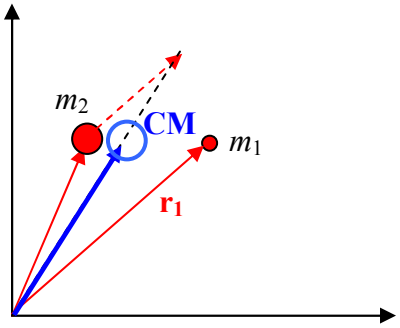
Zad. B.11
Definicja położenia środka masy

Mamy układ i mas punktowych m_i, położonych w punktach określonych przez wektory wodzące $\mathbf{r}_i$ jak na rysunku



Położenie **r** środka masy CM układu i mas punktowych m_i wyznaczamy ze wzoru

$$\mathbf{r} = \frac{\sum_i \mathbf{r}_i m_i}{\sum_i m_i}$$

Konstrukcja geometryczna znajdowania środka masy jest pokazana na rysunku: sumujemy wektory wodzące poszczególnych mas, ze względną wagą tych wektorów m_i.

Na rysunku masa m_1 jest dwa razy mniejsza od masy m_2, więc wektor wodzący $\mathbf{r}_1$ bierzemy z wagą ½ wagi wektora $\mathbf{r}_2$. Innymi słowy, środek ciężkości tych dwóch mas leży bliżej masy cięższej, czyli m_2.

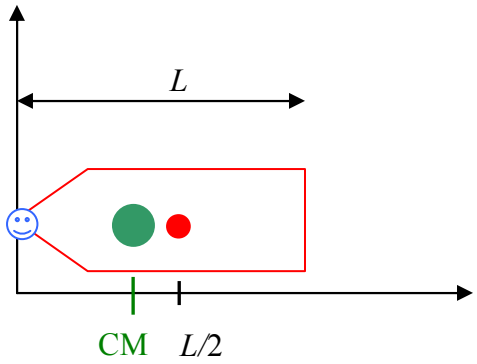
Sumę $\Sigma \mathbf{r}_i m_i$ normalizujemy do sumy Σm_i , dlatego (niebieski) wektor wodzący środka masy CM jest krótszy niż suma wektorów $\mathbf{r}_1$ i $\mathbf{r}_2$.

Zadanie z łódką (B.11, nieco zmodyfikowane)

Masa łódki wynosi 140 kg a masa człowieka 60 kg. Człowiek stoi na dziobie łódki. Kiedy przeszedł na rufę łódki, ta przesunęła się o 1,2 m. Znaleźć długość łódki.

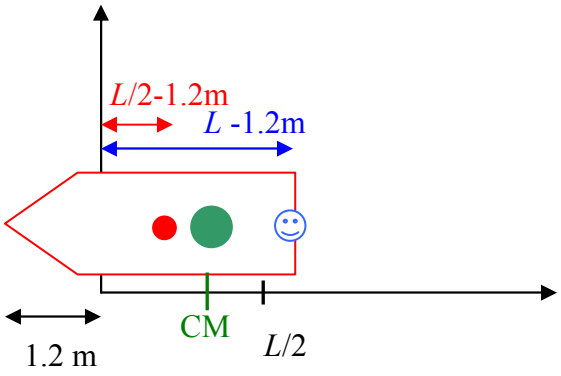
Rozwiązanie

Wyznaczmy środek masy całego układu, przyjmując początek układu odniesienia na dziobie łódki.



Położenie CM środka masy układu składającego się z łódki o masie 140 kg (jej środek masy jest w $L/2$) i człowieka o masie 60 kg (jego środek masy znajduje się w punkcie x=0) znajdujemy z zależności $CM=(140 \cdot L/2 + 0 \cdot L)/200 = 0{,}35L$

Po przejściu człowieka na rufę, środek masy łódki przesunął się w lewo o 1.2 m, czyli do punktu $x_1=(L/2 - 1.2\ \text{m})$, a nowe położenie człowieka wynosi $x_2=(L\text{-}1.2\ \text{m})$. Środek masy całego układu się nie zmienił.



Mamy więc zależność $[140 \cdot (L/2 - 1.2) + 60 \cdot (L - 1.2)]/200 = 0.35$
skąd otrzymujemy $L = 2{,}38$ m.

Odpowiedź: Długość łódki wynosi, w przybliżeniu, 2,38 m.