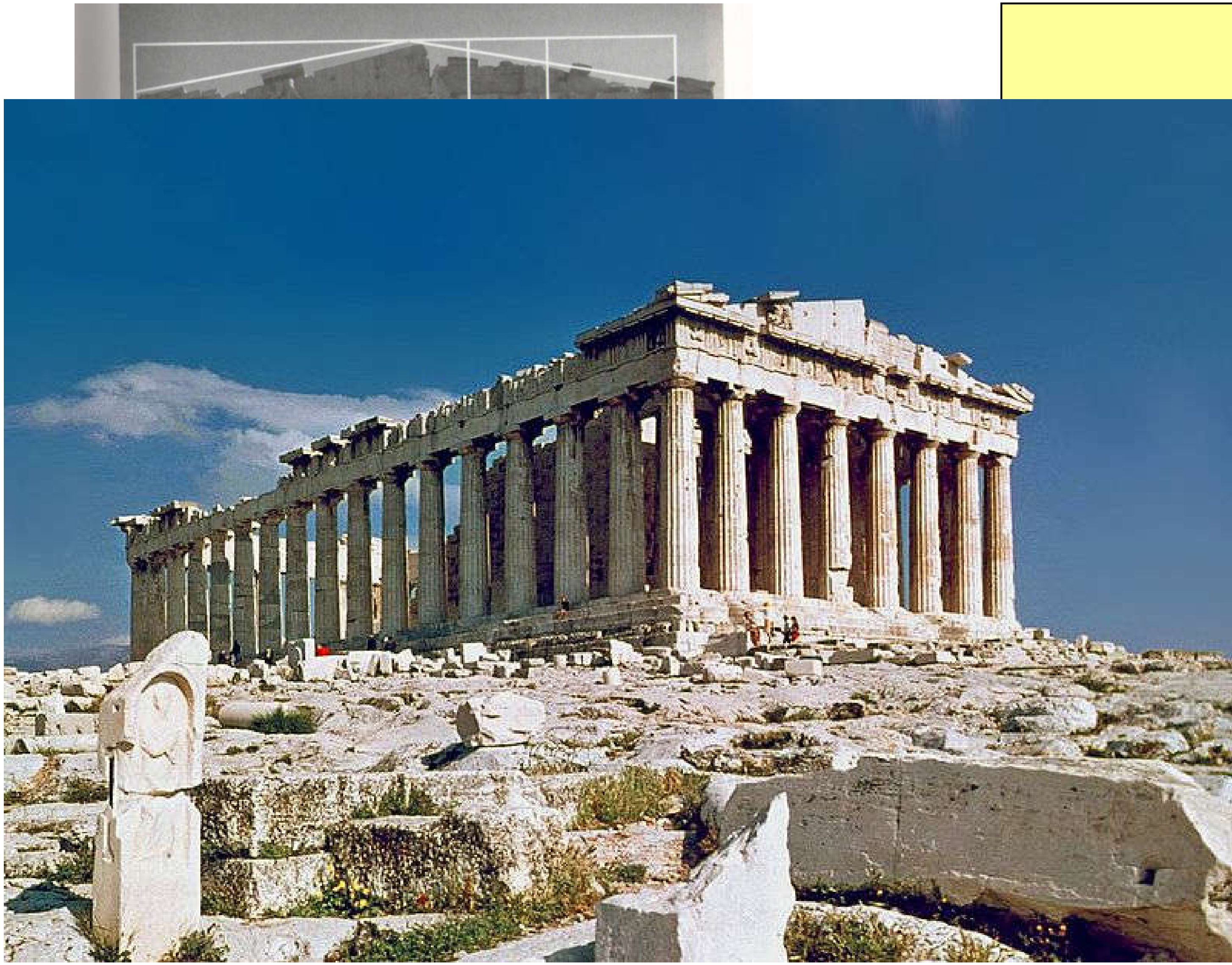


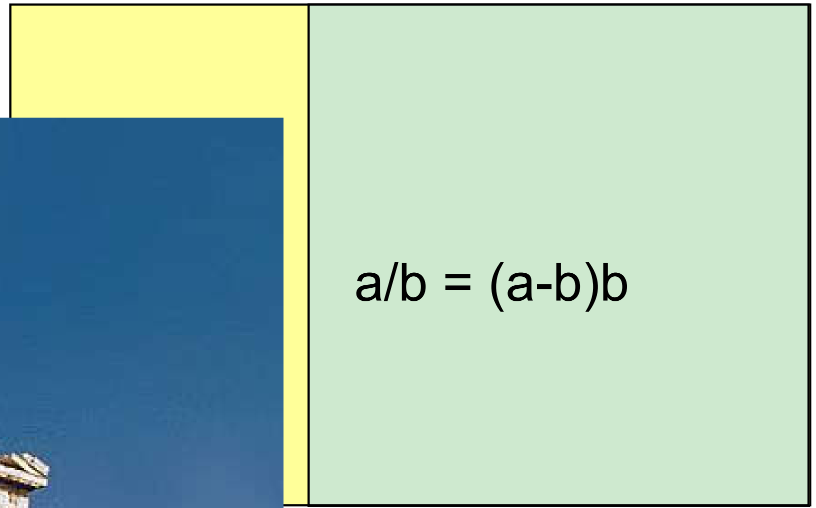
Zatem

A. $\operatorname{tg}\alpha = -\frac{2}{3}$ **B.** $\operatorname{tg}\alpha = -\frac{3}{2}$ **C.** $\operatorname{tg}\alpha = \frac{2}{3}$ **D.** $\operatorname{tg}\alpha = \frac{3}{2}$

Zenon, Euklides, Kartezjusz, pojawiają się w każdym arkuszu maturalnym

Złota proporcja

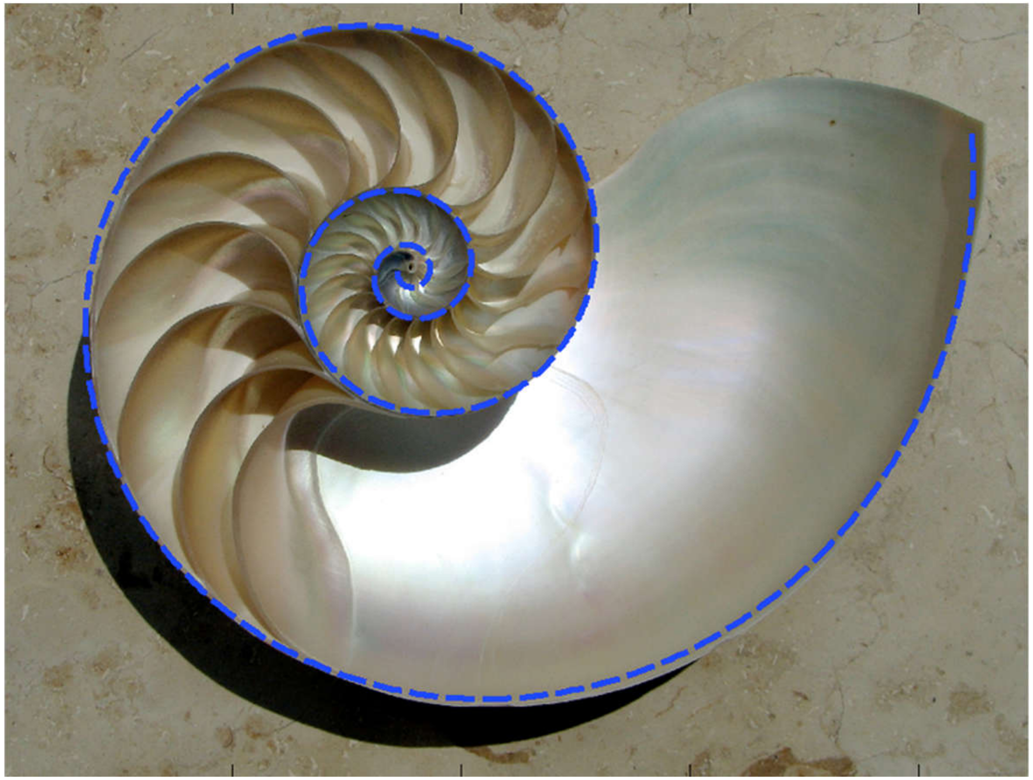




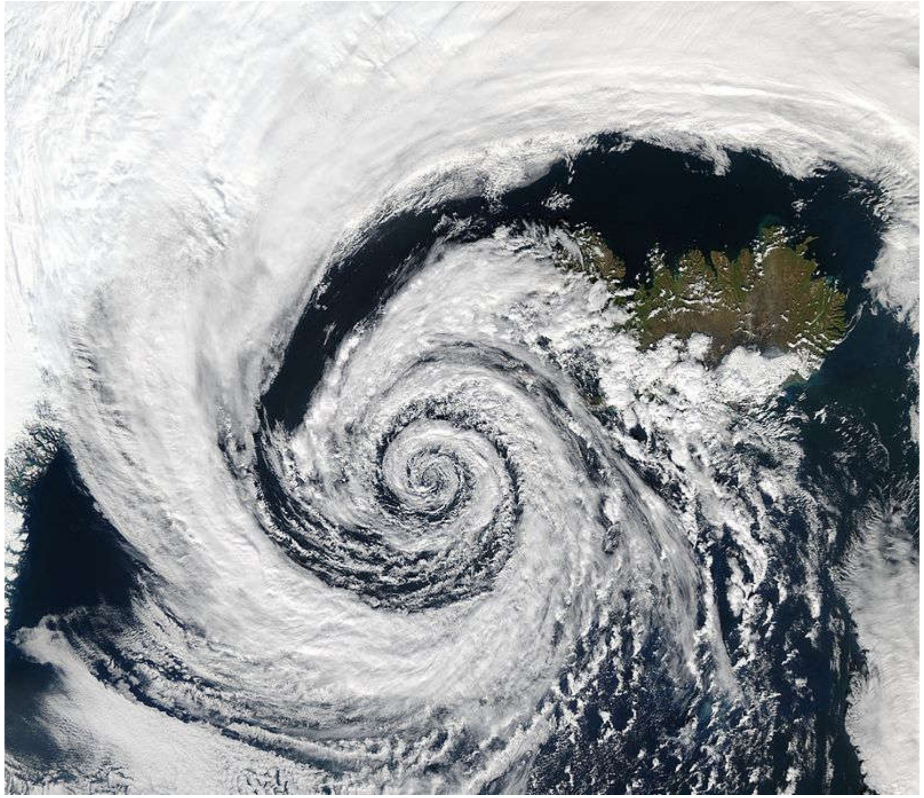
$$a/b=\Phi=(1+\sqrt{5})/2$$

By Steve Swayne - File:O Partenon de Atenas.jpg, originally posted to Flickr as The Parthenon Athens, CC BY 2.0,
https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=17065839

Spirala „logarytmiczna”



Muszla nautilusa

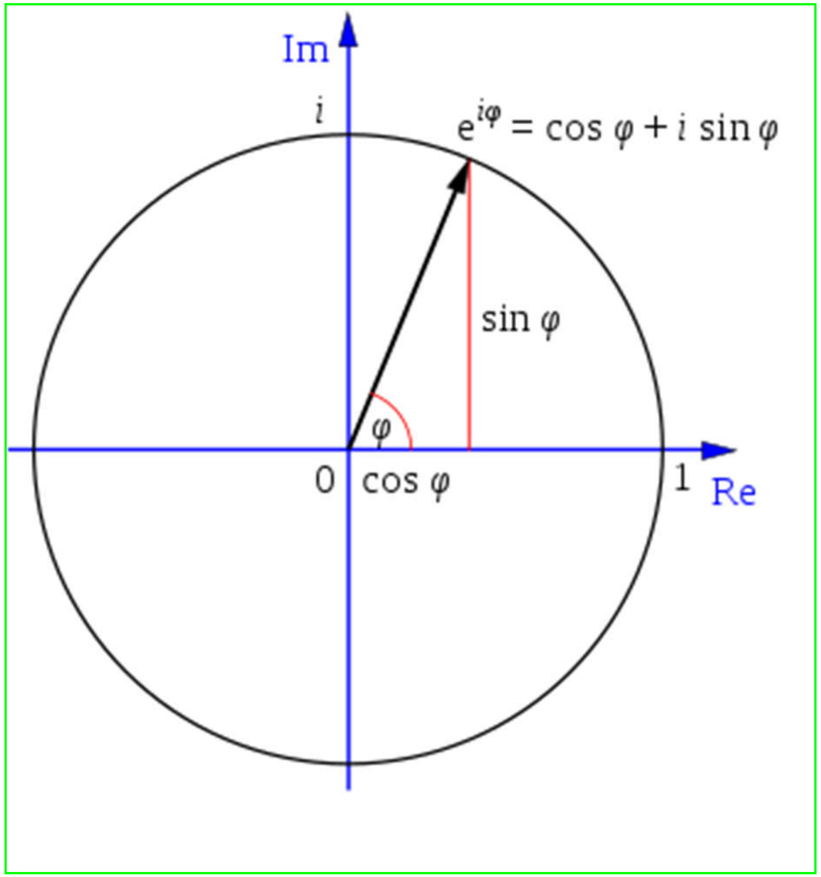


Niż nad Islandią

e = 2.71828182845904523536028747135266249775724709369995

Najpiękniejszy wzór matematyki

- Jeszcze jedna dziwna liczba $i = \sqrt{-1}$

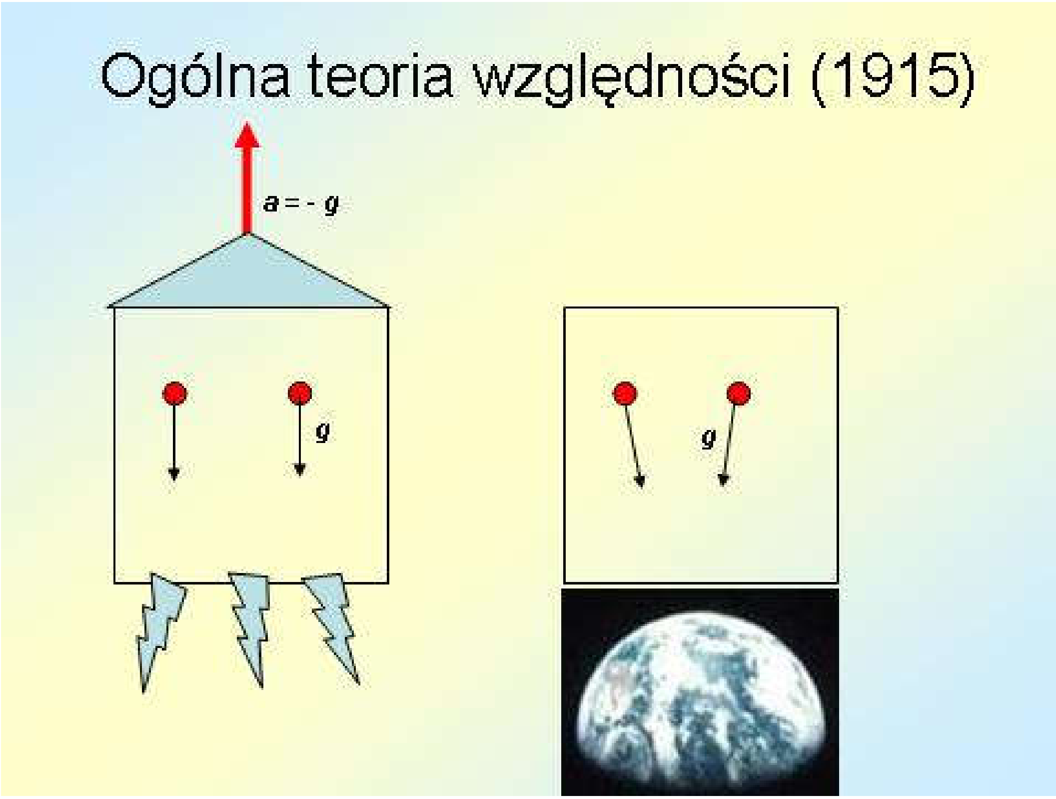


https://en.wikipedia.org/wiki/Pi

$$\boxed{e^{i\pi} + 1 = 0}$$

Liczbę *i* nazywamy „urojoną", a po angielsku „wymyśloną" – immaginary number

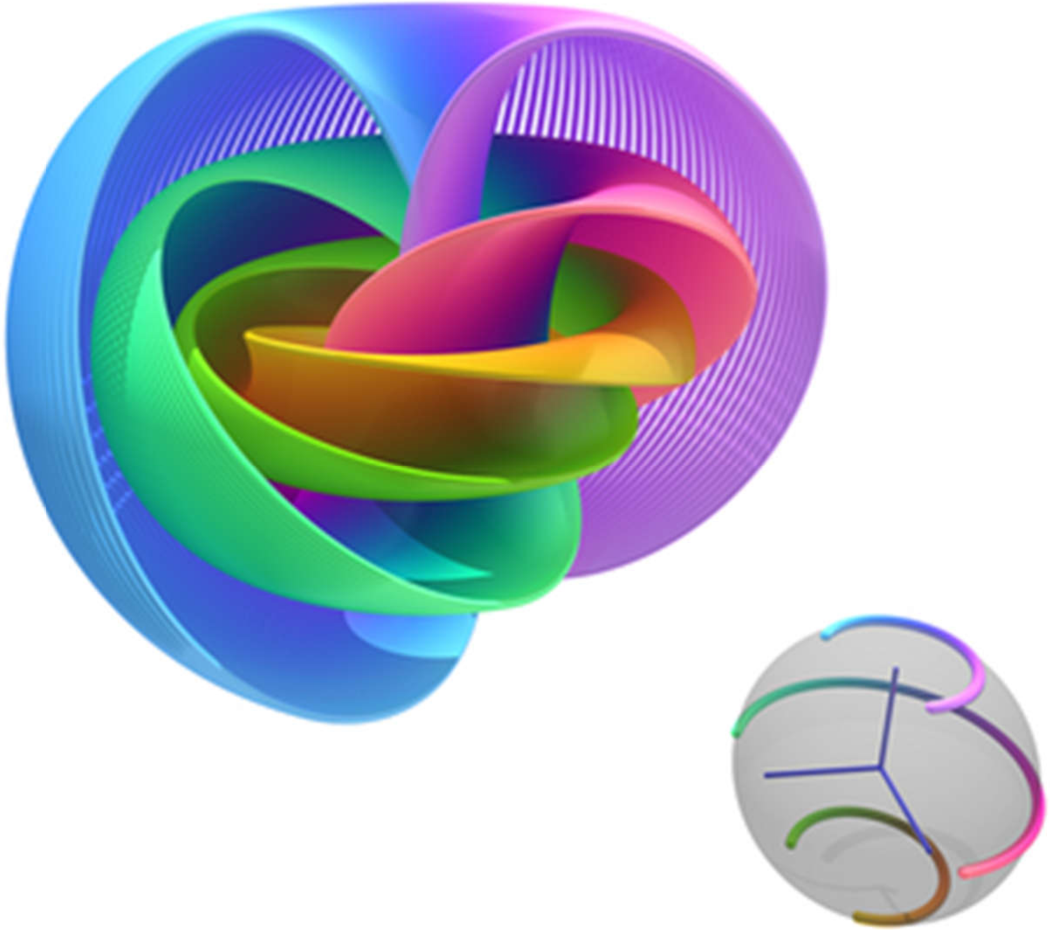
Najpiękniejszy wzór fizyki



$$\mathbf{G} = \frac{8\pi G}{c^4}\mathbf{E}$$

Geometria czasoprzestrzeni zależy od materii (masy i energii)
(we wzorze pominięto tzw. składnik kosmologiczny)

Matematyka piękna



The Hopf fibration of the 3-sphere, by Villarceau circles, over the complex projective line with its Fubini–Study metric (three parallels are shown). The identity $S3(1)/S2(1) = \pi/2$ is a consequence.

http://www.hotel-r.net/im/hotel/de/rosa-6.gif

Wnioski

- Pierwsze - po magicznych, na wpół religijnych - zainteresowania człowieka skierowały go na matematykę
- W historii filozofii wymieniamy Talesa, Pitagorasa, Platona, ale tak naprawdę, to Egipcjanie i Babilończycy stworzyli matematykę - tę praktyczną
- Starożytni Grecy stworzyli z matematyki *naukę* – abstrakcyjną, piękną i *self-consistent*
- Dlaczego matematyka, wymyślona przez człowieka, tak dobrze opisuje świat – pozostaje filozoficzną zagadką.
- Niektórzy (matematycy) mówią, że to Bóg jest matematykiem; inni (Boltzmann) – że małpoludy, które nie znały matematyki, nie przeżyły
- Dziś, matematyka jest naszym „szóstym zmysłem”, pozwalającym na jeden „rzut oka” rozwiązywać skomplikowane problemy, nie mówiąc o postępach informatyki, fizyki, genetyki i wszystkich, wszystkich nauk, z filozofią włącznie

Matematyka to niezależny byt

„Niemiecki fizyk Heinrich Rudolf Hertz (1857-1894) [odkrywca fal radiowych] powiedział: «Trudno oprzeć się wrażeniu, że wzory matematyczne mają niezależny byt, inteligencję sobie właściwą, że są mądrzejsze niż my, mądrzejsze nawet niż ich odkrywcy i że czerpiemy z nich więcej, niż daliśmy z siebie, by je odkryć».

Szkoła filozoficzna, czy raczej epistemologiczna, która przydaje przedmiotom [pojęciom?] (także matematycznym formułom) prawo do niezależnego bytu, to platonizm.

Historycy matematyki często przyjmują ideę platońską ze względu na bezdyskusyjny fakt uniwersalności matematyki: kultury oddalone w czasie, jak i w przestrzeni dochodziły do tych samych wniosków i obiektywnych prawd.”

Dziękuję za uwagę!

Ale o Platonie następnym razem…

Enrique Gracián, *Liczby pierwsze. W drodze do nieskończoności*. Przełożyła Maria Donten-Bury. Świat jest matematyczny. RBA Barcelona, 2012.